Interpretaciones del saber a enseñar. Un estudio sobre la resolución que dan los profesores de educación primaria a problemas escolares de razón y proporción

Homero Enríquez Ramírez
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco

Resumen: En este trabajo analizo las interpretaciones hechas por profesores de educación primaria al resolver problemas de razón y proporción planteados en el libro de matemáticas de quinto grado correspondiente al programa de estudios 1993. Los participantes fueron 66 profesores de una zona escolar del estado de Oaxaca, quienes resolvieron a lápiz y papel 4 problemas de razón y proporción: tres de valor perdido y uno de comparación de razones, en los cuales hubo razones enteras y fraccionarias y los contextos fueron de mezcla y de compra. Las estrategias, procedimientos y recursos empleados por un alto porcentaje de los profesores reflejan las mismas dificultades que los niños han mostrado en investigaciones sobre el tema, lo cual demuestra debilidades en el dominio del contenido e indirectamente en la práctica docente.

Palabras clave: Profesores, razón, proporción, interpretaciones, saber a enseñar.

Introducción

Las matemáticas, además de estar presentes y ser una necesidad en la vida de las personas, juegan un papel importantísimo en el desarrollo de la ciencia y de la técnica, razones por las cuales se les da gran importancia en los programas de estudio y en la escuela. Sin embargo, los propósitos educativos no se han alcanzado. El fracaso escolar, además de depender del aprendizaje del Español, está muy relacionado con el fracaso en matemáticas. Las pruebas hechas por INEE y PISA principalmente, han evidenciado este hecho, han mostrado que los alumnos no pueden resolver problemas que impliquen la aplicación de sus conocimientos a situaciones nuevas. Existe un vacío entre lo que se certifica que aprenden los estudiantes y lo que realmente saben.

Mi experiencia como profesor de Educación Primaria permitió darme cuenta que se les dificultaba trabajar ciertos contenidos como fracciones, conversiones de unidades, escala, porcentajes, proporciones, etc. Esta situación impulsó mi curiosidad de saber si los docentes tenían dominio de los contenidos, que según Perrenoud (2004), es el conocimiento mínimo para enseñar. Indagar conllevaría a dar luces si las carencias en el aprendizaje de los estudiantes están relacionadas meramente con su didáctica y enfoque o bien con un desconocimiento del contenido por parte de los profesores, lo cual agravaría la situación.

Después de analizar y estudiar la problemática se definió acercarse al conocimiento de los profesores sobre contenidos de matemáticas, mediante la resolución que dieran a problemas de razón y proporción planteados en los libros de texto. Se optó por el contenido de razón y proporción debido a que cruza la mayoría de los temas que los profesores señalaban como difíciles y porque en la literatura es considera un tema clave en el aprendizaje de las matemáticas (Lesh, 1988). Por otra parte, se decidió plantear los problemas de los libros de texto debido a que son el recurso sobre el cual el profesor basa su práctica y porque no se les demandaría más que resolver las mismas situaciones que sus alumnos tienen que resolver.

De la revisión teórica retomo el término *interpretaciones* para referirme a la forma de entender los problemas planteados en función de sus conocimientos, creencias o concepciones. Además retomo el término de *saber a enseñar* acuñado por Chevallar (1998) para referirme al contenido de enseñanza.

Una vez delimitado el problema plantee las siguientes interrogantes:

> *¿Qué interpretaciones del contenido de razón y proporción evidencian los profesores de educación primaria al resolver situaciones donde esté involucrado este saber a enseñar?*
>
> *¿Cómo resuelven los profesores de educación primaria situaciones donde esté involucrado el saber a enseñar de razón y proporción? ¿Qué estrategias aplican para resolverlas? ¿Qué procedimientos utilizan? ¿De qué recursos se valen?*

Responder a estas preguntas tuvo los siguientes **propósitos**:

> *Dar cuenta del dominio que los profesores tienen sobre el saber a enseñar de razón y proporción.*
>
> *Identificar estrategias, procedimientos y recursos que se valieron los profesores para resolver los problemas*

Identificar dificultades de los profesores al resolver problemas sobre el saber a enseñar de razón y proporción

Analizar las implicaciones que tienen el conocimiento o desconocimiento del contenido en la práctica docente.

Proponer acciones de mejora en la formación inicial y permanente de los docentes.

Metodología

La población participante en la investigación estuvo integrada por 40 profesoras y 26 profesores de Educación Primaria de segundo y tercer ciclo de la zona escolar 045 de Santiago Juxtlahuaca, Oaxaca.

El trabajo consistió en que los maestros dieran solución de manera individual a los problemas planteados en lecciones fotocopiadas de los libros de texto de cuarto, quinto y sexto grados, y además se les pidió escribieran sus procedimientos. De las cuales se seleccionó, en función de los problemas y las respuestas de los profesores, la lección de quinto grado "con el mismo sabor" por razones de las características de los problemas y la riqueza de soluciones obtenidas de los profesores.

Del análisis de la lección y las respuestas se pasó a un segundo momento para entrevistar algunos casos que fueran representativos de población participante. Esto no fue posible tal como se contemplo, ya que dependió de la disposición de profesores, sin embargo se entrevistó a 9, con lo cual se completó la obtención de datos y a partir de los cuales se hace el análisis de resultados.

Análisis y discusión de los datos obtenidos

Los datos presentados a continuación pertenecen a los cuatro problemas planteados en la lección "con el mismo sabor" del libro del alumno de quinto grado de educación primaria (1a, 1a', 1b, 2 y 3). Para este reporte muestro cuantitativamente el comportamiento general de cada uno de los problemas y evidencias de los problemas 1a, 1a' y 2 por las características y las soluciones dadas.

La forma de clasificar las estrategias de solución de los problemas fue con base en las ya clasificadas (Noelting, 1978, Karplus, Pulos y Stage, 1983; Hart, 1988; Lawton, 1993; Susan Lamon, 1996; Block, 2000; Lo, 2004):

VU: valor unitario

R-3: *regla de tres*

AD: estrategia aditiva incorrecta.

I: Generación de pares equivalentes. Apelan a la conservación de la suma o de las razones internas para generar pares equivalentes.

NV: estrategia no visible. Se trata de profesores que dieron la respuesta, pero no desarrollaron su procedimiento.

NC: sin respuesta. Son los profesores quienes no dieron respuesta al problema.

Aunque todas las soluciones dadas se enmarcan en estas estrategias hubo distintos procedimientos y recursos al interior de cada una.

Problemas planteados

Problema 1a y 1a'

Para fines del análisis el problema lo dividí en 2 partes: **1a** (cantidad de naranjas) y **1a´** (cantidad de azúcar) debido a que demanda dos respuestas de muy clara y diferenciada complejidad.

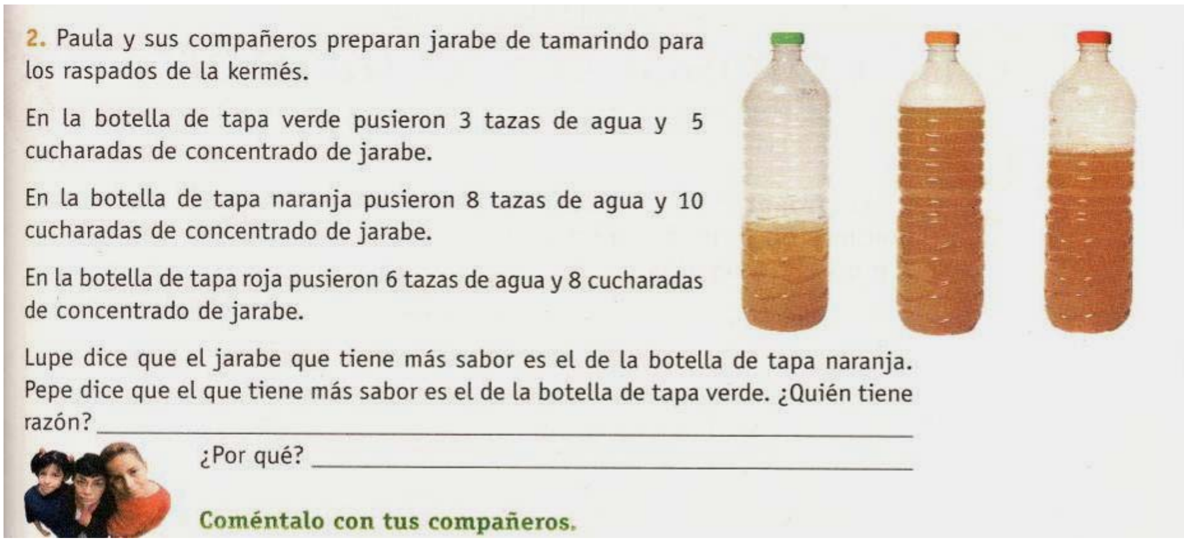
Figura 1

Problema 1b

*"*Se tienen 56 limones para hacer dos ollas de agua fresca. A una le caben 4 litros de agua, a la otra le caben 3. ¿Cuántos limones deberán ponerse en cada olla para que toda el agua tenga el mismo sabor? (libro de texto Matemáticas 5to grado, p. 108)*."*

Problema 2

Figura 2



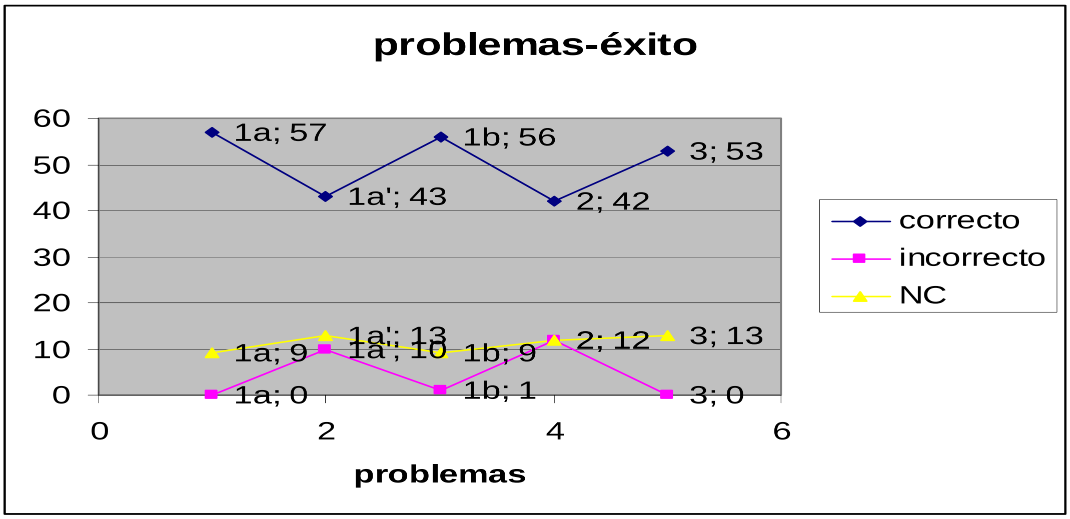
Problema 3

Figura 3

Análisis cuantitativo

Una primera forma en que se clasificaron las respuesta fue en función del éxito obtenido, es decir, si su fue correcta o incorrecta la respuesta (gráfica 1). En la gráfica cada par de números representa el problema y la frecuencia respectivamente (por ej. **1a** es el problema y **57** es la frecuencia de respuesta).

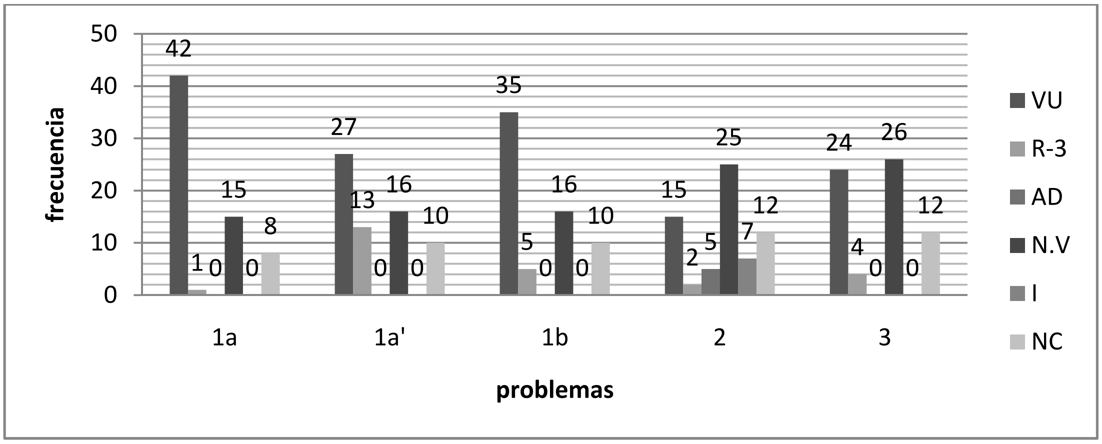
Gráfica 1. Éxito en las respuestas a los problemas



Se puede leer en la gráfica como en los problemas **1a' y 2** disminuyeron considerablemente las respuestas correctas y aumento las incorrectas. Esta situación estuvo relacionada, en el caso del problema **1a',** con la razón fraccionaria involucrada en la búsqueda del valor perdido y, en el caso del problema **2,** con la comparación de razones fraccionarias, con la interpretación de cantidades intensivas o bien con la búsqueda de un procedimiento.

En el análisis más detallado de los datos se identificaron las estrategias usadas por los profesores, las cuales se muestran en la *gráfica 2*. En ella es posible apreciar cómo variaron las estrategias en función de los problemas. La más recurrente fue la de valor unitario (VU), la cual estuvo presente en todos los problemas, seguida de la regla de tres (R-3). Cabe señalar que las estrategias aditiva incorrecta (AD) y generación de pares equivalentes (I) sólo estuvieron presentes en el problema de comparación de razones (**2).**

Gráfica 2. Estrategias utilizadas



También es evidente que hubo una considerable cantidad de profesores que no escribieron sus estrategias de ahí que no se sabe cómo llegaron a la respuesta.

Análisis cualitativo

Los dos problemas que representaron más dificultades para los profesores fueron el **1a’** y el **2** por lo cual mostraré algunos detalles de procedimientos y explicaciones dadas por los profesores en las entrevistas realizadas.

Problema 1a y 1a’

El problema involucra cantidades continuas (litros de agua) y discretas (botellas, naranjas) como puede apreciarse. Para hallar la cantidad de naranjas (**1a**) la razón externa es entera (10 litros a 40 naranjas o 5 botellas a 40 naranjas) y razón interna fraccionaria (6 a 10 o 3 a 5, pero es una relación que no fue utilizada en la resolución del problema. Por otro lado, en la segunda parte del problema (**1a’**) tanto la razón interna como externa son fraccionarias (4 a 10, 4 a 5 ó 6 a 10). Situación que provocó mayores dificultades para hallar la cantidad de azúcar o bien no la hallaron.

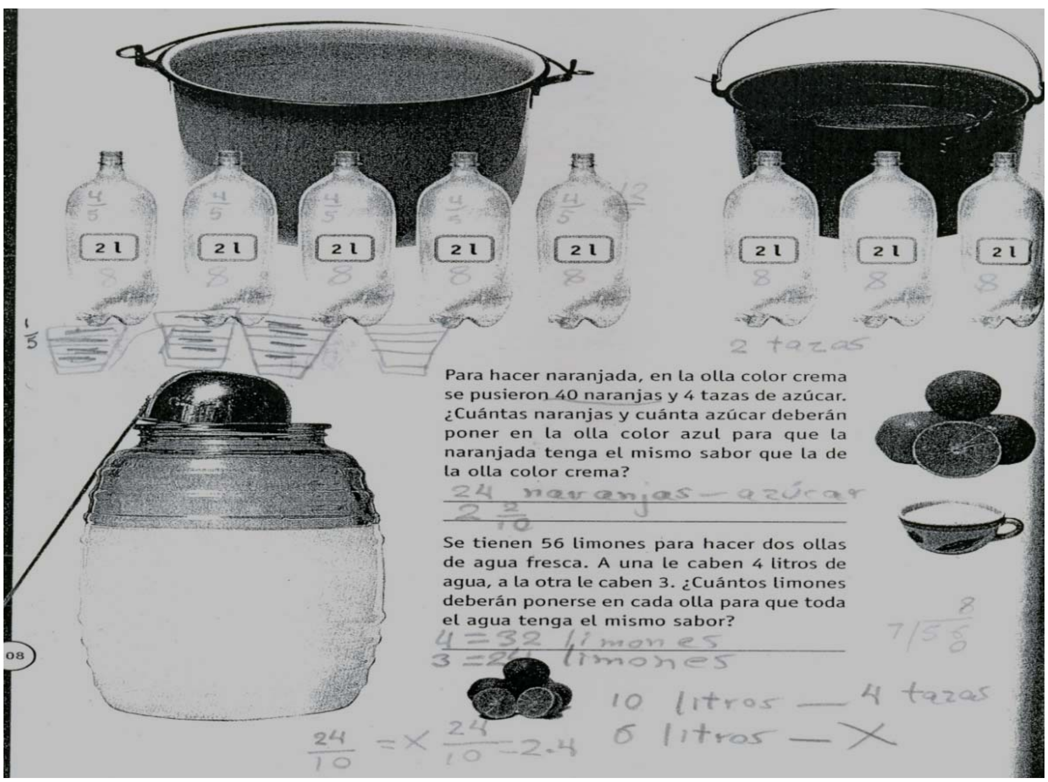
La profesora ***caso 7-C3*** (figura 4) dibujó las tazas y las dividió en quintos para después mediante el reparto uno a uno hasta agotar las partes de las tazas hallar la cantidad de azúcar requerida.

> E3: Cuatro quintos de azúcar. Porque lo hicimos así en dibujito. Dibujamos nuestros cuatro…nuestras cuatro tacitas de…de azúcar, las dividimos en quintos, entonces fuimos repartiendo cada quinto para dos litros, nos tocaron de cuatro quin-

tos. Entonces para esta…estos seis litros, pues igual le tuvimos que dar cuatro quintos a cada uno, y la suma de ellos nos da dos tazas, con estos dos quintos.

Porque aquí por ejemplo: un quinto, dos, tres, cuatro…para una; uno, dos, tres, cuatro…para otra….a ver, a ver, a ver…sí…sí, sí, sí, sí…a ver, a ver…a ver…bueno el asunto es que…uno, dos, tres, cuatro, para un litro; uno, dos, tres, cuatro…quintos para otro litro; uno, dos, tres, cuatro… quintos para otro litro. Entonces juntando: uno, dos, tres, cuatro, cinco, hasta aquí tenemos una taza ¿no?… hora… tres quintos más dos…tenemos…forman otra taza y le sobran dos quintos. Entonces sería dos tazas con dos quintos (ENTREVISTA NORERI111105, p. 4).

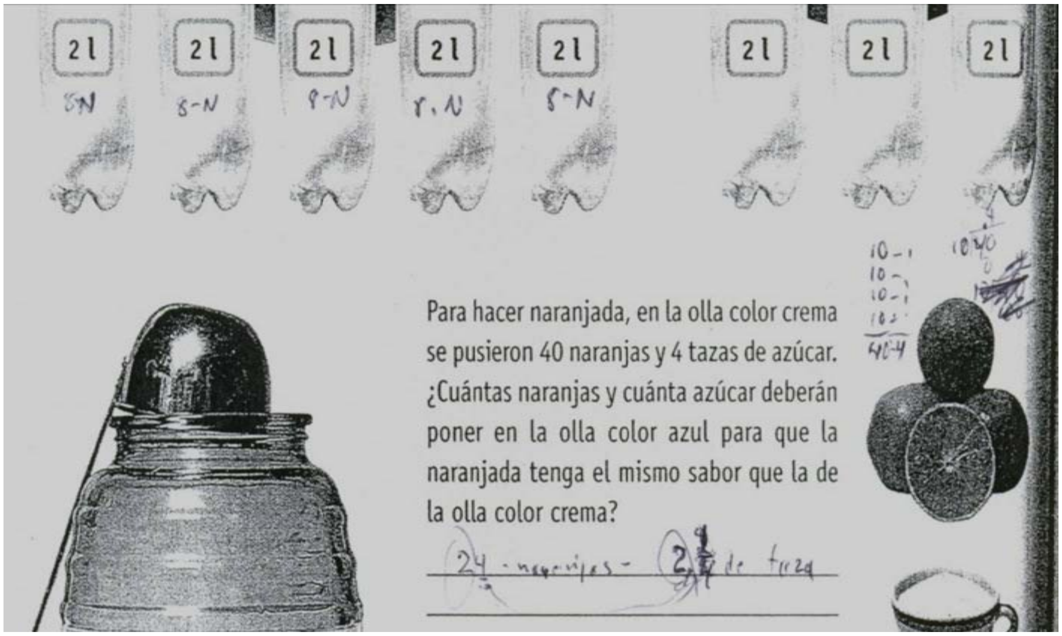
Figura 4



El ***caso 15-C2*** (figura 5), también se vale del valor unitario, sólo que trabaja con la relación de naranjas con azúcar (40:4) para obtener el valor unitario. Valor que no le resultó el más apropiado debido a que su iteración no daba exactamente al resultado buscado, además se le presentó otro problema con identificar que fracción de 10 es 4.

E8. No, eran 4 naranjas nada más, 3 por 8, 24, entonces 10 y 10, 20 y a éste (el 4), tiene que ser 24. Entonces… la mitad sería… media taza, pero como no llega ni a la mitad, entonces yo le aproximé un cuarto nada más. Porque no hice registro, nada más lo fui sacando de la pura mente. (Entrevista OFEFER111105, pp. 6-7)

Figura 5



Veamos, en la entrevista el profesor argumentó que a una taza de azúcar le corresponden 10 naranjas, entonces para dos tazas son 20 naranjas, el conflicto vino cuando trató de hallar la cantidad de azúcar para las 4 naranjas restantes, si hubieran sido 5 naranjas le correspondería media taza de azúcar, pero como eran 4, es decir, menos de la mitad, debería ser ¼ porque parece ser que para él es la fracción más próxima a 4 de 10 que 1/2.

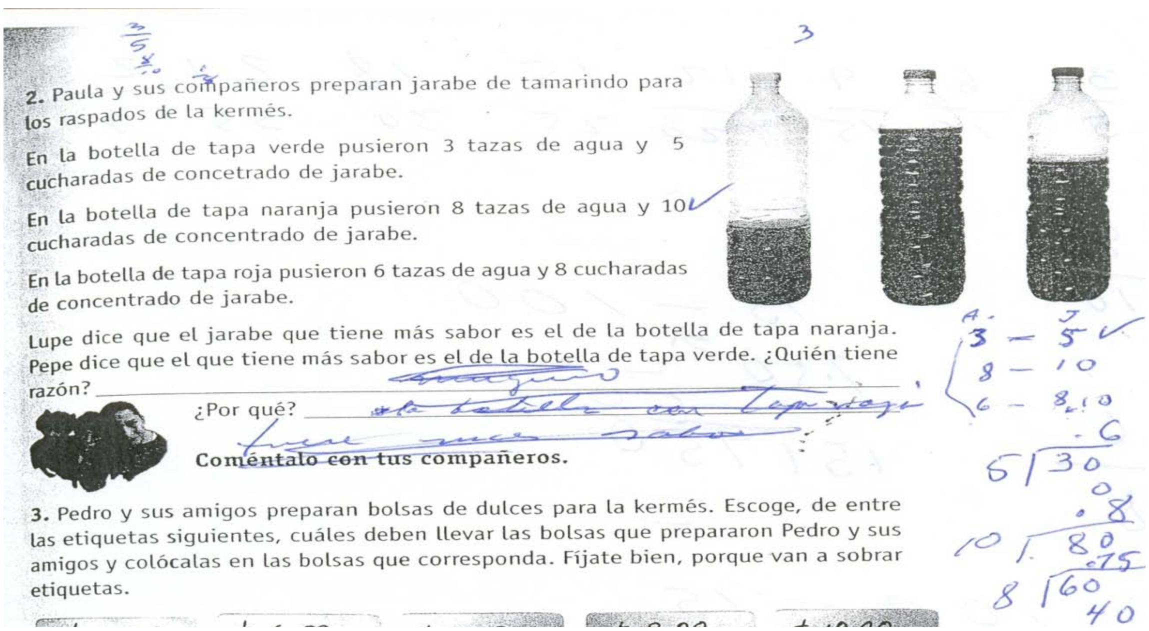
Problema 2

El problema **2** de comparación de razones fue muy rico para explorar interpretaciones de los profesores y también fue el que mayores dificultades provocó. Un reflejo de esto fue que la mayoría de estrategias clasificadas surgieron: *regla de tres*, *valor unitario, creación de pares equivalentes, diferencia aditiva y hasta cualitativa*.

Para resolver este problema era necesaria demandaba la correcta interpretación del significado de cantidades intensivas al trabajar con las fracciones como razón o bien con valor unitario (*tazas/cucharada o cucharada/tazas*), ya que de otra forma se llegaría a respuestas incorrectas. La estrategia de creación de pares equivalentes (**I**) no implicaba esta dificultad. También hubo, al parecer, profesores que sólo respondieron intuitivamente porque no escribieron nada (**NV**) y otros aplicaron la estrategia aditiva incorrecta (**AD**). Veamos unos casos:

El *caso* 8-C2 (figura 6) aplicó la estrategia de *valor unitario*, quien muestra dos complicaciones: la primera con la interpretación de la cantidad intensiva (tazas de agua por cucharada de concentrado), seleccionó la fracción mayor sin considerar que representaba (tazas por cucharada); y la segunda, con la interpretación de los números decimales, de los cocientes 0.6, 0.8 y 0.75, consideró que el 0.75 es el número mayor de los tres. Por tal razón en su respuesta señala que nadie tiene razón porque es la tercera mezcla la que tiene más sabor.

Figura 7


2. Paula y sus compañeros preparan jarabe de tamarindo para los raspados de la kermés.

En la botella de tapa verde pusieron 3 tazas de agua y 5 cucharadas de concetrado de jarabe.

En la botella de tapa naranja pusieron 8 tazas de agua y 10 cucharadas de concentrado de jarabe.

En la botella de tapa roja pusieron 6 tazas de agua y 8 cucharadas de concentrado de jarabe.

Lupe dice que el jarabe que tiene más sabor es el de la botella de tapa naranja. Pepe dice que el que tiene más sabor es el de la botella de tapa verde. ¿Quién tiene razón?

¿Por qué?

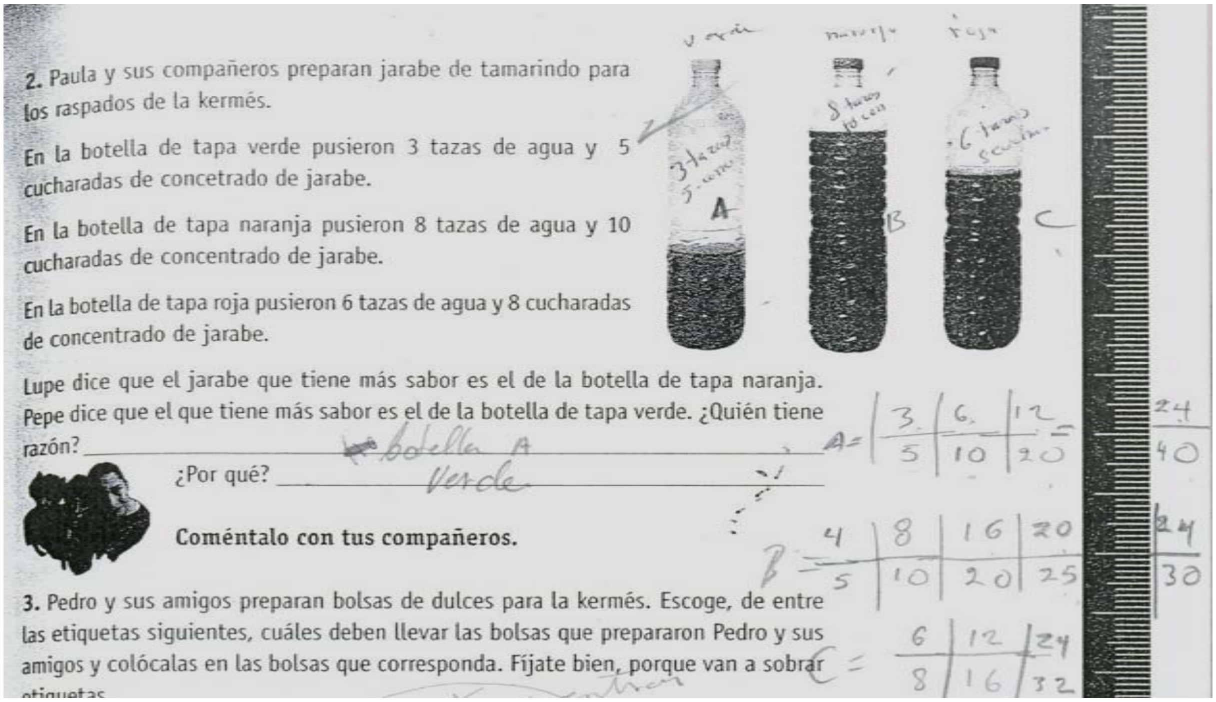
Coméntalo con tus compañeros.

3. Pedro y sus amigos preparan bolsas de dulces para la kermés. Escoge, de entre las etiquetas siguientes, cuáles deben llevar las bolsas que prepararon Pedro y sus amigos y colócalas en las bolsas que corresponda. Fíjate bien, porque van a sobrar etiquetas.

La estrategia de *creación de pares equivalentes* (I) fue aplicada en varios casos, la cual consistió en crear pares equivalentes de los números en relación (p. ej. 3:**5,** 6:**10**, 9:15 y 8:**10**, 4:**5**, 12:15) de tal manera de igualar alguno de los términos de las razones y de ésta manera comparar las mezclas.

El profesor *caso 21-C* (figura 8) utiliza esta estrategia y mediante tablas de variación proporcional obtiene los pares de razones hasta hallar uno común a las tres mezclas: 24/40, 24/30 y 24/32, y es así como determina qué la botella de tapa verde tiene más sabor porque a la misma cantidad de tazas le ponen más cucharadas de concentrado.

Figura 8



2. Paula y sus compañeros preparan jarabe de tamarindo para los raspados de la kermés.

En la botella de tapa verde pusieron 3 tazas de agua y 5 cucharadas de concetrado de jarabe.

En la botella de tapa naranja pusieron 8 tazas de agua y 10 cucharadas de concentrado de jarabe.

En la botella de tapa roja pusieron 6 tazas de agua y 8 cucharadas de concentrado de jarabe.

Lupe dice que el jarabe que tiene más sabor es el de la botella de tapa naranja. Pepe dice que el que tiene más sabor es el de la botella de tapa verde. ¿Quién tiene razón? botella A

¿Por qué? Verde

Coméntalo con tus compañeros.

3. Pedro y sus amigos preparan bolsas de dulces para la kermés. Escoge, de entre las etiquetas siguientes, cuáles deben llevar las bolsas que prepararon Pedro y sus amigos y colócalas en las bolsas que corresponda. Fíjate bien, porque van a sobrar etiquetas

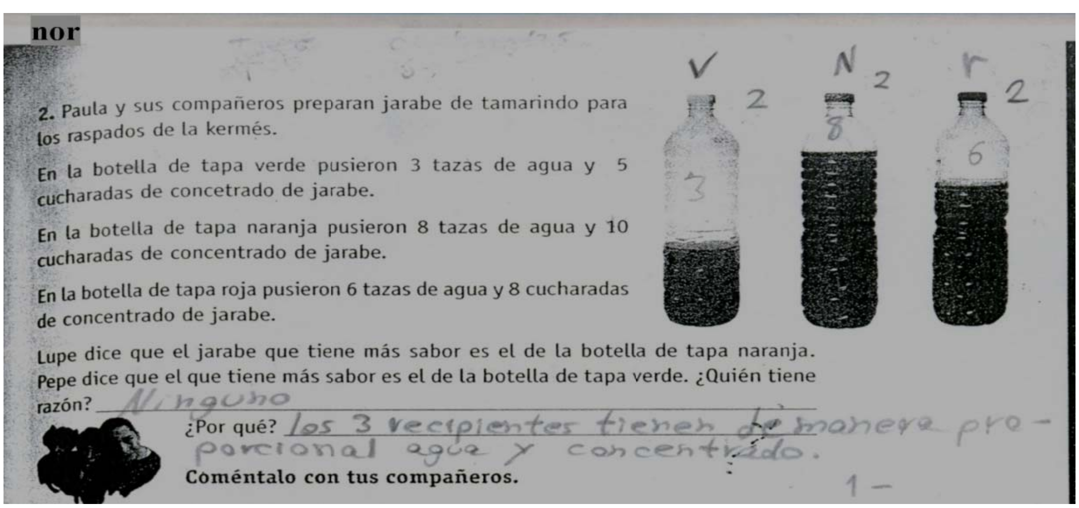
A = 3/5, 6/10, 12/20, 24/40

B = 4/5, 8/10, 16/20, 20/25, 24/30

C = 6/8, 12/16, 24/32

Por último indico la estrategia *aditiva incorrecta* (AD) la cual estuvo presente en 5 casos, situación que evidencia una equivocada interpretación de la razón, al considerarla una relación aditiva y no multiplicativa.

Figura 9



2. Paula y sus compañeros preparan jarabe de tamarindo para los raspados de la kermés.

En la botella de tapa verde pusieron 3 tazas de agua y 5 cucharadas de concetrado de jarabe.

En la botella de tapa naranja pusieron 8 tazas de agua y 10 cucharadas de concentrado de jarabe.

En la botella de tapa roja pusieron 6 tazas de agua y 8 cucharadas de concentrado de jarabe.

Lupe dice que el jarabe que tiene más sabor es el de la botella de tapa naranja. Pepe dice que el que tiene más sabor es el de la botella de tapa verde. ¿Quién tiene razón? Ninguno

¿Por qué? los 3 recipientes tienen de manera proporcional agua y concentrado.

Coméntalo con tus compañeros.

La profesora caso 7C-3 (figura 9) determina la diferencia entre las cantidades de la mezcla y las coloca en la parte superior de cada botella. A partir de tal deducción responde que "Ninguno, porque los 3 recipientes tienen de manera proporcional agua y concentrado".

Conclusiones

En el estudio se confirma que las estrategias utilizadas son las ya señaladas en otros estudios, así como los errores de interpretación según el tipo de razón y contexto del problema. Comparar un contexto de mezclas resultó más complicado comparar razones que hallar el valor unitario; que trabajar con razones enteras es más fácil que trabajar con razones fraccionarias. También se confirma que la razón y proporción demanda un razonamiento multiplicativo, el cual no se adquiere con los años o en la vida diaria, es necesario promoverlo en la escuela.

En otro sentido, saber matemáticas es ser competente matemáticamente (Llinares, 2003), lo que implica: *comprensión conceptual, desarrollo de destrezas procedimentales, pensamiento estratégico, capacidad de comunicar y explicar matemáticasmente y actitudes positivas hacia las matemáticas*. Esto es lo que se demanda a los profesores que logren en sus alumnos, para ello considero debemos ser competentes, así como conocer sobre la didáctica y los procesos cognitivos de los estudiantes al aprender matemáticas.

Como lo plantee en un principio hay un problema mayor que sobrepasa la didáctica de las matemáticas y está relacionado con que los profesores no somos competente matemáticamente. En las soluciones a los problemas que se plantearon en esta investigación demuestran serias dificultades para resolverlos, siendo que están destinados a sus alumnos. Es obvio que está situación limita la acción del docente.

Parece ser que la formación inicial y continua que estamos teniendo no nos brinda todos los elementos necesarios para nuestra labor y aunque comparto la idea de que en práctica se aprende mucho, también es cierto que no todo, más bien debe ir acompañada del estudio del contenido de matemáticas en este caso.

Referencias

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 296-333). NY: Macmillan Publishing.

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. (3a. Ed.) (Gilman, C., Trad.). Buenos Aires, Argentina: Aique. (Trabajo original publicado en 1991).

Hart, Kathleen (1988). Ratio and Proportion (Razón y Proporción)*. En Number-Concepts and Operations in the Middle Grades Vol. 2*. USA: Lawrence Erlbaum Associates, National Council of Teachers of Mathematics.

Lawton, C. (1993). Contextual Factors Affecting errors in Proportional Reasoning. En *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 24, No. 5, 460-466.

Lesh, Richard (1988). Proportional Reasoning (Razonamiento proporcional)*. En Number-Concepts and Operations in the Middle Grades Vol. 2*. USA: Lawrence Erlbaum Associates, National Council of Teachers of Mathematics.

Llinares, S. y Sánchez, M. (1990). El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas. En Llinares, S. y Sánchez, M. (Eds) *Teoría y Práctica en Educación Matemática.*, colección Ciencias de la Educación, Sevilla, España: ALFAR

Lo, J. (2004) Prospective elementary school teachers' solution strategies and reasoning for a missing value proportion task. En *PME28*. Bergen, Norway 14–18 July 2004.