

LA MAGNITUD CONTINUA AL COMENZAR LA EDUCACIÓN PRIMARIA

MICHELL HERNÁNDEZ FERNÁNDEZ / JOSÉ LUIS CORTINA MORFÍN

Universidad Pedagógica Nacional

RESUMEN: Investigamos la pertinencia de la enseñanza de la medición al comienzo de la primaria, a partir de contrastar el Plan de Estudios de la SEP con las concepciones de 15 estudiantes de primer grado. Estas con-

cepciones fueron documentadas a través de la conducción de entrevistas clínicas.

PALABRAS CLAVE: Educación matemática, Calidad de la educación, Educación primaria.

Introducción

La medición es uno de los temas a los que se les brinda mucha importancia en los planes y programas de estudio de matemáticas, de preescolar y primaria. Ello se debe a que la medición es la vía para comprender cómo es que los números dan cuenta del valor de magnitudes continuas (Freudenthal, 1983); por ejemplo, de la distancia entre dos objetos (longitud), de la superficie de una habitación (área), de la capacidad de una olla (volumen), del tamaño de una fruta (masa/peso) y de la duración de un evento (tiempo).

La medición es el medio por el cual los niños pueden comprender cómo los números no sólo sirven para cuantificar la cardinalidad de conjuntos (cantidades discretas), sino también el tamaño de las cosas. Comprender la medición es un antecedente importante para poder darle sentido a entes matemáticos relativamente complejos, como los son: la recta numérica, las fracciones y los decimales, entre otros.

La pertinencia en la enseñanza de las matemáticas

La UNESCO (2007) reconoce que la calidad de la educación involucra cinco dimensiones: pertinencia, relevancia, equidad, eficiencia y eficacia. En términos generales, la dimensión pertinencia implica que la enseñanza se adapte a las diferencias en las características y necesidades que los educandos pueden tener para aprender. Comúnmente, estas diferencias y necesidades de los educandos han sido enmarcadas tomando en cuenta los

contextos sociales y culturales de los que provienen (Muñoz, 2009). No obstante, también es posible reconocerlas cuando el punto de vista que se adopta es el del desarrollo cognitivo.

Las principales corrientes teóricas de la psicología educativa moderna comparten la idea de que la adquisición de todo conocimiento nuevo implica que sea integrado con el conocimiento previamente adquirido, y que el conocimiento nuevo toma sentido de diferentes formas, dependiendo de la manera en que es integrado al conocimiento previo (Gee, 2008; Sfard, 2001).

Esta idea es particularmente importante para el constructivismo, y para los educadores que retoman esta corriente en su tarea de diseñar recursos para la enseñanza de las matemáticas (Steffe y Gale, 1995). Desde la perspectiva constructivista, el potencial de una propuesta de enseñanza de apoyar el aprendizaje de un grupo de alumnos está condicionado, de manera significativa, por las concepciones que los educandos han desarrollado previamente. En otras palabras, la pertinencia educativa de una propuesta de enseñanza –esto es, su nivel de adecuación a las características y necesidades de aprendizaje particulares de los educandos– está en función de las concepciones previamente desarrolladas por los alumnos.

Una propuesta que no se adecue a los niveles de comprensión matemática previamente logrados por los educandos tendrá muy pocas posibilidades de apoyar el que los alumnos logren comprender las nociones y conceptos que se propone enseñar. Además, tampoco será de gran ayuda en transformar las formas actuales de conocer de los educandos (esquemas, concepciones, nociones) para que éstas se vuelvan más complejas.

Desarrollo de nociones para la comprensión de la medición de longitudes

Típicamente, a los niños se les introduce al mundo de la cuantificación de magnitudes continuas a través de la medición de longitudes. Ello se debe a que la longitud es la magnitud continua menos difícil de cuantificar. También es la que sirve de base para la cuantificación de otras magnitudes. Por ejemplo, en el sistema métrico decimal, la unidad de longitud *metro* define a la unidad de área (*metro cuadrado*) y a la de volumen (*metro cúbico*). Además, la longitud es el referente principal de la recta numérica, en tanto modelo que representa valores de magnitudes unidimensionales y continuas.

La investigación de Piaget y Szeminska (1987) ha sido la base para el estudio del desarrollo de la noción de longitud. Estos autores reconocieron cuatro etapas básicas en el desarrollo de esta noción: no-conservación, conservación de la longitud, transitividad y cuantificación de la medición (Chamorro y Belmonte, 1991). Para efectos del diseño didáctico, Stephan y Clements (2003) definen las tres últimas etapas de la siguiente manera:

-*Conservación de la longitud.* Es la comprensión de que, conforme se desplaza un objeto, su longitud no cambia.

-*Transitividad.* Es la comprensión de que la longitud relativa entre dos objetos (a y b) se puede determinar a través de establecer la longitud relativa de cada uno de ellos con un objeto intermedio (c). Por ejemplo, si c tiene la misma longitud que a y que b , entonces a y b tienen la misma longitud (si $a=c$ y $b=c$, $a=b$). Pero si b es más largo que c , entonces a es más largo que b (si $a=c$ y $b < c$, $a > b$).

-*Cuantificación de la medición.* Es la comprensión de que la iteración de una unidad (ej. una vara) implica la acumulación de su longitud. Así, tres iteraciones de una vara implica una longitud que es lo triple de larga que la longitud de la vara.

Es importante notar que el desarrollo de la transitividad requiere del desarrollo previo de la conservación: Dos objetos sólo pueden ser razonablemente comparados a través de un tercero, cuando se comprende que la longitud del objeto intermedio no cambia al ser transportado. Además, la comprensión de que dos longitudes pueden compararse a través de una tercera es necesaria para lograr entender cómo una unidad de medición puede servir para determinar la longitud relativa de un objeto. En otras palabras, el desarrollo de la cuantificación de la medición requiere del desarrollo previo de la transitividad.

Para los propósitos de esta ponencia, lo importante a destacar es que actividades de enseñanza centradas en la cuantificación de longitudes sólo le serían pertinentes a aquellos alumnos que previamente hubieran desarrollado tanto la conservación de la longitud, como la transitividad.

La longitud en primer grado

El Programa de Estudios de la Secretaría de Educación Pública (SEP) para primer grado (Secretaría de Educación Pública, 2009) introduce el estudio de la medición en el tercero

de cinco bloques. Propone comenzar con la resolución de problemas que impliquen “Comparar longitudes en forma directa o utilizando un intermediario” (p. 101). Se continúa con actividades que implican la comparación de longitudes a través del uso de unidades de medida arbitrarias; esto es, actividades centradas en apoyar la comprensión de la cuantificación de longitudes.

En términos pedagógicos, las actividades propuestas por el programa de estudios le serían pertinentes a alumnos que, al menos, ya hubieran desarrollado la conservación de longitudes y que se encontraran desarrollando la transitividad.

Metodología

Población

Para la realización del estudio, se seleccionó una escuela pública con una presencia importante de alumnos con bajo desempeño escolar; como las muchas que existen en México. Ello se hizo con el objetivo de investigar qué tan pertinente les podrían ser a este tipo de alumnos las actividades con las que el Programa de Estudios propone ayudar a los niños de primer grado a comprender cómo las magnitudes pueden ser cuantificadas. La escuela seleccionada estaba ubicada en la zona sur de la Ciudad de México y era de turno vespertino.

En tres pruebas realizadas, como parte de la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE, 2006-2008), el promedio por grado de los alumnos la escuela seleccionada fue ubicado entre los percentiles 3 y 67 (N=9), a nivel nacional; con la mediana en el percentil 19. Es importante destacar que, si bien el desempeño colectivo en matemáticas de los alumnos de esta escuela se encontraba por debajo del de la mayoría de las escuelas mexicanas, existen miles de instituciones escolares en el país con un desempeño colectivo igual o peor.

Se entrevistó a 15 alumnos (9 niñas y 6 niños) que pertenecían a uno de los dos grupos de primero de primaria que había en la escuela. La edad de los alumnos era de 6 a 8 años de edad al momento de las entrevistas. Los alumnos fueron seleccionados al azar, de un total de 32 estudiantes que formaban el grupo. Todos habían recibido educación preescolar. De acuerdo con el dicho de la maestra de grupo, entre los 15 niños seleccionados se encontraban alumnos de todos los niveles de desempeño escolar (bajos, medios y altos).

Entrevista Clínica

Se condujeron 15 entrevistas clínicas, de manera individual, las cuales duraron entre 25 y 40 minutos y fueron grabadas en video. En el protocolo de entrevista se incluyeron cuatro situaciones diferentes. Cada una buscaba documentar el nivel de comprensión de los alumnos de las tres nociones claves involucradas en la medición de longitudes: *conservación de la longitud*, *transitividad* y *cuantificación de la medición*.

En la conducción de las entrevistas clínicas se siguieron las recomendaciones de Clement (2000). Se procuró que los niños manifestaran en voz alta su pensamiento durante la resolución de las situaciones que se les plantearon. Las entrevistas se realizaron de manera flexible, orientándolas hacia dónde el entrevistador fue considerando que era necesario indagar más.

Situaciones incluidas en las entrevistas

La primera de las cuatro situaciones incluidas en el protocolo de la entrevista tuvo la finalidad de documentar la facilidad con la que los niños entrevistados resolvían situaciones que directamente implicaban a la conservación de la longitud. Al inicio de esta situación se les mostraron dos palitos de madera del mismo tamaño, en posición horizontal (Figura 1). Se les pidió que los observaran y que respondieran si los palitos que se le mostraban eran del mismo o de diferente tamaño.

En un segundo momento, uno de esos palitos fue desplazado por el entrevistador; es decir, se le cambió de posición. Entonces, se le preguntó a los niños si los palitos seguían siendo iguales o si eran de distinto tamaño, siempre pidiéndoles que explicaran sus respuestas¹.

En la segunda situación se buscó documentar la habilidad de los estudiantes para utilizar la longitud como criterio en el ordenamiento de objetos. Se le dieron a los niños tres palitos de madera de distintos tamaños y se les pidió que los ordenaran del más corto al más largo. Cuando un niño podía encontrarle a cada palito el lugar que le correspondía de acuerdo a su longitud, se le daba otro palito para que encontrara el lugar que le correspondía, entre los palitos anteriores; así hasta ordenar 10 palitos. Vale la pena aclarar que, según Chamorro y Belmonte (1991), el que un niño resuelva con facilidad esta situación implica que ya ha comprendido la conservación de longitudes.

En la tercera situación se le pidió a los niños que cortarían un popote blanco para que fuera del mismo largo que un popote azul que le mostró el entrevistador. Después se le pidió a los niños que utilizaran el popote blanco que cortaron para determinar si un vaso sería más largo o más corto que el popote azul. La finalidad de esta situación fue documentar la facilidad de los alumnos para comparar la longitud de dos objetos (el vaso y el popote azul) utilizando un objeto intermedio (el popote blanco).

En la cuarta y última situación, se le pidió a los estudiantes que utilizaran el popote blanco para determinar cuántas veces cabía en la mesa en la que estaban trabajando. La finalidad de esta situación fue documentar la facilidad de los estudiantes para cuantificar una longitud utilizando una unidad arbitraria.

Resultados

A partir del análisis de las entrevistas se identificaron tres categorías en el desempeño de los 15 alumnos. Cada alumno fue ubicado en una de esas categorías (Tabla 1).

Categoría I. Alumnos que parecieron no haber desarrollado aún la conservación de longitudes

En esta categoría fueron agrupados los cuatro estudiantes que tuvieron muchas dificultades resolviendo las primeras dos actividades del protocolo. En general, estos estudiantes juzgaron que al desplazar un palito hacia delante, éste se hacía más largo que el otro (Figura 1). Además, en la segunda situación, estos estudiantes no lograron ordenar, de manera correcta, más de cuatro palitos.

Grupo II. Alumnos que parecieron haber desarrollado una comprensión limitada de la conservación de longitudes

En esta categoría fueron agrupados los ocho estudiantes que resolvieron con relativa facilidad la primera situación, pero no así la segunda. A estos estudiantes les resultó ser un reto importante el encontrar el lugar de los diez palitos conforme se les iban dando. El entrevistador constantemente tuvo que hacerles notar que los lugares que escogían no eran consistentes con la consigna de ordenar los palitos de grandes a chicos. En general, estos ocho niños requirieron de más de 15 minutos para completar la actividad. Además, ninguno de ellos pudo resolver las situaciones tercera y cuarta.

Grupo III. Alumnos que parecieron haber ya comprendido la conservación de longitudes, pero no la transitividad

En esta categoría fueron agrupados los tres estudiantes a quienes se les facilitó resolver las situaciones primera y segunda. En la primera situación, estos estudiantes expresaron que el tamaño de los palitos no cambiaba al ser desplazados. En la segunda situación, pudieron ordenar sin dificultad los diez palitos.

Estos alumnos no mostraron haber comprendido aún la transitividad. En la tercera situación expresaron que la única manera de determinar si el popote azul era o no más largo que el vaso sería comparándolos directamente. Este juicio lo mantuvieron incluso después de que el entrevistador les sugirió que utilizaran el popote blanco.

En la cuarta situación, ninguno de estos alumnos supo cómo iterar el popote blanco para medir la mesa. A uno de ellos se le sugirió entonces que utilizara sus manos y lo que hizo fue tomar la mesa por sus extremos y expresar que media “como veinte metros”. En general, ninguno de estos alumnos pareció haber comprendido cómo utilizar una unidad arbitraria para dar cuenta de la longitud de un objeto.

Discusión

Nuestros datos indican que las actividades con las que el Programa de Estudios propone introducir el tema de la medición a los alumnos de primer grado no le serían pertinentes, de manera inmediata, a ninguno de los estudiantes que entrevistamos. Los tres alumnos más avanzados parecieron haber desarrollado, de manera robusta, la conservación de la longitud, pero no así la transitividad y, mucho menos, la cuantificación de la medición.

Para la mayoría de los estudiantes entrevistados, las actividades propuestas por el Plan de Estudios estarían lejos de ser adecuadas para su nivel de desarrollo en la comprensión de la longitud, en tanto una magnitud medible. Para que lo llegaran a ser, los estudiantes tendrían primero que comprender la conservación de la longitud, para luego avanzar en el desarrollo de la transitividad.

Conclusión

Dada la forma en la que se seleccionó a los estudiantes, no es posible generalizar de manera estadística los resultados. Sin embargo, no vemos razón por la cual considerar que

los alumnos entrevistados fueran particularmente atípicos en el sistema educativo nacional. Por el contrario, es razonable esperar que una gran proporción de los niños de primer grado, que asisten a las muchas escuelas públicas del país con alumnado de bajo desempeño escolar, se encuentren en niveles similares de desarrollo al de los alumnos entrevistados, respecto a la noción de longitud.

Nuestro estudio sugiere entonces que puede existir un gran número de estudiantes en México que ingresan a primero de primaria sin haber desarrollado aún los conocimientos previos necesarios para que les resulten pertinentes las actividades de medición propuestas en el Plan de Estudios Nacional. A estos alumnos habría que apoyarlos para que comprendan, primero, la conservación de la longitud y, después, la transitividad. De no ser así, difícilmente las actividades propuestas en el Plan de Estudios les serán pertinentes; esto es, no sólo no los ayudarán a lograr el objetivo de que entiendan la cuantificación de la medición, sino que tampoco les serán de gran apoyo en general, para mejorar su comprensión de la magnitud longitud.

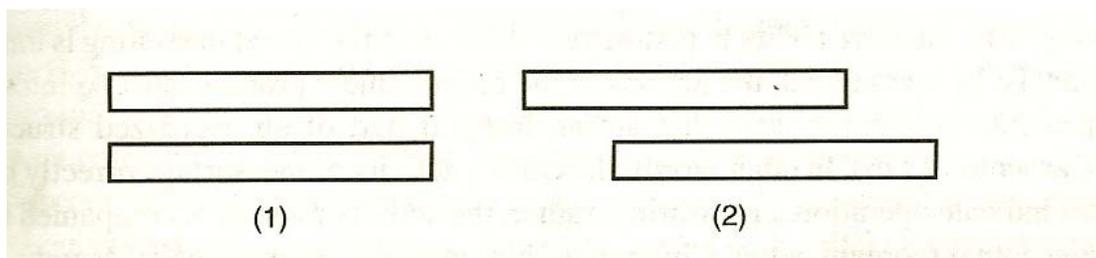
Tablas

Tabla 1. Categorías en las que fueron agrupados los quince niños entrevistados

Alumnos que parecieron no haber desarrollado aún la conservación de longitudes	4
Alumnos que parecieron haber desarrollado una comprensión limitada de la conservación de longitudes	8
Alumnos que parecieron haber ya comprendido la conservación de longitudes, pero no la transitividad	3

Imágenes

Figura 1. Desplazamiento de los palitos utilizados en la situación 1



Referencias

- Chamorro, M. C., y Belmonte, J. M. (1991). *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Síntesis.
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations of model viability. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 547-589). Mahwah, NJ.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, Holland: Kluwer.
- Gee, J. P. (2008). A sociocultural perspective on opportunity to learn. En P. A. Moss, D. C. Pullin, J. P. Gee, E. H. Haertel y L. J. Young (Eds.). *Assessment, equity, and opportunity to learn* (pp. 76-108). Massachusetts: Cambridge University Press.
- Muñoz, C. (2009). *¿Cómo puede la educación contribuir a la movilidad social?: Resultados de cuatro décadas de investigación sobre la calidad y los efectos socioeconómicos de la educación, 1968-2008*. México, D. F.: Universidad Iberoamericana.
- Piaget, J., y Szeminska, A. (1987). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires: Guadalupe.
- Secretaría de Educación Pública. (2009). *Programas de estudio 2009. Primer grado. Educación básica. Primaria*. México, DF: Autor.
- Sfard, A. (2001). Equilibrar algo desequilibrado: Los estándares del NCTM a la luz de las teorías del aprendizaje de las matemáticas. *Revista EMA*, 6, 95-140.
- Steffe, L. P., y Gale, J. (1995). *Constructivism in education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Stephan, M., y Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. En D. H. Clements (Ed.), *Learning and teaching measurement* (pp. 3-16). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- UNESCO. (2007). *Educación de calidad para todos: un asunto de derechos humanos*. Santiago de Chile: Autor.