

LA TECNOLOGÍA COMO HERRAMIENTA COGNITIVA EN LA MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA

PATRICIA CAMARENA GALLARDO, MARTHA LETICIA GARCÍA RODRÍGUEZ

Introducción.

En la actualidad las estrategias didácticas que se emplean a nivel mundial, de una u otra forma, hacen uso de la tecnología electrónica, y los beneficios y dificultades que surjan de su incorporación se encuentran dentro de las agendas de investigación actuales.

La presente investigación tiene por objetivo describir y explicar los procesos cognitivos desarrollados por los estudiantes al incorporar la tecnología como una herramienta cognitiva en actividades con el concepto de derivada en el contexto de la ingeniería, específicamente de la hoja de cálculo de Excel.

Fundamentación.

La investigación se fundamenta en dos posturas teóricas: *La Matemática en el Contexto de las Ciencias* (Camarena, 2002) y la que asume que el significado es socialmente construido y negociado en la práctica (Moschkovich y Brenner, 2000).

La aproximación teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* establece que la matemática que recibe el estudiante debe estar vinculada con otras ciencias de su interés o actividades de la vida cotidiana para que le sea significativa. Así se trabaja con la derivada de una función real de una variable en el contexto de la ingeniería, ya que el estudio es realizado con estudiantes de ingeniería.

Cuando se realiza un estudio de la cognición matemática es necesario considerar múltiples puntos de vista que permitirán formar un mapa del entendimiento del estudiante. Debido a que en este tipo de investigación se considera que el significado es socialmente construido, es necesario otorgarle especial importancia al ambiente circundante. Entendiendo por ambiente circundante la relación entre un ambiente de trabajo y la forma en que sus participantes

interpretan el ambiente incluyendo el significado de las actividades (Moschkovich y Brenner, *ibid*).

Las relaciones que se establecen entre los estudiantes; los estudiantes y el profesor; los estudiantes y la actividad utilizando una herramienta tecnológica, así como las estructuras y los procesos que se presentan durante estas interacciones son los indicadores que se analizarán para documentar, describir y explicar los procesos cognitivos desarrollados por los estudiantes en torno al tema de la derivada en el contexto de la ingeniería.

Se considera que un estudiante utiliza una hoja de cálculo (EXCEL) como herramienta desde un enfoque cognitivo cuando las acciones que realiza con ésta se centran en actitudes reflexivas y conscientes. Dicho de otra forma, cuando el estudiante trabaja con un instrumento como EXCEL necesita contar con conocimiento matemático para entender y utilizar sus comandos y, al mismo tiempo es el instrumento el que le permitirá una mejor comprensión de los conceptos. De esta forma el estudiante con EXCEL irá formando significados relacionados al tema de la derivada en el contexto de la ingeniería y esto a su vez permitirá el uso de EXCEL como herramienta. Para este proceso la reflexión juega un papel vital (Vérillon, 2000).

Diseño de la experimentación.

De la literatura relacionada con el estudio de la derivada se tiene que para la construcción del concepto de derivada el trabajo y la reflexión de los estudiantes debe orientarse hacia:

- a) El cálculo de derivadas de diferentes funciones relacionándolo con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto.
- b) El uso de gráficas para explorar el comportamiento global de una función.
- c) El uso de tablas para obtener la razón media de cambio y relacionarla con su forma gráfica.

La interpretación de una tabla de valores como una aproximación de una función de dominio discreto a una función de dominio continuo (Camarena (2001) establece que en la construcción de los modelos matemáticos es necesario que el estudiante transite de una colección de datos a la representación de una función con dominio continuo, con lo cual se construyen modelos de primera generación.

d) El establecimiento de conexiones entre procedimientos y conceptos de derivada y funciones en diferentes sistemas de representación.

Las actividades.

Tomando en cuenta los elementos descritos se diseñaron las actividades. Se eligió un problema de matemáticas en contexto de la vida cotidiana para controlar variables del contexto de otras ciencias, se denomina: “El problema de las Torres”.

1. En la primera actividad propuesta se plantea la siguiente situación. Con frecuencia una atracción turística popular en una gran ciudad es un recorrido por los edificios más altos. Un propósito de este recorrido es lograr ver las partes más lejanas de la ciudad. La mayor distancia que podemos ver está en función de la altura sobre el suelo. Si h es la altura en metros del punto de observación, la distancia en kilómetros que puedes alcanzar a ver se encuentra con la regla $s(h) = 3.532\sqrt{h}$, la cual se denomina función de distancia de visibilidad (Referencia: Concepts in algebra a technological approach, pag. 73).

La torre CN en Toronto, Canadá, tiene 555 metros de alto. Está a la orilla del lago Ontario, el cual se encuentra a 50 km de las Cataratas del Niágara. En un día claro uno puede ver las Cataratas desde lo alto de la Torre. ¿Explica porqué?

2. A continuación se muestra una lista de los edificios más altos del mundo, se le pide calcular la distancia de visibilidad desde lo alto de la torre.

3. Para relacionar los datos numéricos se les pide que elaboren una tabla de valores donde relacionen la altura del edificio con la distancia de visibilidad. Estos valores se calcularán e identificarán en una gráfica en Excel.

4. Se solicita que escriban una ecuación, un cálculo u operación que les sirva para responder preguntas del siguiente tipo, para lo cual requerirán de la información de la tabla de valores que generaron.

- a) Un edificio mide X metros de alto. ¿Qué tan lejos puede uno ver desde lo más alto de éste?
- b) ¿Qué tan alta debe ser un edificio para ver al menos 60 kilómetros?
- c) Explora cómo cambia la distancia de visibilidad cuando la altura del lugar de visibilidad se incrementa.
- d) Describe la tendencia en los cambios encontrados en las actividades anteriores.
- e) ¿Bajo qué condiciones piensas que la función de distancia de visibilidad puede ser un modelo preciso de situaciones reales?

En la investigación se utilizaron 3 *unidades de análisis*: el grupo de estudiantes, equipos de 3 estudiantes, y un estudiante.

Los instrumentos que se utilizaron para la recolección de datos fueron:

- i) Reportes individuales
- ii) Reportes realizados por el equipo de estudiantes
- iii) Videograbaciones de las sesiones del grupo
- iv) Audiograbaciones de los equipos de estudiantes
- v) Archivos de computadora con el trabajo realizado por el equipo durante el desarrollo de la actividad.

Implementación de la experimentación.

Los estudiantes realizaron reportes individuales y posteriormente reportes de su trabajo en los equipos de tres estudiantes. Durante algunas sesiones cada equipo pasó a exponer el trabajo realizado durante la actividad. Los estudiantes también grabaron en archivos de la computadora el trabajo realizado por el equipo en relación con cada actividad. Se pidió a los estudiantes como tarea que realizaran un análisis de su trabajo durante las sesiones para identificar y reportar en forma escrita las ideas matemáticas importantes identificadas.

El investigador grabó en video las sesiones plenarias. El propósito de las grabaciones fue documentar, lo más posible, el trabajo de los estudiantes incluyendo la interacción que realizaron entre ellos en relación con la actividad. Durante las sesiones de grupo el investigador realizó un reporte del comportamiento general del grupo así como de las intervenciones individuales. El investigador no intervino de forma intencional en el trabajo individual ni en el trabajo en equipo. Formó un archivo escrito con la información de cada equipo y de cada estudiante del equipo, con el propósito de analizar las relaciones entre el trabajo individual y el trabajo del equipo.

También se realizaron entrevistas individuales después de analizar la información de los reportes escritos, de los videos y de las grabaciones. Las entrevistas tuvieron como propósito complementar la información que era ambigua o insuficiente.

Descripción de la población.

La investigación se realizó con un grupo de aproximadamente 35 estudiantes.

La edad de los estudiantes oscilaba entre 18 a 19 años, cursaban el primer semestre de una carrera de Ingeniería.

Los estudiantes provenían de un bachillerato tecnológico de la misma institución y pertenecían en general a la clase media.

Método de análisis.

El trabajo de los estudiantes se analizó identificando las siguientes etapas:

- Entendimiento del problema
- Análisis de la información
- Identificación y exploración de la función
- Identificación de las ideas matemáticas

Se realizó un diario para cada estudiante donde se registró la información que arrojaron los diferentes instrumentos de recolección de datos, lo que permitió elaborar un mapa del pensamiento del estudiante con la mayor cantidad de información posible. Fue importante tratar de identificar y documentar la influencia del trabajo individual, del trabajo en equipo y de las sesiones plenarias.

Para analizar los datos de todos los instrumentos se utilizó el método comparativo constante. En este método los investigadores clasifican las porciones de datos -palabras, oraciones y párrafos- en categorías sin nombre. A medida que el proceso de selección continúa, las categorías se hacen más explícitas y se pueden construir reglas que permitan incluir términos dentro de las categorías.

Una categoría es una noción conceptual que captura y etiqueta patrones en los datos. El proceso de selección de datos termina cuando se llega a una fase de saturación, ésta se alcanza cuando los nuevos datos no sugieren nuevas categorías y entonces se considera que la investigación es teóricamente estable (Glaser y Strauss, 1967).

Criterios de Credibilidad.

Los estándares de calidad para los estudio de investigación como la presente sugieren poner especial atención al rigor y la objetividad de la recolección de datos (Moschkovich y Brenner, 2000).

Para definir la credibilidad de un proyecto de investigación Lincoln y Guba (1994) señalan cuatro elementos relacionados con la calidad: a) valor de verdad; b) aplicabilidad; c) consistencia y d) neutralidad.

a) El valor de verdad se refiere a la veracidad de los resultados para capturar los constructos usados por los participantes en un contexto así como las dinámicas de ese contexto. Para garantizar la veracidad de los resultados se recomienda la permanencia prolongada, entendiéndose como el tiempo suficiente que el investigador invierte para que los patrones recurrentes de conducta lleguen a ser claros y el investigador logre suficiente profundidad en los aspectos más importantes de los fenómenos bajo estudio. Se recomienda el uso de la triangulación para tener múltiples fuentes de datos que redundarán en una mayor credibilidad; así como considerar la posibilidad de preguntar a los informantes para complementar o proporcionar comentarios de un videotape.

b) La aplicabilidad se refiere a la posibilidad de transferir los resultados a otros contextos. Se recomienda una descripción detallada del contexto y de sus dinámicas que incluyan las especificaciones de los participantes (étnicas y socioeconómicas). La consistencia estipula que bajo las mismas circunstancias se pueden encontrar los mismos resultados, esto minimiza el sesgo del investigador o puede ayudar a controlarlo.

c) La consistencia se puede lograr cuando varios investigadores leen otros materiales para cruzar información y confirmar que sus métodos fueron consistentes todo el tiempo.

d) En lo que se refiere a la neutralidad, es imposible eliminar completamente los efectos de los observadores cuando se usan métodos como el de la observación participante o las entrevistas intensivas. A esto se debe la importancia de describir el papel del investigador en el contexto de la investigación, así como su habilidad para participar en el discurso de las actividades y las reacciones de los participantes al investigador.

Análisis de la información de la experimentación.

Se expone el caso de un equipo de tres estudiantes. Para ellos la comprensión del problema no resultó inmediata, tuvieron que realizar un intercambio de ideas durante aproximadamente 40 minutos para poder crear un acuerdo que les permitiera avanzar en la solución del problema. En esta etapa no fue necesaria una mayor participación por parte del profesor.

Hay precedentes de que aún cuando los estudiantes conocían el modelo matemático no lo relacionaron con su representación gráfica ni numérica. Fue en el momento de realizar un análisis para dar respuesta a las preguntas de la actividad que relacionaron necesariamente las representaciones numérica, algebraica y gráfica.

Una ayuda de gran utilidad para este fin resultó ser la grabación casi individual del trabajo de los estudiantes, fue a partir de escuchar numerosas veces la grabación que se pudieron articular el trabajo de los estudiantes en papel y lápiz, el trabajo con EXCEL y la interacción de los tres estudiantes.

En particular se puede decir que al analizar el trabajo escrito del estudiante "A", las grabaciones y sus archivos en EXCEL, sus concepciones iniciales tuvieron una reorganización cognitiva. Con esto se logró una orientación diferente en el pensamiento de "A" incorporando la idea de otro tipo de función para la modelación de este problema. La exploración que realizó de la gráfica con ayuda de la herramienta EXCEL le ayudó a realizar un estudio del comportamiento global de la función y a identificar la diferencia entre una función lineal y una función con exponente fraccionario.

Conclusiones.

Los resultados obtenidos no permiten afirmar que se logró la incorporación del instrumento (hoja de cálculo EXCEL) con un enfoque cognitivo durante las actividades desarrolladas, debido a que el proceso de incorporación de un instrumento con un enfoque cognitivo no se da de forma inmediata, éste requiere de más tiempo, ya que están involucradas actitudes que debe desarrollar el estudiante.

A partir del análisis de los datos se puede enfatizar la importancia de contar con diferentes fuentes de información, que se complementen entre sí, para permitir al profesor tener una idea lo más cercana posible al desarrollo del pensamiento del estudiante.

Por todo lo anterior, se llega a concluir que si se pretende que el estudiante incorpore a su actividad académica una herramienta tecnológica con un enfoque cognitivo, es necesario que ésta sea una práctica cotidiana.

Bibliografía.

Camarena G. P. (2001). Reporte de investigación intitulado: *Los modelos matemáticos como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería*, con No. de registro: CGPI 2000731, IPN, México.

Camarena G. P. (2002). Reporte técnico de investigación intitulado: "*Los registros cognitivos de la matemática en el contexto de la ingeniería*", con No. de registro: CGPI 20010616, IPN, México.

Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The Discovery of Grounded Theory: Strategies for qualitative research*. Aldine de Gruyter, N.Y.

Guba, E. & Lincoln Y. (1994). "Competing Paradigms in Qualitative Research". En Guba, E. & Lincoln, Y (Eds.). *Handbook of Qualitative Research*, Sage Publications, London.

Moschkovich, J and Brenner, M. (2000). "Integrating a Naturalistic Paradigm Into Research on Mathematics and Science Cognition and Learning". *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. Edited by: Kelly and Lesh, Mahwah, New Jersey.

Vérillon, P. (2000). Instruments and cognition.

<http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JOTS/Winter-Spring-2000/verillon.html>