

# MIRADAS Y REFLEXIONES SOBRE LAS RELACIONES ENTRE LOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS EXTRAESCOLARES Y ESCOLARES

**SANTIAGO ALONSO PALMAS PÉREZ**

DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS CULTURALES DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
METROPOLITANA LERMA

**DIANA VIOLETA SOLARES PINEDA**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

**MARÍA DEL CARMEN ORTIZ FLORES**

UNIDAD DE SERVICIOS PARA LA EDUCACIÓN BÁSICA EN EL ESTADO DE  
QUERÉTARO (USEBEQ)/UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO (UAQ)

**ARMANDO SOLARES ROJAS**

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL, AJUSCO

**TEMÁTICA GENERAL:** EDUCACIÓN EN CAMPOS DISCIPLINARES

## RESUMEN GENERAL DEL SIMPOSIO

En este simposio presentamos algunas miradas y reflexiones en torno a las relaciones entre los conocimientos matemáticos construidos en experiencias extraescolares y escolares. Los participantes del simposio, miembros también del Seminario permanente “Estudios sobre conocimientos matemáticos en contextos extraescolares” del Posgrado de la Universidad Autónoma de Querétaro, concordamos en la necesidad de reconocer estos vínculos como un objeto de estudio complejo. Discutimos las proximidades y también las diferencias teóricas y metodológicas de algunas de nuestras investigaciones, situándolas dentro de las discusiones actuales nacionales e internacionales sobre el tema. Consideramos que a partir de este trabajo colectivo la comunidad de investigación educativa en México tendrá más elementos para construir una agenda de trabajo en torno a esta línea de investigación.

En la primera ponencia exponemos tres estudios que muestran la riqueza de la actividad matemática puesta en marcha en distintos contextos extraescolares. La segunda ponencia está dedicada a estudios que tienden

puentes entre los conocimientos matemáticos extraescolares y la escuela, poniendo a prueba diseños didácticos explícitamente contruidos con esta finalidad. Por último, la tercera ponencia retoma nuestras dudas, propuestas y reflexiones acerca de las características que definen al estudio de los vínculos entre lo escolar y lo extraescolar como una línea de investigación educativa.

**Palabras clave:** conocimientos matemáticos, educación matemática, didáctica, educación formal, contexto sociocultural

## **Semblanza de los participantes en el simposio**

### **COORDINADOR. SANTIAGO ALONSO PALMAS PÉREZ**

Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática educativa por el DME-CINVESTAV, enfocado en la Educación Matemática de Jóvenes y Adultos. Profesor invitado en la Universidad Autónoma Metropolitana – Lerma. Matemático por la Facultad de Ciencias de la UNAM y Maestro en Investigaciones Educativas por el DIE-CINVESTAV. Ha sido docente en licenciatura, bachillerato, secundaria, y con jóvenes y adultos de baja escolaridad. Ha coordinado campañas de alfabetización incluyendo la capacitación de alfabetizadores desde 2005. Autor de libros de texto para nivel secundaria, guiones museográficos, diseños didácticos, software didáctico, así como varios artículos sobre comunicación de las matemáticas. Su trabajo actual refiere al papel de la tecnología en la educación matemática.

### **DIANA VIOLETA SOLARES PINEDA**

Doctora con Especialidad en Investigaciones Educativas, por el DIE- CINVESTAV. Profesora de la Universidad Autónoma de Querétaro, en la Facultad de Psicología. Miembro del núcleo académico de la Maestría en Aprendizajes de la Lengua y las Matemáticas, Coordinadora de la Especialidad en Enseñanza y Aprendizajes Escolares, en esa misma Facultad. Investigadora de proyectos relacionados con la atención educativa en la diversidad cultural y en situaciones de desventaja social y económica. Asesora académica de proyectos para la formación inicial y continua de maestros en educación matemática. Diseñadora de materiales educativos de matemáticas para distintas modalidades de atención educativa.

### **MARÍA DEL CARMEN ORTIZ FLORES**

Maestra en Aprendizajes de la Lengua y las Matemáticas por la Universidad Autónoma de Querétaro, Licenciada en Educación Primaria. Docente de Educación Básica y Superior. Imparte capacitación para profesores en temas de didáctica. Ha colaborado en proyectos de investigación en la UAQ, y la RIER. Asesora la conformación de la prueba SAID en Querétaro, y elabora reactivos para el



CENEVAL. Ponente-asistente en congresos como el CNIE, la RELME y la SMM. Actualmente es Asesor Técnico Pedagógico, coordinadora general la Mesa Técnica de ATPs de Querétaro, y docente en la Maestría en Innovación de Entornos Virtuales de Enseñanza-Aprendizaje de la UAQ.

### **ARMANDO SOLARES ROJAS**

Doctor en Matemática Educativa por el Cinvestav. Maestro en Matemáticas por el Instituto de Matemáticas (UNAM). Matemático por la Facultad de Ciencias (UNAM), donde fue profesor. Desde 2010 es profesor titular de tiempo completo en la UPN-Ajusco. Ha sido profesor invitado en la Universidad de Granada, Universitat de València, Université du Québec à Montréal, Universidad Autónoma de Querétaro y Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV. Miembro del SNI (nivel 1), del COMIE y del IGPME. Sus líneas de trabajo actuales son: didáctica del álgebra y procesos de transición entre aritmética y álgebra; y análisis epistemológico de los conocimientos matemáticos extraescolares.



# TEXTOS DEL SIMPOSIO

# CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS EN ACTIVIDADES EXTRAESCOLARES. HALLAZGOS, RETOS Y PERSPECTIVAS EN TRES EXPERIENCIAS DE INVESTIGACIÓN

(Autores: Erika Isabel Padilla Carrillo, Diana Violeta Solares Pineda, Ulises Xolocotzin Eligio)

## Introducción

El estudio de los conocimientos matemáticos que se usan más allá de la escuela es necesario por al menos dos razones. Primero, para profundizar el análisis de la dimensión social del conocimiento matemático, reconociendo que éste se vincula directamente con el contexto cultural y con las relaciones sociales. Es necesario trascender la idea de que el conocimiento matemático es una actividad puramente mental que sólo ocurre “adentro de la cabeza” del sujeto cuando está en la escuela, pues esto es insuficiente para explicar la manera en la que el conocimiento matemático surge y toma forma en la cotidianidad de las personas. Asimismo, se requiere investigar las maneras en las que los factores sociales y culturales determinan el saber matemático durante su uso cotidiano en contextos no escolarizados.

La segunda razón por la que se hace necesario el estudio de los conocimientos matemáticos extraescolares, es para explorar las posibilidades de establecer vínculos didácticos entre esos conocimientos y los escolares, problematizando y advirtiendo los retos que implica ese propósito. Los posibles beneficios de hacerlo, así como el análisis de los retos y la problematización de esa tarea ya han sido abordados por influyentes corrientes de la Matemática Educativa, como la matemática realista, las etnomatemáticas, por mencionar solo algunas.

Con el trabajo que aquí presentamos queremos contribuir al enriquecimiento y visibilización de una línea de investigación que explora y problematiza los posibles vínculos entre los conocimientos matemáticos escolares y extraescolares. Con este objetivo, nos hemos dado a la tarea de identificar y exponer en este texto las similitudes y diferencias teóricas y metodológicas de tres investigaciones previamente reportadas que abordan, en contextos distintos y desde posturas teóricas diversas, el conocimiento matemático involucrado en la actividad económica infantil que tiene lugar más allá de la escuela, y sus posibles relaciones con el conocimiento matemático del salón de clases.

Este documento se estructura en tres secciones. Primero presentamos un breve resumen de las investigaciones comparadas. Después hacemos contrastes teóricos y metodológicos. Al final, discutimos la posibilidad de que las tres investigaciones puedan articularse en una misma línea de investigación dedicada al estudio del conocimiento matemático extraescolar y sus posibles vínculos con el conocimiento escolar.

## Tres estudios acerca de los conocimientos matemáticos extraescolares

La investigación de Solares (2012) se propone identificar conocimientos matemáticos que ponen de manifiesto niños y niñas jornaleros agrícolas migrantes en un campo de cultivo al norte de México. Para ello, analiza ciertas actividades laborales y de vida cotidiana en las que participan las familias trabajadoras. Con base en ciertos planteamientos de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y de la Teoría de la Cognición en la Práctica, caracteriza un conjunto de actividades y explora los alcances y límites de los conocimientos matemáticos implicados en ellas.

Solares recurre a observaciones *in situ*, a entrevistas a menores y adultos trabajadores, y al planteamiento de situaciones problemáticas diseñadas a partir de las actividades identificadas. Este estudio pone en evidencia que existen numerosas actividades agrícolas y de la vida cotidiana del campo de cultivo que implican la producción de información numérica y el cálculo aritmético, y si bien la mayor parte de los menores y de sus familias saben –en mayor o menor medida– en qué consisten esas actividades y cómo se llevan a cabo, los conocimientos matemáticos implicados y su complejidad dependen de las funciones y de la jerarquía laboral de cada trabajador. Asimismo, muestra la diversidad de procedimientos que ponen en marcha los alumnos al resolver los problemas aritméticos que se les plantean en las entrevistas, así como algunas ausencias de procedimientos que se supone son fomentados por la escuela. El propósito final de la investigación es aportar elementos que permitan reflexionar sobre los posibles vínculos, distancias y conflictos que podrían existir entre conocimientos que se movilizan en espacios distintos.

Por su parte, Padilla (2015) explora los conocimientos matemáticos de menores trabajadores de colonias pobres y marginadas de la zona metropolitana de la Ciudad de México. Apoyándose también en la TAD, la TDS y la Cognición en la Práctica, se propone identificar conocimientos matemáticos en situaciones laborales específicas, en las que dichos conocimientos se manifiestan. Específicamente se pregunta qué conocimientos matemáticos ponen en juego los menores trabajadores para resolver las situaciones de proporcionalidad que les demanda su actividad laboral. Para ello, la autora procura identificar qué tareas matemáticas enfrentan estos niños en su actividad laboral, cuáles de ellas son tareas de proporcionalidad, cuáles son las técnicas con las que se resuelven, quiénes participan, qué formas de interacción y qué recursos de estructuración se presentan.

En un primer momento observó la actividad laboral de los menores en sus lugares de trabajo; en un segundo momento diseñó y realizó entrevistas con la finalidad de profundizar en los conocimientos matemáticos involucrados. Encontró que los menores trabajadores ponen en marcha técnicas que ya han sido reportadas en otras investigaciones, como *building-up* o procedimientos sobre la marcha, descomposición de cantidades, agrupamientos repetidos, procedimientos híbridos, entre otros. También identificó “técnicas situadas” que están determinadas por el contexto laboral.

En el marco de la Psicología Cognitiva, la investigación de Jay y Xolocotzin (2012, 2015) indaga qué actividades económicas realizan los niños de primarias y secundarias públicas de Bristol fuera del salón de clases, cómo contribuyen esas actividades económicas en el desarrollo del conocimiento y conceptos económicos y matemáticos, y hasta qué punto corresponden las prácticas económicas con las prácticas matemáticas escolares. Su propósito fue construir un puente entre la literatura referente a la actividad económica infantil y la investigación acerca de la relación entre las prácticas matemáticas dentro y fuera del salón. Asimismo, la investigación exploró algunas maneras en las que ese puente puede enriquecer la experiencia escolar.

Los autores recurren a encuestas entre niños de primaria y secundaria para investigar la prevalencia de distintas actividades económicas monetarias y no-monetarias. Hicieron también estudios de auto-documentación, grupos de enfoque, diarios, y cuestionarios abiertos con los padres de familia. Asimismo, realizaron entrevistas clínicas en las que se presentaron preguntas y ejercicios que estaban dirigidas a conectar las actividades económicas con el salón de clases.

El estudio identifica una gran variedad de actividades económicas en las que participan los niños, en muchas de ellas lo hacen de manera autónoma. Los niños reportaron poca relación entre lo que aprenden en la escuela y las actividades económicas que realizan. Sin embargo, advierten que con un andamiaje adecuado sería posible que los niños conectaran los conocimientos escolares con su actividad económica.

## Cercanías y diferencias teóricas

Al reconocer la presencia de conocimientos matemáticos en actividades extraescolares, las tres investigaciones que aquí se reportan comparten ciertos planteamientos respecto a la manera de concebir y caracterizar a la actividad matemática. Si bien tales planteamientos provienen de distintos referentes teóricos de la didáctica de la matemática y la psicología, un punto de coincidencia es que reconocen que la actividad matemática tiene lugar más allá de los espacios escolares e incluso, más allá del ámbito académico de los matemáticos, ampliando así la concepción misma del conocimiento matemático.

Las investigaciones de Padilla y de Solares se apoyan en la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) para reconocer la relatividad del conocimiento matemático: se asume que éste puede tener distintos sentidos asociados a las situaciones problemáticas de las que emerge (Brousseau, 2000). Asimismo, en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), ambas investigaciones asumen que las matemáticas son una actividad más del conjunto de actividades humanas que se llevan a cabo en la sociedad (Chevallard et al., 1998) y que, como tales, pueden analizarse en términos de praxeología: pueden identificarse los “tipos de tareas” que se llevan a cabo en una práctica determinada, las “técnicas” que se emplean para realizar dichas tareas, la “tecnología” que justifica y explica las técnicas, y la “teoría”, que a su vez justifica a la tecnología (Chevallard et al., 1998).

Además, Padilla y Solares recuperan varios planteamientos de la teoría de la Cognición Situada que les permiten abordar la relación entre el conocimiento matemático y la actividad concreta; uno de ellos es que los sujetos conforman maneras particulares de problematizar y de resolver situaciones en función del papel social que se asigna a tales situaciones, de la interacción con otros y de los contextos específicos en los que las interacciones tienen lugar (Lave, 1991).

La investigación de Jay y Xolocotzin (2012, 2015) se basa en la Psicología Cognitiva, que a diferencia la Cognición Situada, considera que el conocimiento es generalizable y, por tanto, transferible. Partiendo de este postulado, se asume que el conocimiento matemático de la escuela puede transitar a contextos extraescolares y viceversa. Además, parte de una perspectiva que considera a los niños como *agentes económicos*, capaces de construir actividades económicas dentro de su propio mundo social, es decir independientemente de la economía formal (Levison, 2000; Webley y Lea, 1993). Esto contrasta con la perspectiva tradicional del estudio de la economía infantil, que se ha concentrado en entender la manera en la que los niños comprenden y se incorporan a la economía monetaria de los adultos.

Si bien se identifican puntos de encuentro entre los marcos teóricos de las tres investigaciones, también se advierten diferencias, entre ellas destacamos la que se refiere a la posibilidad o no de transferir conocimientos matemáticos entre contextos distintos.

Desde la TSD Brousseau (2007) critica el radicalismo con el que se interpreta la transferencia al grado de enseñar “heurísticas” en los salones de clase; argumenta que el dominio de un conocimiento en una situación determinada no garantiza que funcione de la misma manera en otra. Por otro lado, la teoría de la Cognición Situada se opone a la idea de la “transferencia” como explicación de la continuidad cognitiva entre distintos contextos: Lave (1991) afirma que centrarse en “la mente y sus herramientas cognitivas” aísla las actividades y entornos socioculturales de la vida cotidiana, como si el conocimiento fuera neutral y libre de contexto. Plantea que los recursos que estructuran las relaciones entre diferentes situaciones están en la actividad misma y no solo en la memoria de las personas, por lo que señala la necesidad de caracterizar empírica y teóricamente la actividad cognitiva situacionalmente específica: “El proyecto es más bien una «antropología social de la cognición» que una «psicología», dado que hay razones para suponer que lo que llamamos cognición es, de hecho, un fenómeno social complejo” (1991, p. 17).

La Psicología Cognitiva, por su parte, considera que procesos mentales como la abstracción y la transferencia entre contextos no sólo son posibles, sino que juegan un papel esencial en el aprendizaje. Desde esta perspectiva, el conocimiento es generalizable y la forma de investigar consiste en identificar mecanismos cognitivos individuales específicos, para después ir añadiendo variables contextuales de manera sistemática. Tal planteamiento da pie a que el investigador considere en su trabajo la necesidad de determinar procesos que ocurren en la cognición individual *antes* de incorporar aspectos sociales.



Las diferencias entre la Cognición Situada y la Psicología Cognitiva respecto a la transferencia de conocimientos es objeto de debate. Anderson et al., (1996, 1997) argumentan a favor de la Psicología Cognitiva. Invocan la enorme cantidad de evidencia empírica que valida la hipótesis de que el conocimiento es transferible, cuestionando el postulado que consideran contextualista radical de la Cognición Situada. Reconocen sin embargo, que no se ha estudiado de manera específica la transferencia de conocimientos matemáticos –aunque, desde su perspectiva, no hay razón para pensar que el conocimiento matemático tenga alguna propiedad que lo haga “intransferible”. Greeno (1997) por su parte, argumenta en favor de la Cognición Situada. Reconoce la importancia de la abstracción en el aprendizaje, pero sostiene que es imposible explicar la emergencia del conocimiento sin considerar las interacciones sociales, proponiendo una teoría holística – aunque no explica los mecanismos cognitivos individuales.

Las cercanías y diferencias teóricas identificadas entre las investigaciones de Padilla, Jay y Xolocotzin, y Solares son relevantes dado que una preocupación común es la posibilidad de movilización y/o de vinculación entre conocimientos de distintos contextos. Lo que motiva esa preocupación son dos supuestos compartidos. El primero es que ciertos elementos del conocimiento escolar podrían contribuir para enfrentar determinadas situaciones que los alumnos viven en su experiencia extraescolar. El segundo es que incorporar a la enseñanza escolar elementos de ciertas actividades extraescolares en las que participan los sujetos, podría contribuir al aprendizaje de determinados conocimientos escolares.

### **Cercanías y diferencias metodológicas**

Las tres investigaciones encuentran coincidencias en el diseño metodológico, con matices en los recursos usados para el levantamiento y análisis de datos. Entre las coincidencias se destaca la organización del trabajo de campo en dos momentos: en el primero se indaga sobre la actividad (laboral y/o económica) de los menores; mientras que en el segundo momento se profundiza en sus conocimientos matemáticos. También incorporan dos recursos metodológicos comunes: la observación y las entrevistas. Las diferencias se encuentran sobre todo en los énfasis que se dan en la indagación de los conocimientos matemáticos, en el uso de los recursos metodológicos puestos en marcha y en las posturas teóricas a las que responden.

Por un lado, las investigaciones de Padilla y de Solares centran la descripción y análisis de actividades laborales que ponen de manifiesto conocimientos matemáticos, mediante la observación *in situ*. Las herramientas teóricas de la TAD permitieron identificar algunas tareas matemáticas que los menores enfrentaban. En particular, en estas investigaciones se destacó, por un lado el *saber-hacer*, es decir, las tareas y las técnicas implicadas en las situaciones laborales; y por el otro lado, la tecnología desde las interacciones entre los participantes, identificando discursos en torno a las técnicas que ponían en marcha los trabajadores agrícolas cuando corrigen o enseñan a alguien más

una técnica, y de manera implícita en las explicaciones y en la validación de dichas técnicas entre los menores trabajadores y los otros con quienes comparten la actividad.

Por su parte, Jay y Xolocotzin usaron una metodología diseñada para identificar las actividades económicas que los estudiantes de primaria y secundaria hacen fuera de la escuela, considerando tanto las actividades relacionadas con la economía monetaria adulta como aquellas que ocurren en el mundo infantil. En una primera etapa, los autores implementaron una encuesta con aproximadamente 500 niños, con ésta identificaron una prevalencia significativa de actividades monetarias (vender, trabajar, pedir prestado, prestar, gastar y ahorrar) y no monetarias (pedir cosas, prestar cosas, regalar, intercambiar y coleccionar). En la segunda etapa, dotaron a 70 niños con un kit de documentación (un diario y una cámara), solicitándoles hicieran sus actividades económicas y usaran las herramientas para describir y fotografiar los detalles que consideraban más relevantes.

Otro aspecto común que atraviesa a estas investigaciones es que durante la observación se fue haciendo más significativa la fuerte presencia de adultos que comparten el trabajo con el menor o que inciden en las decisiones de las actividades monetarias de las prácticas económicas infantiles. En las observaciones se puso una atención particular en el papel de las relaciones sociales en la conformación de los conocimientos (quiénes participan en las actividades específicas y cuáles son sus intereses).

Aun cuando la observación permite identificar conocimientos matemáticos que se ponen en marcha en la realización de determinadas actividades laborales y económicas, las investigaciones comparten el interés por profundizar en dichos conocimientos, lo que motiva el diseño y realización de entrevistas. Esto conforma el segundo momento en la metodología.

En las entrevistas con menores jornaleros se plantean situaciones problemáticas aditivas y multiplicativas; estas situaciones son diseñadas a partir del análisis y caracterización de actividades agrícolas que implican la escritura numérica y el cálculo aritmético. En el caso de los menores trabajadores del medio urbano se diseñan *tareas experimentales*, enfocadas a tareas que involucran relaciones de proporcionalidad, en éstas se modifican algunas de las características (como el tamaño de las cantidades o los dominios numéricos) buscando las técnicas al “llevar al límite” de su aplicación. Por su parte, las entrevistas con estudiantes ingleses abordan las fotografías y diarios que los menores usaron para documentar sus actividades económicas. Los autores indagan si los niños utilizan algún conocimiento matemático escolar durante sus actividades, y descubren una gran diversidad de prácticas económicas que están fuera del “radar” de los adultos.

Si bien las tres investigaciones guardan relación en cuanto a que las entrevistas permitieron por un lado profundizar en las actividades de los menores, y por el otro lado en entender los conocimientos matemáticos y/o económicos, también hay claras diferencias en el diseño de éstas, así como en las intenciones. Mientras que Padilla como Solares diseñan situaciones que se sustentan tanto en la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) como en los estudios de la Cognición en la

práctica, las cuales son perspectivas que permiten considerar y analizar la relación entre el conocimiento matemático y la actividad concreta situada; Jay y Xolocotzin consideran preguntas de lo que está captado en las fotografías, enfocándose en identificar actividades económicas que puedan contener algún tipo de conocimiento matemático llevado del salón de clases a la actividad económica y viceversa.

## Conclusiones

Presentamos nuestras conclusiones en dos secciones. La primera discute la manera en que la comparación entre los tres estudios presentados responde a la pregunta planteada en este texto. La segunda fórmula preguntas e identifica retos tanto teóricos como metodológicos a los que nos enfrentamos de acuerdo con la complejidad implicada en el problema de investigación que abordamos.

*¿Qué similitudes y diferencias teóricas metodológicas existen entre las tres investigaciones?*

Las investigaciones revisadas exploran los conocimientos matemáticos en el contexto de las actividades laborales y económicas infantiles más allá de la escuela. Aunque no todas lo explicitan en sus propósitos, las tres investigaciones contribuyen a la búsqueda de vínculos entre los conocimientos matemáticos escolares y los extraescolares. Dicha contribución se deriva de un problema común: la discontinuidad entre contextos. Se reconoce la existencia de actividades extraescolares que ponen en marcha ciertos conocimientos matemáticos; dado que las condiciones específicas en que tales actividades se desarrollan son diferentes a las condiciones escolares, los conocimientos matemáticos que se generan en ambos contextos también tienen diferencias entre sí.

Por lo anterior, se hace necesario explorar la posibilidad y pertinencia de una mayor aproximación y/o inclusión entre ambos contextos, con la finalidad de un mayor contacto y enriquecimientos de los diversos conocimientos matemáticos que los sujetos ponen en marcha en los distintos contextos en que participan.

Por otra parte, a pesar de compartir algunos objetivos y problemas de investigación, los tres estudios parten de perspectivas teóricas discrepantes. La perspectiva situada niega la transferencia como explicación de la continuidad cognitiva entre diferentes contextos y suele ser calificada como una perspectiva relativista, mientras que la perspectiva cognitiva es calificada como mentalista, pues pone en el centro la actividad individual anteponiéndola a los factores contextuales. Las investigaciones presentadas no fueron diseñadas para resolver el debate, aunque sus resultados dan material para discutirlo. El problema de la transferencia y vinculación es, entonces, un reto abierto para futuras investigaciones y, dados los resultados presentados en las tres investigaciones, podemos sugerir que las diferentes perspectivas teóricas no son necesariamente excluyentes entre sí, sino complementarias.

Respecto a los métodos de investigación, el estudio de los conocimientos matemáticos extraescolares requiere de herramientas metodológicas capaces de integrar variables sociales y cognitivas. Los tres estudios usan metodologías de corte cualitativo, como la etnografía y la

autodocumentación, y los tres son exitosos en reportar la riqueza de la actividad extraescolar sin negar la complejidad de sus vínculos con el entorno social. Es difícil imaginarse un éxito similar con metodologías enfocadas en la actividad mental individual o únicamente en las características contextuales.

*Preguntas y retos teóricos y metodológicos a los que nos enfrentamos*

Para finalizar, queremos plantear que el estudio de los conocimientos matemáticos extraescolares involucra dos retos teóricos y uno metodológico con los que se aborda el problema.

El primer reto teórico consiste en definir la naturaleza del conocimiento matemático. Destacamos la necesidad de continuar el diálogo sobre el carácter relativo del conocimiento matemático y la transferencia o no de éste, sobre todo cuando no sólo se trata de caracterizar los conocimientos matemáticos que tiene lugar fuera o dentro de la escuela, sino también de estudiar los vínculos (puntos de contacto, conflictos, similitudes) entre ambos tipos de conocimiento.

El segundo reto consiste en integrar lo cognitivo y lo didáctico. Nos referimos a la pertinencia de incorporar tanto perspectivas del campo de la didáctica de las matemáticas como de la psicología cognitiva, o la Cognición Situada, de manera tal que se pueda abordar las relaciones, tensiones y especificidades de los conocimientos matemáticos. De lo contrario, podríamos encontrar ciertos sesgos. Por ejemplo, los estudios de Padilla (2015) y de Solares (2012) inicialmente habían considerado sólo perspectivas teóricas del campo de la didáctica (la TSD y la TAD) para analizar las tareas aritméticas y las técnicas que ponían en marcha lo menores; sin embargo, esa decisión dejaba fuera la complejidad que implica la actividad laboral, las condiciones específicas en que tal actividad ocurre y las interacciones entre los participantes, entre otros aspectos, los cuales son relevantes en la conformación de los mismos conocimientos matemáticos.

Este segundo reto teórico también tiene implicaciones metodológicas. La integración de lo cognitivo con lo didáctico es necesaria para el registro y sistematización de los datos durante la observación de las actividades (laborales/económicas), pero sobre todo para el diseño de situaciones planteadas a través de entrevistas (que no necesariamente tienen un fin didáctico), y que requieren considerar no sólo las variables dadas por el contexto, sino también las “variables didácticas” de las tareas o problemas que implican un conocimiento matemático específico y que ya han sido identificados en otras investigaciones de corte didáctico.

Por último, queremos enfatizar que los resultados presentados contribuyen a la búsqueda del establecimiento de puentes y articulaciones didácticas entre los conocimientos matemáticos que estos menores estudian en sus salones de clases y aquellos que construyen en sus actividades laborales, monetarias, y no monetarias. Quizá sea necesario advertir a quién le toca tender estos puentes, ¿a los didactas?, ¿a los investigadores?, ¿a los profesores?, ¿cómo contribuir al mismo fin desde esas diferentes posiciones?

## Referencias

- Anderson, J. R., Reder, L. M. y Simon, H. A. (1996). Situated learning and education. *Educational researcher*, 25(4), 5–11.
- Anderson, J. R., Reder, L. M. y Simon, H. A. (1997). Situative versus cognitive perspectives: Form versus substance. *Educational researcher*, 26(1), 18–21.
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 12(1), pp. 5–38.
- Brousseau, G. (15 de julio de 2007). Acerca de la evaluación de la enseñanza de la matemática: Estudios en la teoría de las situaciones didácticas 1978 – 2007. XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Querétaro, México.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascoín, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje* (1a ed.). México: (SEP) Biblioteca para la actualización del magisterio.
- Greeno, J. G. (1997). On claims that answer the wrong questions. *Educational researcher*, 26(1), 5–17.
- Jay, T. y Xolocotzin Eligio, U. (2012). Mathematics and economic activity in primary school children. En T. Y. Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 331–338). Taipei, Taiwan: PME.
- Jay, T. y Xolocotzin Eligio, U. (2015). Using documenting to cross barriers between home and school. En J. Traxler y H. Crompton (Eds.), *Mobilizing Mathematics: Case Studies of Mobile Learning being used in Mathematics Education* (pp. 86-95). London, Reino Unido: Routledge.
- Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica* (1a ed.). España: Paidós.
- Levison, D. (2000). Children as Economic Agents. *Feminist Economics*, 6(1), 125–134.
- Padilla Carrillo, E. I. (2015). *Conocimientos matemáticos de menores trabajadores. El caso de la proporcionalidad* (Tesis de maestría inédita). Universidad Pedagógica Nacional, México.
- Solares Pineda, D. V. (2012). *Conocimientos matemáticos de niños y niñas jornaleros agrícolas migrantes* (Tesis doctoral inédita). Departamento de Investigaciones Educativas Cinvestav-IPN, México.
- Webley, P. y Lea, S. E. G. (1993). Towards a more realistic psychology of economic socialization. *Journal of Economic Psychology*, 14(3), 461–472.

# TENDIENDO PUENTES ENTRE LOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS EXTRAESCOLARES Y LA ESCUELA: TRES ENSAYOS DIDÁCTICOS

(Autores: *Laura Bonilla Ramírez, María del Carmen Ortiz Flores, Santiago Alonso Palmas Pérez*)

## Introducción

Uno de los objetivos que se pretende lograr dentro del sistema educativo mexicano, es garantizar que los alumnos adquieran conocimientos, y habilidades que les permitan desempeñarse como ciudadanos y trabajadores. De acuerdo con esta premisa, es necesario tender puentes que permitan la comunicación de conocimientos que se construyen en la escuela y fuera de ella.

Como respuesta a estas demandas surge el interés de docentes e investigadores por el diseño de situaciones didácticas. Se busca que éstas permitan hacer surgir los conocimientos informales que los estudiantes movilizan en actividades de la vida cotidiana, y que en ellas se tomen esos conocimientos para el aprendizaje de los contenidos matemáticos formales que se proponen en la escuela. Ejemplo de ello son las investigaciones de Ortiz (2014), Palmas (2016) y Bonilla (2017) cuyos trabajos se describirán en esta ponencia.

Bonilla (2017) y Ortiz (2014) usan el dinero, y situaciones de compra-venta y ahorro, para caracterizar y acceder a conocimientos de niños sobre problemas aditivos o hipótesis de escritura del Sistema de Numeración Decimal (SND). Por otra parte, Palmas (2016) retoma el cálculo de áreas como contexto para analizar los conocimientos matemáticos previos que pueden aprovecharse para ser propuestos en la escuela.

Los tres estudios dan cuenta de la diversidad de saberes que emergen cuando se les propone a los sujetos la resolución de ciertas situaciones matemáticas. En ellos se muestra la complejidad que representa el diálogo entre las experiencias previas de las personas participantes en los estudios y la intención de acercarlos a los contenidos matemáticos específicos que involucra cada investigación.

Las similitudes y diferencias entre los objetivos, caminos metodológicos, marcos teóricos y resultados de cada investigación nos animan a poner en discusión algunos elementos que pudieran considerarse cuando se pretende investigar las relaciones entre lo escolar y lo extraescolar. Consideramos que estos elementos son más evidentes cuando se describen los estudios de forma particular, pues esto permite identificar las decisiones que cada investigador fue tomando para lograr los objetivos de cada trabajo. De igual manera, esta forma de presentar la ponencia genera preguntas

hacia los caminos de investigación de este objeto de estudio, tales como: ¿Qué marcos teóricos resultan apropiados para indagar sobre los vínculos entre conocimientos escolares y extraescolares?, ¿qué elementos de la vida cotidiana son aquellos que pueden ser aprovechados para propiciar vínculos entre los conocimientos escolares y extraescolares? y ¿qué características deben tener dichos elementos?

Contando con el marco común de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), los autores dan cuenta de los proyectos elaborados para propiciar en los sujetos la movilización de conocimientos matemáticos para la resolución de situaciones que tienen lugar más allá de la escuela y caracterizarlos con el fin de contar con elementos para el diseño de situaciones didácticas. Sin embargo, también se muestra cómo cada una de las investigaciones didácticas requiere apoyarse en posturas teóricas que sustentan las decisiones que tienen que ver con los contenidos matemáticos específicos que abordan y las características de los sujetos a quienes van dirigidas. Esta diversidad teórica da cuenta de la complejidad implicada en mirar las relaciones entre lo escolar y extraescolar.

### Tres ensayos didácticos

#### 1. *Ahorrando en preescolar* (Bonilla, 2017)

Esta situación didáctica tiene por objetivo presentar a los alumnos de 3° de preescolar la oportunidad de explorar portadores numéricos, favorecer la producción de hipótesis en relación a las regularidades del Sistema de Numeración Decimal (en adelante SND) y poner a prueba esas hipótesis mediante una situación de ahorro en la que se utiliza el dinero como medio didáctico para propiciar el descubrimiento de las reglas del SND sin formalizarlas.

La utilización del dinero como un recurso, que para los preescolares es un elemento mayormente extraescolar, aporta a los alumnos experiencias de mucha valía. El dinero en sí mismo despierta interés a los niños pequeños pues es una forma de acercarse y participar en el mundo de los adultos. En esta situación didáctica se buscó tomar en cuenta las capacidades, habilidades y desarrollo cognitivo de los preescolares, así como su interés por el mundo social que está descubriendo. A partir de su puesta en práctica se pretende explorar el valor posicional y el agrupamiento y desagrupamiento como reglas del SND. Aunque estos aprendizajes no se formalizan durante la actividad, las hipótesis que surgen como resultado de la exploración que se propone se constituirán en cimientos de otros más complejos en etapas posteriores de la vida escolar.

Tomando en cuenta los elementos propuestos por la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) se presentó a los alumnos una situación de ahorro que les imponía un reto intelectual para movilizar sus capacidades de razonamiento y expresión.

Recurriendo a las premisas de la TSD, en el diseño se buscó construir un medio antagónico en el que los alumnos pusieran en juego sus conocimientos previos, para ello se tomaron las siguientes decisiones:

- las sesiones de ahorro se llevarían a cabo una vez por semana,

- se ahorraría un máximo de \$15 en cada sesión,
- en una primera etapa se utilizarían sólo monedas de \$1 con el fin de ejercitar el conteo y sobreconteo; en la segunda etapa se incluyeron monedas de \$2 y \$5 para comenzar a trabajar con el valor discreto y el valor continuo de las mismas,
- se diseñó un registro que de alguna manera hiciera evidente el valor posicional de las cifras que se anotaban (Figura 1).
- se propusieron preguntas para reflexionar con los alumnos en el periodo de comunicación de estrategias entre compañeros.

Así mismo, las bases de la TSD permitieron planificar los distintos elementos que tendrían injerencia en los resultados de la aplicación. Se decidió organizar a la clase en grupos pequeños para facilitar la comunicación de estrategias de solución. Se delimitaron las distintas tareas que se requeriría realizar para el llenado del registro: conteo, sobreconteo, escritura y lectura de números grandes, equivalencias de diez monedas de \$1 por una de \$10 y diez monedas de \$10 por un billete de \$100. El análisis a-priori delimitó la intervención del docente en las distintas etapas de la sesión de ahorro y el análisis a-posteriori permitió reconocer todos los elementos evaluables en la implementación de la situación didáctica.

La TSD fue un referente para el diseño de la propuesta de ahorro para el aula, sin embargo, este marco teórico no fue suficiente cuando se tuvo la necesidad de discernir los contenidos y conceptos matemáticos que se verían involucrados en la situación didáctica. Para la delimitación de esos elementos se tomó como sustento las investigaciones de Brizuela (2004) que hacen énfasis en la importancia de los conocimientos que los alumnos adquieren en su vida cotidiana, en lo relacionado con la serie numérica oral y que sugieren que los niños son capaces de construir hipótesis acerca de los aspectos notacionales de los números y al momento de escribir cantidades las ponen en juego. Brizuela enfatiza la importancia de propiciar las producciones escritas de “números grandes” con alumnos de preescolar, para hacer evidentes las regularidades del SND que ya se han apropiado y aquellas que se encuentran en proceso de comprensión.

De igual manera, las investigaciones realizadas por Lerner y Sadovsky (1994) aportaron elementos acerca de cómo las interacciones con la serie numérica oral, además de las representaciones gráficas de cantidades con las que los niños preescolares entran en contacto, les permiten reflexionar sobre el funcionamiento del SND, principalmente en lo que se refiere al valor posicional. Los hallazgos de estas autoras permitieron delinear el recorrido cognitivo que los pequeños hacen en su intención de conocer las reglas de ese sistema e identificar importantes hipótesis infantiles acerca de la escritura numérica.

En la situación didáctica de ahorro que se ha descrito, los niños pudieron experimentar el concepto de la equivalencia, así como realizar registros de “números grandes” utilizando el valor de



las monedas y billetes, que para los alumnos son parte de su vida extraescolar, como referente para hacer evidente el concepto de valor posicional.

Durante la implementación de la situación didáctica de ahorro, se pudieron apreciar diversas expresiones y procedimientos que evidencian el surgimiento de hipótesis sobre el funcionamiento de las reglas del SND:

- Lectura convencional de los “números grandes” basándose en la serie oral y en las cantidades de monedas y billetes que poseían.
- Discusión entre compañeros sobre la lectura de números grandes y la ocasión de comparar sus hipótesis.
- El uso de dinero y la interacción con el sistema monetario se convirtió en un apoyo significativo para la resolución de problemas de cálculo numérico con base en los registros realizados.
- Surgimiento de hipótesis sobre el agrupamiento y desagrupamiento de unidades.

2. *La simulación de compra-venta para la indagación de conocimientos matemáticos* (Ortiz, 2014)

Uno de los contextos frecuentemente recurridos en la escuela para la construcción de conocimientos matemáticos aritméticos, es la situación didáctica que emula la compra-venta (La Tiendita). Por medio de ella los docentes esperan dotar de sentido cálculos aritméticos como la suma, resta, multiplicación y división. Ortiz (2014) recurre a esta simulación con el objetivo de caracterizar los procedimientos que niños de segundo grado de primaria llevan a cabo al resolver problemas de tipo aditivo.

A través de entrevistas individuales –basadas en una aproximación al método clínico piagetiano y la observación participante (Carragher, Carragher y Schliemann, 1995)–, se propuso a diez alumnos de segundo grado de primaria participaran “jugando” a la tiendita con el entrevistador.

Para la construcción del dispositivo de indagación se contemplaron distintos referentes teóricos dada la complejidad de la simulación: la TSD (Brousseau, 1997) permitió analizar la simulación como el medio al que se enfrentarían los alumnos, e identificar las variables didácticas; la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1991) delimitó las características matemáticas de los problemas a plantear, también permitió anticipar algunos procedimientos de los alumnos; además estudios de corte psicogenético sobre la construcción en torno al dinero y la compra-venta (Delval, 1989; Delahanty, 1989) aportaron bases para decisiones referentes al contexto.

Algunas de las decisiones metodológicas tomadas, a partir de este marco teórico:

- De seis relaciones aditivas posibles (Vergnaud, 1991), se presentaron sólo dos: problemas de composición de medidas (determinar el monto a cobrar) y de transformación (determinar el monto del cambio).

- Se varió el rango numérico en los problemas, no sólo poniendo precios más altos, sino atendiendo a la complejidad que implican las combinaciones de los números con los que se operaban.
- El alumno fue el vendedor pues ello lo forzaba a enfrentarse a los cálculos en juego. El entrevistador fue el comprador, pues le permitía decidir la cantidad de productos a comprar, y el monto con el que paga para proponer variedad de cálculos.
- Lápiz, papel, billetes, monedas de distintas denominaciones y calculadora, fueron utilizados de manera libre por los alumnos lo que permitió diversificar sus procedimientos.

Respecto a los procedimientos a los que recurren los alumnos para resolver los problemas planteados se encontró que los alumnos en general, recurren con mayor frecuencia a procedimientos de cálculo mental que al algoritmo escolar. A continuación, se mencionan algunos procedimientos según el tipo de problema:

- Problemas de tipo composición de medidas (determinar el monto a cobrar)

Todos los niños identifican a la suma como aquella operación que resuelve estos problemas. Respecto al cálculo mental, se presentaron las siguientes estrategias:

El sobreconteo, que consiste en contar a partir del primer sumando hasta llegar al segundo. Éste lo usaron los niños en problemas donde el tamaño de los números no es grande.

La descomposición aditiva, que separa los sumandos en cantidades menores que permitan realizar cálculos con mayor facilidad.

- Problemas de tipo transformación de medidas (determinar el monto del cambio)

La mayoría de los alumnos identifican a la resta como la operación para resolver estos problemas. Este resultado es relevante porque evidencia que los alumnos escolarizados van construyendo el significado de la resta como la operación que encuentra la diferencia entre dos cantidades y el significado del decremento.

La búsqueda del complemento aditivo fue un procedimiento frecuente para este tipo de problemas. Consiste en buscar lo que hay que agregar o quitar al estado inicial para llegar al estado final (Vergnaud, 1991).

En los procedimientos identificados se puede notar cómo los conocimientos matemáticos construidos en la escuela y fuera de ella, constituyen un bagaje fundamental del que los alumnos echan mano para resolver problemas de tipo aditivo. Cabe señalar que en algunas estrategias de solución fue difícil determinar si ese procedimiento fue construido en actividades dentro de la escuela o fuera, enfatizando ello la “porosidad” de estos contextos. Sin embargo, en otros casos es más fácil discernir cómo las experiencias de los niños influyen en sus procedimientos, por ejemplo: el caso del

complemento aditivo utilizando dinero para completar la cantidad es una práctica constante en actividades reales de compra-venta, mientras el uso del algoritmo evidentemente tiene que ver con experiencias escolares.

Se considera que los resultados de esta investigación permitirán a los docentes tender puentes entre la escuela y las experiencias fuera de ella. En específico:

- Se invita a no naturalizar la actividad de la compra-venta como una experiencia sencilla y homogénea para los alumnos.
- Existe una diversidad de procedimientos que los alumnos utilizan al resolver problemas aditivos como los planteados. Éstos debiesen ser socializados y analizados en las prácticas del aula.
- Las variables didácticas utilizadas en la simulación pueden ser consideradas por los maestros para el diseño didáctico de la actividad en el aula.

3. *Las tecnologías digitales como medio de acceso a ideas matemáticas poderosas. Un estudio con adultos de baja escolaridad* (Palmas, 2016)

El estudio de Palmas (2016) tuvo como objetivo identificar el papel de la tecnología en la construcción de *ideas matemáticas poderosas* (Skovsmose y Valero, 2009) (como la generalización y el proceso de tránsito entre el dibujo y la figura geométrica) en adultos de baja escolaridad.

Basado en una entrevista semi-estructurada, el autor encontró que una necesidad geométrica de los adultos con baja escolaridad era el cálculo de áreas irregulares, por ejemplo, para cobrar por pintar una pared o para solicitar recursos del gobierno para cuidar sus parcelas. Posteriormente, se diseñó una situación didáctica para construir los conceptos de área, perímetro y los procesos de cálculo de superficies. Esta situación didáctica se diseñó con base en dos teorías principales: la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1997) y la Matemática Crítica (MC) (Skovsmose, 1999).

La TSD se caracteriza por buscar las condiciones para una génesis artificial del conocimiento matemático bajo la hipótesis que éstas no se construyen espontáneamente (Panizza, 2004). La TSD ha demostrado que el conocimiento matemático es sensible a las *variables didácticas* que se manipulan y diseñan en la situación didáctica. Por su parte, la MC hace énfasis en el rol del conocimiento matemático como elemento de cambio y emancipación social.

El método de investigación de este estudio se inspiró en la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995). Consistió en una serie de entrevistas semi-estructuradas para la identificación de concepciones matemáticas, así como de necesidades educativas. Posteriormente, se diseñó una situación didáctica y un software *ad hoc* para confrontar las hipótesis matemáticas formuladas por los adultos.

En las entrevistas se notó que una manera en que los adultos con baja escolaridad calculan el área es haciendo un promedio entre lados opuestos y multiplicándolos, como se observa en la siguiente figura (Figura 2).

Así mismo, se registró que la mayoría de los adultos usaba una generalización de la fórmula para calcular el área de un rectángulo *base x altura*. En la situación didáctica, se pretendió contrastar estas formas de cálculo con el cálculo de área por medio del teorema de Pick. La elección del teorema de Pick respondió al análisis *a priori* identificando que los adultos usan operaciones aritméticas simples como el conteo. El teorema, es una forma de calcular (y estimar) áreas por medio de una sola fórmula en vez de memorizar una por cada figura –cuestión que sucede en la educación para niños–.

Para lograr lo anterior se diseñó una situación didáctica y un software que representara el Teorema de Pick, con el propósito de fungir como un soporte cognitivo de la representación gráfica del teorema, esto es, representando los puntos latiz interiores, los puntos latiz en el perímetro y permitiendo manipular los vértices de la figura observando los cambios dinámicos en el cálculo del área cuando estos vértices se mueven.

Posteriormente, se presentó un problema generador de discusión para continuar la secuencia didáctica. Este problema consistía en calcular el área de una pared con forma irregular, los mismos adultos validaron su cálculo al finalizar la secuencia didáctica comparando sus producciones iniciales con el cálculo generado usando el teorema de Pick.

A continuación, se presentó el teorema de Pick como una opción para calcular las áreas y se pidió a los adultos que calcularan de dos maneras diferentes rectángulos de distinta área:  $5 \times 3$  y  $3 \times 6$ . Algunas tareas de la situación incluyeron: cálculo del área de polígonos, identificación y uso de nociones como área y perímetro, resolución de problemas de su vida cotidiana, uso del teorema de Pick y la generalización del método de cálculo.

Algunos resultados de este estudio fueron:

- La tecnología ayudó a los adultos a visualizar y manipular objetos matemáticos de manera dinámica y reconocer sus relaciones, por ejemplo, los vértices y su relación con el perímetro y área.
- El uso del teorema de Pick acarrea la necesidad de entender si un punto es latiz o no.
- Los adultos no cambiaron su conocimiento de base x altura por el teorema de Pick, en cambio, lo añadieron a su repertorio de formas de cálculo de área.
- Se reconoció que el cálculo de figuras geométricas en la escuela para niños podría trabajarse antes de 3º de secundaria en donde se enseña el teorema de Pitágoras.

En este estudio, se usaron dos teorías principales: la educación matemática crítica para reconocer y promover ideas matemáticas poderosas y la TSD para diseñar una situación didáctica que permita poner en juego dichas ideas matemáticas. En particular, la TSD colaboró para el registro de las relaciones explícitas e implícitas entre un educando y una situación didáctica, así como la identificación de variables didácticas que modelan el aprendizaje matemático bajo cierto contexto que puede no ser escolar.

## Discusiones finales

Los tres estudios descritos en esta ponencia muestran un camino para organizar y caracterizar elementos de actividades de la vida extraescolar que se pueden retomar para la creación de situaciones didácticas con propósitos específicos. Por ejemplo, el ahorro de dinero como actividad para reflexionar sobre las reglas del SND, la compra-venta para enfrentar la solución de problemas de tipo aditivo y el cálculo de áreas y sus procedimientos espontáneos para aumentar el repertorio de figuras a las que es posible calcular esta propiedad geométrica.

Las decisiones tomadas para cada estudio permiten identificar las características fundamentales que una situación extraescolar debe reunir para propiciar vínculos con contenidos escolares, tales como:

- Que posea un campo amplio de elementos que puedan convertirse en variables didácticas para modificar la complejidad de la secuencia didáctica y alcanzar los fines para la que fue pensada.
- Que represente para el sujeto la oportunidad de participar activa y eficazmente en su contexto social.
- Que responda a preocupaciones genuinas de la vida extraescolar de los sujetos a quienes va dirigida para que se involucren en la actividad con interés.
- Que implique un verdadero reto a los sujetos, ellos deben contar con estrategias para afrontarla, aunque esto no conlleve necesariamente poder resolverla.

Los estudios aquí mostrados retoman diferentes posturas teóricas para construir las situaciones que plantean a su población. La TSD permitió delinear algunas decisiones metodológicas para el planteamiento de problemas y la identificación de la importancia de las variables didácticas que se debían incluir, por lo cual consideramos que esta perspectiva teórica es un fuerte referente para decisiones en investigaciones de este corte.

Cabe mencionar que las fortalezas que la TSD aportó a las investigaciones descritas no fueron suficientes para las decisiones que era necesario tomar, en específico para definir los contenidos matemáticos que se incluirían en cada situación y para reconocer y organizar los conocimientos provenientes del espacio extraescolar. Para ello se recurrió a una diversificación teórica (como la Teoría de Campos Conceptuales, estudios sobre la construcción del SND o la MC) que diera luz acerca de los elementos que es posible retomar en los diseños didácticos.

Otro punto a discusión radica en los límites y potencialidades de considerar actividades extraescolares para propiciar vínculos con contenido matemáticos formales que tienen lugar en la escuela. Habrá que considerar que al ser simulaciones de actividades reales que ocurren más allá de la escuela, éstas son limitadas, ya que no es posible recrear en su totalidad la actividad que se plantea, de ahí su esencia de simulación y reconocer que los objetivos de la educación escolar no se pueden separar por completo de los de la vida cotidiana, ni pretender que se trasladen tal cual son.

Por último, cabe destacar que los estudios mostrados permiten enfocar ciertos aspectos de la vida cotidiana, retomarlos y ponerlos en juego dentro de diseños didácticos. Se puede concluir que los resultados remitieron a: 1) la identificación y acercamiento al conocimiento extraescolar que se debería retomar activamente en momentos educativos organizados, 2) la identificación de un marco que sirva para tomar decisiones de corte didáctico para el aula y metodológicas para la investigación, 3) reconocer los elementos de contextos extraescolares para el apoyo en el trabajo conceptual dentro del aula, 4) identificar las necesidades educativas a partir de actividades situadas en situaciones culturales, sociales y políticas y 5) el surgimiento de algunas hipótesis acerca de los efectos de la educación tradicional en los participantes.

## Referencias

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, y P. Gómez (Ed.), Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 33–59). Colombia, Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bonilla Ramírez, L. (2017). Ahorrando en preescolar. Entre maestros, UPN. No. 57, I-VIII. Recuperado de: [editorial.upnvirtual.edu.mx/index.php/entre-maestr-s](http://editorial.upnvirtual.edu.mx/index.php/entre-maestr-s)
- Brizuela, B. M. (2004). Algunas ideas sobre el sistema de numeración escrito en niños pequeños. En N. E. Elichiry, Aprendizaje de niños y maestros. Hacia la construcción del sujeto educativo (pp. 15–27). Buenos Aires: Manantial.
- Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. (M. C. Nicolas Balacheff, Ed.). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Carraher, T., Carraher, D. y Schliemann, A. (1995). En la vida diez, en la escuela cero. México: Siglo XXI.
- Delahanty Matuk, G. (1989). Génesis de la noción del dinero en el niño. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Delval Merino, J. (1989). La representación infantil del mundo social. En E. Turiel, I. Enesco, y J. Linaza, El mundo social en la mente infantil (pp. 245–328). Madrid: Alianza.
- Lerner, D., y Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En C. Parra, y I. Saiz, Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones (pp. 95–184). Buenos Aires: Paidós Educador.

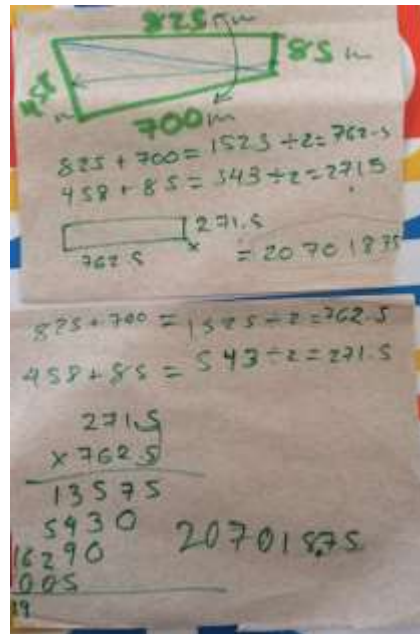
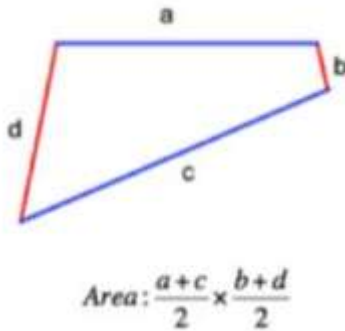
- Ortiz Flores, M. (2014). Procedimientos de resolución de problemas aditivos escolares en el contexto de compra-venta en alumnos de segundo grado de primaria (Tesis de maestría inédita). Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Palmas Pérez, S. A. (2016). Las tecnologías digitales como medio de acceso a ideas matemáticas poderosas. Un estudio con adultos de baja escolaridad (Tesis doctoral inédita). Departamento de Matemática Educativa - Cinvestav, México.
- Panizza, M. (2004). Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas. Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB: Análisis y Propuestas (pp. 59–71). Buenos Aires: Paidós.
- Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica (P. Valero, Trad.). Bogotá: Una empresa docente - Universidad de los Andes.
- Skovsmose, O., y Valero, P. (2009). Democratic Access to Powerful mathematical Ideas. En L. D. English, Handbook of international research in mathematics education (pp. 383–408). New York: Routledge.
- Vergnaud, G. (1991). Los problemas de tipo aditivo. En G. Vergnaud, El niño, las matemáticas y la realidad (pp. 161–184). México: Trillas.

## Tablas y figuras

Figura 1



Figura 2





# CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS EXTRAESCOLARES Y ESCUELA: MIRADAS DIDÁCTICAS EN CONTEXTOS DE DIVERSIDAD CULTURAL

(Autores: *Armando Solares Rojas, Diana Violeta Solares Pineda, Ulises Xolocotzin Eligio, Santiago Alonso Palmas Pérez*)

## Introducción

Los participantes del Seminario “Estudios sobre conocimientos matemáticos en contextos extraescolares” (seminario permanente del área de Posgrado de la Facultad de Psicología de Universidad Autónoma de Querétaro) consideramos necesario hacer explícitos los aspectos que caracterizan el estudio de los vínculos entre lo escolar y lo extraescolar como una línea de investigación educativa. Pensamos que ello aporta elementos a la comunidad de investigación educativa en México para construir una agenda de investigación que considere la complejidad de las relaciones entre estos dos contextos y que impacte en escenarios educativos específicos.

En este seminario nos preguntamos: ¿en qué aproximaciones teóricas se ubican los estudios que abordan las relaciones entre lo escolar y lo extra-escolar?, sus resultados, problemáticas y aproximaciones teóricas y metodológicas ¿permiten constituir un objeto de estudio?, ¿es éste un objeto de estudio "nuevo"?

Nuestro interés surge de la necesidad de ampliar la mirada en la investigación educativa matemática y estudiar la actividad matemática más allá de los salones de clases, pero con una mirada que enfatice un diálogo entre las diversas instituciones y comunidades donde se realizan actividades matemáticas, considerando el aprendizaje, las prácticas, las formas de validación y de existencia del conocimiento matemático.

En esta ponencia comenzamos ubicando nuestras investigaciones en el contexto nacional e internacional. Posteriormente, proponemos tres elementos que permiten establecer las características fundamentales de lo que consideramos una línea de investigación. Por último, mostraremos algunas reflexiones finales sobre la necesidad e importancia de fundamentar esta línea de investigación educativa.

## Una primera revisión de la investigación educativa sobre los vínculos entre lo escolar y lo extraescolar

Entre los estudios afines a los nuestros, encontramos los reportados en los estados del conocimiento del COMIE que abordan las Investigaciones sobre educación preescolar y primaria (Ávila

et al., 2013) y la Educación, desigualdad y alternativas de inclusión (Hernández et al., 2013). En el primero, Ávila et al. (2013) específicamente en el apartado dedicado a “Investigaciones acerca de educación de jóvenes y adultos y saberes no escolares” (pp. 52-54) registran el interés por dilucidar el conocimiento matemático construido en la experiencia de vida, utilizando el método de la entrevista clínica como principal mecanismo de investigación. Los autores consideran que las investigaciones de la primera década de este siglo se han diversificado teórica y metodológicamente y han ampliado sus temas de estudio, incluyendo los saberes construidos en las experiencias laborales, las características de los sistemas educativos que se ofrecen a jóvenes y adultos, el vínculo entre los saberes no escolares y los escolares, y la experimentación de propuestas didácticas.

Por su parte, Hernández et al. (2013) establecen que la temática de la Educación con personas jóvenes y adultas va “más allá de los parámetros escolares propios y en ámbitos diferentes al académico” (p. 229), abordando cuestiones como “formación para la ciudadanía, el trabajo productivo, el desarrollo sostenible y comunitario, y los actuales flujos migratorios, así como las miradas de los movimientos culturales, en particular los étnicos” (p. 230).

En el escenario de la investigación internacional podemos ubicar distintas perspectivas que abordan los vínculos entre lo escolar y lo extraescolar. Si bien más adelante discutiremos puntualmente algunas de las cercanías y las distancias con nuestros estudios, a continuación, mencionamos algunas investigaciones clásicas que han sentado bases importantes sobre las cuales se constituyen los trabajos más recientes.

Para la Etnomatemática (D'Ambrosio, 2013) es necesario “desmitificar una forma de conocimiento matemático como definitivo, permanente, absoluto y neutral” (Fuentes, 2014, p. 225); de hecho, todas las comunidades humanas han desarrollado ideas matemáticas para resolver los problemas de su cotidianeidad. Esta perspectiva considera que se puede ofrecer la educación como un espacio para dotar de instrumentos comunicativos, analíticos y materiales, y así generar capacidades críticas en una sociedad multicultural.

Con la influencia de los Nuevos Estudios de la Literacidad señalan la necesidad de identificar las particularidades de las matemáticas desde sus prácticas sociales y culturales. Estudios bajo esta perspectiva teórica resaltan la imposibilidad de separar las prácticas matemáticas del contexto en donde se sitúan.

Por su parte, la Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1999) ha establecido una línea de investigación en donde “la alfabetización matemática se convertiría en una condición previa para la emancipación social y cultural” (Skovsmose y Valero, 2009, p. 29). En estos estudios el vínculo con lo extraescolar no sólo implica un “uso” adecuado de las matemáticas, sino un conocimiento necesario para transformar el entorno, es decir, como una herramienta de emancipación social y cultural.

Por último, es importante mencionar una línea de pensamiento distinta que ha analizado el vínculo entre lo “cotidiano” y lo escolar. Los estudios recientes de la OECD se han enfocado en la

identificación de comportamientos o actitudes matemáticas observables (ver la encuesta *Adult Literacy and Lifeskills Survey* (ALL), 2002). Esta perspectiva ha tenido impacto en las posiciones de algunas instituciones al definir la presencia del conocimiento matemático en términos utilitarios, por ejemplo, cuando se dice que analfabeta funcional es una persona incapaz de “utilizar sus destrezas de lectura, escritura y cálculo de forma eficiente en las situaciones habituales de la vida”.

Las revisiones del estado del arte nos posibilitan ubicar nuestros trabajos en el escenario de la investigación educativa actual. A continuación, presentaremos tres elementos que consideramos relevantes para abordar el estudio de los vínculos entre lo escolar y lo extraescolar.

### **El estudio de los conocimientos matemáticos extraescolares y sus vínculos con lo escolar**

El título de esta ponencia –y del simposio mismo– hace referencia a “conocimientos matemáticos extraescolares”. Esa expresión marca una diferencia con los conocimientos matemáticos escolares; ¿en qué consiste esa diferencia?, ¿qué implica esa manera de denominar y de distinguir? Responder o al menos reflexionar en torno a esas preguntas es relevante ya que las investigaciones que se ocupan del tema usan ésta y otras expresiones para distinguir dos tipos de conocimientos matemáticos y los contextos en los cuales tienen lugar: escolar-extraescolar, dentro de la escuela-fuera de la escuela, escolar-no escolar...

Una característica de nuestras investigaciones es el propósito de explicitar nuestros posicionamientos en relación a lo que se entiende por lo escolar y lo extraescolar. Las posiciones donde nos situamos corresponden a la gran diversidad de perspectivas que encontramos en las investigaciones sobre estos temas.

En América Latina existen diversos estudios que abordan la exploración de los conocimientos matemáticos comparando el desempeño de los sujetos en el contexto escolar y en contextos extraescolares. Por ejemplo, con respecto a los pueblos indígenas, varios de esos estudios se han interesado en las relaciones, las diferencias y los conflictos que puede haber entre los conocimientos matemáticos adquiridos en el ámbito de la vida comunitaria (por ejemplo, en festividades y en actividades productivas) y los que se adquieren en el ámbito escolar. Estos estudios resaltan la asimetría entre el conocimiento escolar que se impone a las poblaciones al margen de su cultura y los conocimientos matemáticos de la cultura local implicados en prácticas comunitarias (Schroeder, 2001; Gesteira, 2001; Knijnik, 2003).

Otros estudios, como el de Carraher, Carraher y Schliemann (1995) sobre el desempeño matemático de menores que venden productos en las calles de Brasil, abordan los procedimientos no convencionales y los comparan con aquellos que se enseñan en la escuela. En este caso, podríamos considerar que la distinción entre lo escolar y lo extraescolar hace énfasis en las formas de proceder de acuerdo con los contextos en los que se desempeñan los sujetos.

Respecto a los estudios sobre adultos no alfabetizados, se ha analizado la diversidad de procedimientos y de recursos utilizados por estos adultos cuando resuelven situaciones de su entorno laboral o problemas propuestos en entrevistas (Ávila, 1988, 2009; Ferreiro et al., 1987; Soto, 2001; Delprato y Fuenlabrada, 2005; Broitman y Charlot, 2014). Un objetivo de estos estudios es identificar las diferencias y distancias entre los conocimientos escolares y los extra-escolares.

Algunos otros estudios abordan los vínculos entre los conocimientos escolares y los extraescolares mediante el análisis de las relaciones entre las instituciones donde se presentan, específicamente las educativas y las laborales. Por ejemplo, en la formación de ingenieros se identificó las diferentes actividades sociales y culturales, con distintos propósitos, metas y prioridades que se presentan en estas instituciones (Li, 2013; FitzSimons, 2013; Romo, 2014).

Respecto a nuestras investigaciones, encontramos también una diversidad de posicionamientos, los cuales fueron ya descritos en las ponencias 1 y 2 de este simposio. De ellos vale la pena destacar que existe una tensión entre las maneras en que se entiende lo “escolar” o “dentro de la escuela”, y lo “extraescolar” o “afuera de la escuela”. Por una parte, estudios como los de Jay y Xolocotzin (2015) parten de que se puede aprender adentro de la escuela, y también afuera de la escuela, asumiendo que la actividad económica infantil fuera de la escuela involucra, o puede involucrar, el uso de conocimientos que podrían considerarse como matemáticos. Asimismo, consideran que el conocimiento matemático puede existir fuera de la escuela y que el conocimiento matemático puede transferirse de la escuela hacia la vida extraescolar y de la vida extraescolar hacia la escuela.

Por otra parte, investigaciones como las de Solares (2012) y Padilla (2015) destacan que las fronteras entre lo que se entiende por “dentro” y “fuera de la escuela” son “permeables” y “porosas”, y no pueden ser establecidas de manera clara. Esta posición coincide con lo que señala Nespor (2002, 2004), quien destaca que el conocimiento se construye en la interacción del sujeto con el mundo y analiza las interacciones de los sujetos con distintos espacios y tiempos, subrayando la posibilidad de que los aprendizajes transiten entre esas dimensiones, lo cual cuestiona la división del “adentro” y “afuera” que suelen predominar en diversos estudios. Estos estudios reconocen que “las paredes de la escuela son porosas”, y que “una mejor comprensión del aprendizaje en espacios de aprendices puede ser un recurso para entender cómo el aprendizaje transpira en otras circunstancias históricas, incluyendo las escuelas de hoy” (Lave, 1996, p. 154).

Las tensiones descritas corresponden a diferencias tanto teóricas como metodológicas entre las investigaciones que abordan los vínculos entre lo “escolar” y lo “extraescolar”. A continuación, discutimos algunas de ellas.

### **La necesidad de recurrir a distintas posturas teóricas**

Tal como hemos mostrado, hay una gran diversidad de marcos teóricos y acercamientos metodológicos en los que se inscriben las investigaciones que abordan los vínculos entre lo escolar y

lo extraescolar. En nuestra revisión encontramos que esta diversidad de puntos de vista es resultado de la complejidad del objeto de estudio abordado, de la multiplicidad de factores involucrados y de la necesidad abordar los fenómenos y hacer propuestas educativas atendiendo distintas miradas.

Por ejemplo, en nuestros estudios ha sido muy frecuente el uso de la Teoría de Situaciones Didáctica (TSD) (Brousseau, 1997) como uno de los marcos de referencia. Desde las investigaciones que analizan las formas en que se movilizan los conocimientos matemáticos en contextos extraescolares (Solares, 2012; Padilla, 2015) hasta los que proponen diseños didácticos en los que estos conocimientos buscan espacios en la escuela (Ortiz, 2014; Palmas, 2011, 2016; Bonilla, 2017), la TSD ha servido, por una parte, para comprender las distancias y las relaciones entre las situaciones didácticas escolares y situaciones extraescolares que involucran el uso de conocimientos matemáticos; y, por otra parte, ha permitido proponer elementos provenientes de experiencias extraescolares que pueden enriquecer las situaciones didácticas escolares.

Además, todos nuestros estudios han recurrido a otras teorías buscando comprender aspectos en los que, por ejemplo, la TSD no hace énfasis, como las características socialmente compartidas de los sistemas monetarios, o las formas de negociación y validación social de las soluciones de las situaciones extraescolares. Así, por ejemplo, Solares (2012) y Padilla (2015) recurrieron a elementos de la Teoría de la Cognición en la Práctica (Lave, 1991) para identificar conocimientos y técnicas matemáticas usadas en las actividades laborales abordadas. Palmas (2016) recurre a la Matemática Crítica (Skovsmose, 1999) para reconocer ideas matemáticas con las que se puede ejercer poder; y Ortiz (2014) a la Teoría de Campos Conceptuales (Vergnaud, 1991) para delimitar las características matemáticas de los problemas planteados en los salones de clases.

Es importante señalar que en este seminario se ha desarrollado otras investigaciones, que, si bien adoptan perspectivas teóricas distintas, también indagan sobre las relaciones entre los conocimientos provenientes de prácticas económicas y las prácticas escolares. Éste es el caso de Jay y Xolocotzin (2015) quienes se ubican en el marco de la Psicología Cognitiva.

Así, incitadas por la complejidad de los fenómenos a estudiar, nuestras investigaciones han tenido necesidad de usar diversos marcos teóricos. En ellas es notoria la necesidad de crear lazos entre teorías que permitan analizar los distintos aspectos presentes en nuestros estudios, educativos, sociales, culturales, etcétera. En ese sentido, nos adherimos a la búsqueda de Artigue et al. (2008) cuando señalan que uno de sus objetivos es identificar qué se necesita para clarificar las conexiones entre teorías en educación matemática y su integración

## **Diálogos y debates entre los diversos estudios sobre lo escolar y lo extraescolar**

Entre las características de nuestras investigaciones cabe destacar la posibilidad de establecer diálogos teóricos y metodológicos con perspectivas distintas a las propias pero que abordan

las mismas problemáticas. Además de coincidencias fundamentales, en estos diálogos hemos encontrado puntos abiertos de debate que han enriquecido y han ampliado nuestras miradas.

Este documento se estructura en tres secciones. Primero presentamos un breve resumen de las investigaciones comparadas. Después hacemos contrastes teóricos y metodológicos. Al final, discutimos la posibilidad de que las tres investigaciones puedan articularse en una misma línea de investigación dedicada al estudio del conocimiento matemático extraescolar y sus posibles vínculos con el conocimiento escolar.

Uno de estos debates aborda la cuestión de la *transferencia del conocimiento*. En nuestras discusiones al interior del Seminario “Estudios sobre conocimientos matemáticos en contextos extraescolares” nos preguntamos: *¿se puede transferir conocimiento matemático de un contexto a otro?* Las respuestas han sido muy variadas y, a veces, encontradas. Por un lado, se ha trabajado desde la perspectiva de la psicología cognitiva, que postula que la transferencia no sólo es posible, sino esencial para aprender. Por otro lado, también se ha trabajado desde la perspectiva de la cognición situada, que postula que la transferencia es imposible. Más que elegir una única postura, tal vez debamos producir más datos para delinear los límites de cada teoría, y así poder hacerlas dialogar, contrastándolas, pero también accediendo a las preocupaciones comunes.

La presencia de conocimientos matemáticos en una amplia diversidad de actividades extraescolares aparece como coincidencia fundamental en nuestras investigaciones. A partir de esta coincidencia, planteamos la necesidad del debate tanto teórico como epistemológico y metodológico de lo que implica la noción de transferencia para nuestros estudios. En el caso del Seminario “Estudios sobre conocimientos matemáticos en contextos extraescolares” este debate está apenas comenzando.

## Reflexiones finales

Las discusiones presentadas en esta ponencia y en las anteriores buscan hacer explícitos algunos de los aspectos que caracterizan al estudio de las relaciones entre los conocimientos matemáticos escolares y los extraescolares. Como hemos mostrado, no se trata de un nuevo objeto de estudio, pero por lo que podemos advertir en el último Estado del Conocimiento del COMIE 2002-2011 (Ávila et al., 2013; Hernández et al., 2013), posiblemente este objeto de estudio no ha tenido la presencia que sí tienen otros ya “consolidados” en la Educación Matemática. A manera de reflexiones finales presentamos las contribuciones que nuestras investigaciones hacen a esta línea de investigación.

En el escenario de las numerosas investigaciones en torno a las relaciones entre lo escolar y lo extraescolar, consideramos que nuestros estudios aportan una mirada didáctica que enfatiza el diálogo con la escuela. En particular, las investigaciones presentadas en la ponencia 2 plantean el objetivo de poner a prueba diseños didácticos que recuperen los conocimientos movilizados en

actividades extraescolares. Esta perspectiva didáctica reconoce la complejidad del objeto de estudio al incorporar los aspectos sociales, institucionales, culturales y también cognitivos.

Otra de las aportaciones de nuestras investigaciones es que ponen en el centro a los menores y los conocimientos matemáticos de los que se apropian y que usan en sus actividades extraescolares. En el Estado del Conocimiento 2002-2011 del COMIE llama la atención que sólo para el caso de la educación de adultos hay una especificación sobre investigaciones en torno a “saberes no escolares” (“Investigaciones acerca de educación de jóvenes y adultos y saberes no escolares”). ¿Será que el asunto de la relación escolar-extra escolar se ha pensado primordialmente para la población adulta?

Una más de las características esenciales de nuestras investigaciones es el papel central que se otorga al contexto extraescolar en la constitución de los conocimientos matemáticos. En contraste, en el apartado de “Investigaciones sobre las concepciones de los alumnos” Hernández et al. (2013) señalan que un elemento “novedoso” en la metodología de algunas investigaciones de la década anterior es la consideración del contexto de los sujetos como un elemento de análisis:

Un elemento novedoso en cuanto a la metodología de investigación es que –aunque todavía en escasa medida– algunos investigadores han incorporado el contexto que rodea a los alumnos como elemento de análisis en sus trabajos. Lo hacen incluyendo grupos o sujetos que se desenvuelven en distintos entornos (Díaz y Bermejo, 2007), o recuperando situaciones del contexto para plantearlas como parte de una estrategia de indagación, por ejemplo, las gráficas que aparecen en los medios de comunicación (Dolores y Cuevas, 2007) (p. 41).

Para finalizar, es importante recalcar que en este simposio buscamos compartir las discusiones y reflexiones dadas en el marco del Seminario de “Estudios sobre conocimientos matemáticos en contextos extraescolares”. En nuestras investigaciones ha sido valioso explicitar qué es lo que entendemos por lo escolar y lo extraescolar, cómo hemos resuelto las necesidades de recurrir y articular distintas herramientas teóricas y cuáles son los debates teóricos que quedan abiertos. No consideramos que estos tres elementos sean definitorios de todas las investigaciones, pero sí útiles y relevantes.

En particular, en nuestras discusiones uno de los temas pendientes es el debate teórico en torno a la noción de transferencia, el cual sigue abierto pues las posiciones teóricas que la cuestionan y las que la sostienen siguen siendo poco conciliables. Consideramos que en esta discusión será necesario revisar fronteras y construir diálogos respecto a lo que se entiende por conocimiento matemático escolar y conocimiento matemático extraescolar, pero pensamos que no se trata de recurrir permanentemente a eclecticismos ni de construir teorías nuevas para solucionar estos conflictos teóricos (Dreyfus, 2006), sino de hacer explícitos nuestros posicionamientos para lograr un mutuo entendimiento y una colaboración productiva (Artigue et al., 2009).

## Referencias

- Artigue, M., y Cerulli, M. (2008). Connecting theoretical frameworks: The TELMA perspective. En O. Figueras (Ed.), *Proceedings of the joint meeting of PME 32 and PME-NA*. (Vol. 2, pp. 81–88). Morelia, México: PME.
- Ávila Stórer, A. (1988). *Las estrategias de cálculo aritmético de los adultos no alfabetizados*. (Tesis de maestría inédita). Facultad de Filosofía y Letras. Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), México.
- Ávila Stórer, A. (2009). “¿Del cálculo oral al cálculo escrito? Constataciones a partir de una situación de proporcionalidad”. En Kalman, J; Street, B. (coord.). *Lectura, escritura y matemáticas como prácticas sociales. Diálogos con América Latina*. Centro de Educación Regional para la Educación de Adultos (CREFAL)/Siglo XXI Editores. México. pp. 223 – 241
- Ávila Stórer, A., Block Sevilla, D. F., Camarena Gallardo, P., Carvajal Juárez, A. L, Eudave Muñoz, D., Sandoval Cáceres, I. T, y Solares Rojas, A. (2013). *La investigación en educación matemática en México 2002-2011*. En A. Ávila, A. Carrasco, A. Gómez, M. Guerra, G. López, y J. Ramírez (Coords.), *Una década de Investigación educativa en conocimientos disciplinarios en México (2002-2011): Matemáticas, Ciencias Naturales, lenguaje y lenguas extranjeras*. México, México: ANUIES-COMIE.
- Bonilla Ramírez, L. (2014). *El dinero como medio para el aprendizaje del sistema de numeración decimal en preescolar. Alcances y límites de un recurso*. (Tesis de maestría inédita). Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Broitman, C. y Charlot, B. (2014). La relación con el saber. Un estudio con adultos que inician la escolaridad. *Educación Matemática*, 26(3), 7-35.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. (M. C. Nicolas Balacheff, Ed.) Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Carraher, T., Carraher, D. y Schliemann, A. (1995). *En la vida diez, en la escuela cero*. México: Siglo XXI.
- D'Ambrosio, U. (2013). *Las bases conceptuales del programa etnomatemática*. 14º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Universidad del Atlántico, 9-11 Octubre 2013
- Delprato, M. F. y Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2005). Tres mujeres adultas y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas. *Educación Matemática*, 17(3), 25-51.



- Dreyfus, T. (2006). Linking theories in mathematics education. En A. Simpson (Ed.), *Retirement as process and concept: A festschrift for Eddie Gray and David Tall* (pp. 77-82). Durham, UK: Durham University.
- Ferreiro, E., Fuenlabrada Velázquez, I. R., Nemirovsky, M., Block Sevilla, D. F., Dávila, M. (1987). *Conceptualizaciones matemáticas en adultos no alfabetizados*. México: DIE-CINVESTAV.
- FitzSimons, G. E. y Mitsui, T. (2013). Educational Training with Industry Participation. En A. Damlamian, J. Rodrigues, R. Strässer (Eds.), *Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (pp. 95-108). Switzerland: Springer International Publishing.
- Fuentes, C. C. (2014). Descolonizando la escuela: ¿Es posible llevar la Etnomatemática al aula? *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 222-244.
- Gesteira, K. (2001). Nuevos enfoques en la enseñanza de la matemática y la formación de profesores indígenas. En A. E. Lizarzaburu y G. Zapata (comps.), *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos* (pp. 106-124). España: Ediciones Morata.
- Hernández, G., Campero, C., Canseco, R., Méndez, A. M., Añorve, G., Díaz, G., y Galván, L. (2013). Educación con personas jóvenes y adultas. En B. Salinas (Coord.), *Educación, desigualdad y alternativas de inclusión*. México, México: ANUIES-COMIE.
- Jay, T., y Xolocotzin Eligio, U. (2015). Using documenting to cross barriers between home and school. En J. Traxler & H. Crompton (Eds.), *Mobilizing Mathematics: Case Studies of Mobile Learning being used in Mathematics Education* (pp. 86-95). London, Reino Unido: Routledge.
- Knijnik, G. (2003). Educación de personas adultas y etnomatemáticas. Reflexiones desde la lucha del Movimiento sin Tierra de Brasil. *Revista Decisio: Saberes para la acción en educación de adultos*, (1), 8-11.
- Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica* (1a ed.). España: Paidós.
- Lave, J. (1996). Teaching, as Learning, in Practice. *Mind, Culture, and Activity*, (3)3, 149-164.
- Li, T. (2013). Mathematical Modeling Education is the Most Important Educational Interface Between Mathematics and Industry. En A. Damlamian, J. Rodrigues, R. Strässer (Eds.), *Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (pp. 51-58). Switzerland: Springer International Publishing.

- Nespor, J. (Mayo de 2002). Classrooms, Teaching, Learning. Conference on Qualitative Classroom Research: What in the World happens in Classrooms. Ciudad de México; México.
- Nespor, J. (2004). Educational Scale-Making. Educational scale-making. Pedagogy, Culture, and Society, 12(3), 309-326.
- Ortiz Flores, M. (2014). Procedimientos de Resolución de Problemas Aditivos Escolares en el Contexto de Compra-venta en Niños de Segundo Grado de Primaria. (Tesis de maestría inédita). Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Padilla Carrillo, E. I. (2015). Conocimientos matemáticos de menores trabajadores. El caso de la proporcionalidad (Tesis de maestría inédita). Universidad Pedagógica Nacional, México.
- Palmas Pérez, S. A. (2011). De la representación oral de los números a la escrita. Un estudio didáctico con dos adultos de baja o nula escolaridad (Tesis de maestría inédita). Departamento de Investigaciones Educativas Cinvestav-IPN, México.
- Palmas Pérez, S. A. (2016). Las tecnologías digitales como medio de acceso a ideas matemáticas poderosas. Un estudio con adultos de baja escolaridad (Tesis doctoral inédita). Departamento de Matemática Educativa Cinvestav-IPN, México.
- Romo Vázquez, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. Educación Matemática 25 Aniversario, (Número especial), 339-340.
- Schroeder, J. (2001). Hacia una didáctica intercultural de las matemáticas. En A. E. Lizarzaburu y G. Zapata (comps.), Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos (pp. 192-214). España: Ediciones Morata.
- Solares Pineda, D. V. (2012). Conocimientos matemáticos de niños y niñas jornaleros agrícolas migrantes (Tesis doctoral inédita). Departamento de Investigaciones Educativas Cinvestav-IPN, México.
- Soto Cornejo, I. (2001). Aportaciones a la discusión sobre la enseñanza de las matemáticas a partir de la didáctica y la etnomatemática. En A. E. Lizarzaburu y G. Zapata (comps.), Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos (pp. 215-233). España: Ediciones Morata.
- Statistics Canada and Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). (2002). Adult Literacy and Lifeskills Survey (ALL).



- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (P. Valero, Trad.). Bogotá: Una empresa docente - Universidad de los Andes.
- Skovsmose, O., y Valero, P. (2009). *Democratic Access to Powerful mathematical Ideas*. En L. D. English, *Handbook of international reserach in mathematics education* (pp. 383–408). New York: Routledge.