
BASES DE ORIENTACIÓN Y COLABORACIÓN A DISTANCIA EN UN CURSO DE MATEMÁTICAS DISCRETAS ON LINE

CANDIDO MANUEL JUÁREZ PACHECO / JOSÉ LUIS RAMÍREZ ALCÁNTARA/
ANA REMESAL ORTÍZ

RESUMEN

En este trabajo, basado en la teoría de la actividad y el aprendizaje colaborativo asistido por computadora (CSCL de Computer supported collaborative learning), se describen los resultados de la utilización de una estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades matemáticas, en particular la lectura y comprensión de las definiciones de los temas básicos de conjuntos, relaciones y funciones. Esta estrategia se compone del diseño y puesta a prueba de un conjunto de bases de orientación o heurísticas y la organización de actividades colaborativas a distancia, desarrollada en el marco del curso preliminar “*Fundamentos de ciencias de la computación*”. Éste abordó temas básicos de matemáticas discretas y sus aplicaciones a la computación utilizando la plataforma Moodle (V. 8.1). Los estudiantes participantes fueron los aceptados a la maestría en Ciencias de la computación del *Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico* (CENIDET) –institución perteneciente al *Sistema Nacional de Educación Superior Tecnológica* (SNEST).

PALABRAS CLAVE: Teoría de la actividad, CSCL, Bases de orientación, Matemáticas Discretas, Diseño de la interacción.

INTRODUCCIÓN

Con base en la experiencia de impartir, por diez años, de forma presencial el curso de *matemáticas discretas*, de la maestría en *Ciencias de la computación* del CENIDET (Ramírez, 1996, 2005), se identificaron algunas dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de esta materia: desconocen el lenguaje lógico y el lenguaje de conjuntos, usan incorrectamente las definiciones, no reconocen las estructuras lógicas de los enunciados, no tienen estrategias para leer y hacer demostraciones, usan inadecuadamente los cuantificadores, etc. Para enfrentarlas se desarrollaron materiales impresos y un curso propedéutico

impartido durante varios años, éstos dieron resultados parcialmente satisfactorios y al persistir la problemática, se ha planteado a través de un curso a distancia *on line*, apoyar a los estudiantes para mejorar la comprensión de los conceptos básicos de matemáticas discretas, por lo que se plantea como objetivo de esta investigación diseñar y evaluar una estrategia didáctica a distancia.

En los cursos de matemáticas discretas se pone énfasis en la estructura de contenidos, el uso de programas de computación y la aplicación de una teoría educativa (Dubinsky, 1993), algunos trabajos proponen estrategias basadas en los principios del aprendizaje colaborativo en cursos convencionales (Hagelgans, Reynolds, Schwingendorf, Vidakovic, Dubinsky, Shahin y Wimbish 1995; Blázquez y Marín 2007), actualmente se pone el énfasis en el mantenimiento de la interacción en comunidades de práctica (De Lacerda, Mor, Noss y Santos 2005) convencionales y en entornos basados en Web (Karadag, 2008).

A partir de las dificultades de los estudiantes y de las actuales tendencias en el diseño de cursos basados en ambientes Web, se plantea como preguntas de investigación de este trabajo: ¿cómo utilizan los estudiantes las bases de orientación en entornos *on line*? y si ¿en la interacción a distancia se observan elementos del proceso de interiorización de las bases de orientación? Los resultados aquí reportados esbozan una respuesta preliminar a ambos planteamientos.

REFERENTES TEÓRICOS

Este trabajo se fundamenta en la *Teoría de la actividad*, particularmente en los conceptos de *Zona de desarrollo próximo* e *interiorización* (Vigotsky, 1988), *Actividad* (Leontiev, 1984), *Formación por etapas de la actividad cognoscitiva* y las *Bases de orientación para guiar el proceso de asimilación* (Galperin, 1976). En el aprendizaje de las matemáticas la interiorización se asocia con el desarrollo de habilidades (Tallizina, 1980), Hernández (1999) definió un sistema básico de habilidades matemáticas que se utilizó para formular los objetivos de este curso

y las bases de orientación requeridas por los estudiantes. Desde esta perspectiva, un objetivo educativo se expresa en términos del contenido específico y la habilidad asociada que refleje el nivel de dominio a lograr por los estudiantes sobre un tema o concepto dado. Otro elemento importante es la calidad de la especificación de bases de orientación que permitan abordar un cierto tipo de problemas y después generalizar dichas heurísticas a problemas de mayor complejidad.

La puesta a distancia de un curso, requiere una concepción del lugar de la tecnología en el proceso de aprendizaje. En este trabajo ésta se adoptó de los principios del Aprendizaje colaborativo asistido por computadoras (CSCL), el cual subraya el papel central de la interacción mediada por computadoras, como recurso cognitivo para la negociación de significados en procesos de aprendizaje a distancia.

LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

Con base en las dificultades identificadas de los estudiantes, se planteó como objetivo general del curso: “Que los estudiantes identifiquen y analicen los elementos del lenguaje formal (Componente lógico y el propio de las matemáticas) que se presentan en los conceptos computacionales”. Y como objetivos específicos: a) analizar e identificar el lenguaje de la lógica de primer orden en el lenguaje natural; b) identificar el lenguaje matemático, en función del lenguaje lógico, y las entidades matemáticas a las que se hace referencia.

A partir de lo anterior se diseñaron:

- 1)** la base de orientación para el análisis de las definiciones –que los estudiantes utilizarían al abordar los temas de conjuntos, relaciones y funciones– donde se les indica: describir la definición en lenguaje natural y en lenguaje formal y el paso entre ambos lenguajes, establecer su negación, determinar ejemplos que la satisface y no la satisfacen, buscar

diferentes formas de representarla, encontrar equivalencias lógicas de la definición y, por último, generalizarla;

- 2) el material de apoyo, que además de ejercicios y problemas convencionales, indicaba la utilización de las bases de orientación y
- 3) la adecuación de la técnica colaborativa Team Accelerated Instruction (TAI) (Slavin, 1994) para las interacciones a distancia. A partir de estas precisiones se acondicionó el entorno de Moodle.

EL CURSO ON LINE

Éste se desarrolló –durante cinco semanas, entre julio y agosto de 2008– con un grupo de 18 estudiantes aceptados al programa de maestría en Ciencias de la Computación. Se formaron nueve equipos de dos integrantes cada uno. La participación de éstos en el curso fue voluntaria. Los estudiantes son ingenieros en sistemas computacionales, los cuales estaban distribuidos en diversos estados de la República Mexicana (Chiapas, Oaxaca, Yucatán, Campeche, Chihuahua, Veracruz, Nayarit, Guerrero y Morelos).

Los profesores participantes tenían experiencia en cursos convencionales sobre el tema, estaban familiarizados con el uso de los servicios de Internet y participaron en el diseño del curso.

El curso comprendía cinco unidades (Lógica y lenguaje matemático, conjuntos, relaciones, funciones y aplicaciones), una por cada semana. El trabajo desarrollado por los estudiantes, de acuerdo con el TAI, consistió en actividades individuales, en parejas y en grupo general. Estas actividades las podían realizar de forma asíncrona (correos electrónicos, foros, lectura individual, autoevaluaciones, etc.) o sincrónica (Chat) con una periodicidad de dos sesiones de dos horas para cada tema en este último caso.

Las sesiones de Chat tenían la función de aclarar dudas, eran precedidas por lecturas de textos, presentación de ejemplos y ejercicios, así como participación en los foros de cada equipo (intercambio de dudas y respuestas entre parejas de estudiantes) y en el del grupo general. Al finalizar cada semana se aplicaba una

“auto-evaluación”. Los profesores retroalimentaron e interactuaron con las mismas herramientas sincrónicas y asíncronas dentro de Moodle utilizadas por los estudiantes.

INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE LA INFORMACIÓN

El registro de las interacciones de estudiantes y profesores se realizó con las mismas herramientas de Moodle –foros, sesiones de Chat y los espacios para documentos. Se recopilaron además las producciones de trabajos, tareas, ejercicios y “autoevaluaciones” de los estudiantes. En las interacciones sincrónicas, se realizaron observaciones no participantes de las cuales se hizo un registro narrativo. Con base en este corpus se analizó el proceso de apropiación de la estrategia, por los estudiantes, a partir de las interacciones.

RESULTADOS

La interacción entre pares a distancia, en la plataforma Moodle, se mantuvo constante durante todo el curso, inicialmente con algunas dificultades inherentes a las dificultades del contenido y de la forma de trabajo. A mediados de la tercera semana los estudiantes ya podían discutir diversos aspectos del análisis de las definiciones, como podemos observar en la secuencia siguiente.

Autor : Ela Publicado : 2008-08-02 08:59
Hola Mary Cual definicion en lenguaje matematico usaste para la funcion inversa, yo use la siguiente pero no se cual sea su estructura lógica: $f^{-1}:B[A \mid x = f^{-1}(y),$ que en lenguaje natural es: Una función es inversa es toda regla o correspondencia que permite obtener los valores de $x \in A$ a partir de los valores de $y \in B$, tienes alguna otra?

Autor : **Mary** Publicado : 2008-08-02 11:27

Hola Ela! Buen día.

Bueno pues aver si te puedo ayudar sale...

Mira mi definicion en lenguaje natural me kedo asi...

Sea una función de A en B y B en A una función Inversa, si y solo si la función es

Biyectiva, es decir la correspondencia de uno a uno y sobre del codominio. $f \Leftrightarrow f^{-1}$

en lenguaje matematico...

Es una función inversa o invertible.

$f = f^{-1}$ Si,

$f: A \rightarrow B$ y $f^{-1}: B \rightarrow A$ esto si,

$f: A \rightarrow B$ ($\forall x \exists y \wedge \forall y \exists x$)

y en su estructura logica no esoy muy segura pero mira me keda..

$P(x) \rightarrow Q(x)$ y $Q(x) \rightarrow P(x)$

Bueno eso creo yop, mira por k leyendo la definicion es ke para que una funcion sea inversa, necesitas saber primero que sea una funcion, segundo si cuenta con las propiedades de inyectiva y sobreyectiva(biyectiva) para poder decir que $f: A \rightarrow B$ y $f^{-1}: B \rightarrow A$.

Bueno niña espero t haya ayudado y si no me dices y lo platicamos alo mejor stoy mal y asi nos sacamos las dudas sale...

(foro del equipo delta, Archivos del proyecto, 2008)

En la parte inicial de esta secuencia vemos como Ela inicia el análisis de la definición indicando qué definición utilizó de función inversa, e indica que tiene dudas sobre su estructura lógica. Finalmente le dice a Mary cómo interpreta la definición matemática en lenguaje natural. Las explicaciones y dudas muestran la adquisición de la habilidad para analizar las definiciones de acuerdo al modelo presentado en las bases de orientación.

En esta interacción asíncrona, la respuesta de Mary muestra parte de cómo realiza el análisis de la definición y ella comienza describiendo la definición en lenguaje natural y después en lenguaje matemático. Mary da más elementos

sobre lo que ella considera es la estructura lógica de la definición y finaliza haciendo consideraciones sobre el tipo de propiedades que debe satisfacer una función para tener inversa.

A pesar de su análisis tampoco está segura que la estructura lógica que propone sea adecuada y espera que con su explicación haya ayudado a Ela. La frase final del mensaje de Mary implica, en términos del aprendizaje colaborativo el principio de responsabilidad por el aprendizaje propio y el del compañero, y deja abierta la necesidad de continuar el diálogo y la retroalimentación.

En las últimas unidades se observó como la mayoría de los estudiantes analizaban las definiciones de acuerdo con la base de orientación, al realizar las acciones de negación de la función, traducción de la función del lenguaje matemático al lenguaje natural y viceversa, representar de diferentes maneras la función y representar la estructura lógica.

A lo largo de estas interacciones los estudiantes mostraron cómo interiorizaban la habilidad, a través de sus dudas y de sus esfuerzos por utilizar la base de orientación en el manejo del contenido matemático, por ejemplo en la siguiente intervención: “**Cindy**: lo primero es el análisis de las definiciones, me gustaría que me dijera si voy bien”, la estudiante enuncia de forma explícita el primer paso de la base de orientación.

El tratamiento de la base orientación no estaba solo en los materiales y no solo la utilizaban los estudiantes en sus interacciones en equipo, también el profesor intervenía de forma activa para recordarles las acciones que la formaban y que correspondía con el contenido estudiado. En la secuencia siguiente la estudiante muestra el manejo incipiente del reconocimiento de la estructura lógica de un enunciado, por lo que el profesor interviene para recordarle una de las acciones de la base de orientación, relativa a la traducción de enunciados y al reconocimiento de su estructura lógica.

Mary: hola profesor tengo dudas con respecto a las estructuras lógicas de cada definición.

Maestro: por ejemplo...

Mary: por ejemplo en la función sobreyectiva, mire yo lo entendi asi: una $f: A$ en B es sobreyectiva si $f(a)$ es un subconjunto de B y que $f(a)$ es $= a$ B

Maestro: pero las estructuras lógicas básicas son: P y Q ; P o Q ; $P \rightarrow Q$ y los cuantificadores, claro

Mary: tiene que ser para toda y (elemento del rango) le corresponde una x (elemento de dominio), entonces yo tengo que representar su estructura utilizando $P(x)$ y $Q(x)$ con los cuantificadores..." (Chat del 31/07/08, Archivos del proyecto 2008)

Después de la indicación dada por el profesor sobre las estructuras lógicas básicas, Mary, recuerda que tiene que utilizar los predicados y los cuantificadores. La retroalimentación sobre el manejo de las bases de orientación en la solución de los ejercicios, no estuvo dada solo por el profesor, también aportaban los otros estudiantes de los equipos participantes en las sesiones de Chat, como se muestra en las secuencias siguientes.

Ela> por ejemplo: "si x es primo, entonces x es par" en este caso debo usar el cuantificador , para todo??

Eloy > Hola Luisa,segun yo, es siempre, segun el dominio ya que si se utiliza con un \rightarrow entonces es correcto, pero en otras ocasiones cuando se usa con una conjuncion entonces puede que sea mejor usar un cuantificados de "Almenos uno" (Chat del 12/07/08, Archivos del proyecto 2008)

Janet > y si el enunciado empieza con DADO un numero,

Israel > yanet si empieza con dado un número se refiere a todos lo numeros reales

Israel> dado cualquier numero real, traducelo así

Janet> ok, gracias (Chat del 12/07/08, Archivos del proyecto 2008)

En el primer registro Eloy le recuerda a Ela cuándo se debe introducir la implicación asociada al cuantificador universal y, finalmente, en el segundo Israel recuerda a Janet la identificación del cuantificador universal cuando éste aparece de forma implícita en un enunciado lo cual está explícito en la base de orientación. Aquí la interacción a distancia de los estudiantes fue similar a la que puede darse en un escenario convencional.

CONCLUSIONES

Este trabajo se basa en la *Teoría de la actividad* para el aprendizaje de las matemáticas, la cual permite caracterizar las habilidades a desarrollar y diseñar las actividades e interacciones para el curso *on line*.

Se considera que los objetivos del curso se cubrieron parcialmente, los estudiantes adquirieron a partir de la base de orientación, una forma diferente de analizar las definiciones en matemáticas. Al concluir el curso la mayoría de ellos -ante una nueva definición- utilizaban los lineamientos del análisis planteado en las bases de orientación y se aventuraban más allá, al no agotar su pensamiento solamente en el ejemplo y al tratar de ver la estructura lógica de la definición.

Podemos considerar que el tipo de interacciones a distancia, fuertemente estructuradas (Stribjos, Martens y Jochens, 2004), permitió la resolución de ejercicios, propicio la apropiación de los contenidos y el desarrollo de la habilidad, por lo que puede considerarse adecuada la interacción basada en el TAI para el desarrollo de habilidades matemáticas.

Se observó que los estudiantes utilizaron la base de orientación de forma similar a como la utilizan en ambientes cara a cara. Su uso se hace presente desde el inicio de las actividades en las interacciones que se dan en los espacios sincrónicos y asíncronos. En situaciones asíncronas es mayor y más clara la utilización de la heurística sin la intervención del profesor. En la interacción sincrónica, tanto en grupo general como en parejas, la base de orientación se incluye como apoyo directo entre estudiantes –para resolver un ejercicio, un problema o un examen– o aparece como un recurso que introduce el profesor para aclarar el trabajo de los estudiantes.

Los elementos del proceso de interiorización observados en las interacciones sincrónicas, como expresión escrita de algunos elementos de la base de orientación, que los estudiantes explicitan como apoyo a las participaciones de sus compañeros, son similares a las que se expresarían en situaciones presenciales. Quizá éstas sean mucho más tempranas y frecuentes por el tiempo en que un equipo debería realizar un ejercicio. Estas expresiones escritas pueden asimilarse a las verbales enunciadas en un curso convencional, aunque a distancia no pueda observarse su concreción en la ejecución de las tareas.

Aunque esta es una experiencia que requiere de una reflexión mayor se considera que ha propiciado la reflexión del aprendizaje de un contenido matemático específico y las habilidades requeridas para el análisis de las definiciones. Queda pendiente cómo evaluar el papel de las actividades colaborativas sincrónicas en el desarrollo de la habilidad planteada y caracterizar las pautas de guía y soporte a los estudiantes que realiza el profesor en el Chat.

REFERENCIAS

- Archivos del proyecto (2008). *Conceptos básicos de matemática discreta para estudiantes de la maestría en ciencias de la computación: un curso a distancia desde el CSCL y la Teoría de la Actividad*. CENIDET. DDAeI-10-2008. Cuernavaca, Mor. México.
- Blázquez F. y Marín S. (2007). "Co-operative learning in the teaching of mathematics in secondary education", *Educational Action Research*, 11:1, 93-120

-
- De Lacerda, J.; Mor, Y.; Noss, R. y Santos, M. (2005). "Sustaining Interaction in A Mathematical Community of Practice", *CERME 4. Work Group 9*. 17-21 febrero en Sant Feliu de Guíxols, España.
- Dubinsky, E. (1993). "Computers in teaching and learning discrete mathematics and abstract algebra", en D. L. Ferguson. (Ed.) *Advanced Technologies in the Teaching of Mathematics and Science*. NATO ASI Series/Computer and System Sciences) Springer-Verlag. (p. 525-564)
- Galperin, P.Y. (1976). *Introducción a la psicología. Un enfoque dialéctico*. Madrid, Pablo del Río.
- Hagelgans, N. L.; Reynolds, B.E; Schwingendorf, K; Vidakovic, D; Dubinsky, E; Shahin, M. y Wimbish J. (1995). *A Practical Guide to Cooperative Learning in Collegiate Mathematics*. Washington, The Mathematical Association of America. MAA Notes Number 37
- Hernández, H. (2001) "Sistema Básico de Habilidades Matemáticas", en Hernández Fernández, H.; Delgado Rubí, J. R.; Fernández de Alaiza. *Cuestiones de didáctica de la matemática*. Homo Sapiens Ediciones. Rosario. Santa Fe. Argentina.
- Karadag, Z. (2008). *Improving Online Mathematical Thinking*. ICME 11, 6-13 julio, Monterrey, México.
- Leontiev, A.N. (1984). *Actividad, Conciencia y Personalidad*, México, Cartago.
- Ramírez, J. L. (1996). *Reporte del proyecto: "Estructuración de una metodología para la enseñanza de las matemáticas discretas para la maestría en ciencias de la computación en el cenidet"*. CENIDET. Departamento de Desarrollo Académico. Reporte Interno, Notas de curso.
- Ramírez, J. L. (2005). *Reporte del proyecto: "Identificación de dificultades en los cursos de matemáticas de los programas de maestría del CENIDET"* CENIDET. Departamento de Desarrollo Académico. Reporte Interno.
- Slavin, R. E. (1994). *Cooperative Learning. Theory, Research, and Practice*. Boston, Allyn and Bacon.
- Strijbos, J.W. Martens, R. L. y Jochens, W. M. G. (2004) "Designing for Interaction: Six steps to designing computer-supported group-based learning", *Computers & Education* 42. pp. 403 - 424.
- Tallizina, NF. (1998) *Los fundamentos de la educación superior*. México, UAM-Ángeles Editores.
- Vygotsky L.S. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona. Grijalbo.