COMPRENSIÓN Y CONCEPTUALIZACIÓN EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE ECUACIONES LINEALES

Pedro García Monroy / Jesús Leobardo Rendón García Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 131 Pachuca

RESUMEN: La educación se manifiesta como una práctica social compleja en la asignatura de matemáticas, en particular en el eje cuyo tema es el sentido numérico y pensamiento algebraico. Se sabe que los alumnos no son simples receptores que acumulan información, aprenden modificando sus representaciones mentales previas al hacerlas interactuar en situaciones problemáticas nuevas. Los directamente relacionados con el quehacer educativo de la enseñanza del álgebra, buscan identificar los diferentes registros de representación (mentales y semióticas) implicadas en la solución de expresiones algebraicas, la presente investigación abordara está problemática en el tema de sistemas de ecuaciones lineales. Se pretende reconocer y analizar cómo el alumno comprende y conceptualiza la solución de ecuaciones lineales.

Desde una postura epistemológica de carácter empírico-analítico (interés técnico). El campo de observación es la Escuela Secundaria General "Revolución Mexicana", ubicada en la carretera Doxey-Tlaxcoapan, Km. 1, es de categoría semiurbana, organización completa. Los actores participantes serán los alumnos 2°. El docente participa como conductor de las actividades emprendidas, guiadas éstas, de tal manera que al ejecutarlas distinga el objeto matemático, de su representación para que exista una comprensión.

PALABRAS CLAVE: Ecuaciones lineales, representaciones (mentales-semióticas), algebra.

Introducción

Las matemáticas, son una de las ciencias más arcaicas, culturas antiguas como la china, la egipcia, la babilónica y la griega las empleaban de manera extensa. A diferencia de lo que sucede en otras ciencias, lo que se descubre en las matemáticas se convierte en un hecho verdadero para siempre. En la época de los griegos, al igual que en la actualidad y que dentro de dos siglos, 2+2 fue, es y será 4 (Blum, 2005).

Se concibe que las matemáticas son difíciles, aburridas, pero en realidad, es una herramienta con la cual se debe contar para resolver problemas de la cotidianidad, el alumno debe tener conciencia, que las matemáticas, deben y tienen que ser aceptadas debido a

su utilidad. El universo "puro de la ciencia más "pura" es un campo social como otro, con sus relaciones de fuerza, sus monopolios, sus luchas y sus estrategias, sus interés y sus ganancias, pero donde todas estas invariancias revisten formas especificas (Bourdieu, 1997).

Al dar solución a las necesidades prioritarias, que se tiene como integrante de una sociedad, ocupan las matemáticas: el doctor, el licenciado, el ingeniero civil, el albañil, el tendero, el barrendero, el campesino, la enfermera, todos de algún modo u otro las emplean a la hora de desempeñar sus actividades. La complicación que implica su enseñanza, la sociedad las tiene ampliamente justificadas ya que en la aplicación de la técnica se cosechan los frutos y ventajas que aportan.

Los expertos en la disciplina la conciben como interesantes, hermosas y son arte. Lo dice también el matemático británico Godfrey H. Hardy (1877-1947), quien escribió "las obras de los matemáticos deben ser tan bellas como las de los pintores o los poetas. Las ideas deben armonizar como los colores a las palabras".

Al analizar el plan 2006 de educación secundaria nos damos cuenta de lo siguiente: en el contenido de ecuaciones lineales se espera que los alumnos resuelvan problemas, que lleven a la formulación y resolución de ecuaciones, utilizando las propiedades de la igualdad, reconozcan el valor desconocido del problema y lo simbolicen con una literal, formulen la ecuación y comprendan que la ecuación es una expresión algebraica que sintetiza los datos y las cantidad desconocida, se pretende también que al alumno se le facilite la traducción del lenguaje algebraico (Aguirre, 2006).

En los problemas de sistemas de ecuaciones lineales los estudiantes presentan dificultad en el pasaje del registro verbal al algebraico (Pérez Donoso, 1998 citado en segura, 2004, p. 52). Cometen errores en la traducción de la información al lenguaje de las ecuaciones (Alonso Et Al. 1993, p. 113).

Esta investigación hace como referencia al enfoque cognitivo basado en los registros de representación y su incidencia en la enseñanza-aprendizaje de nociones matemáticas, en particular las ecuaciones lineales. Este enfoque ha sido desarrollado por Raymud Duval y se apoya en las nociones semióticas de registro que se hace de manera tentativa para la clarificación del objeto de investigación, que en el apoyo y aplicación de la teoría funda-

mentada, se analizaran cómo los sujetos construyen los significados de álgebra para ver si hay una estructura semántica en la forma en que logran sus aprendizajes.

Planteamiento del problema

Las matemáticas son una ciencia que trata de la cantidad. Su campo educativo, está en realidad constituido por un conjunto de ciencias que estudian las relaciones precisas entre cantidades, signos, magnitudes y operaciones o métodos por los cuales las magnitudes buscadas pueden deducirse de otras conocidas. En todos los órdenes de la vida existen representaciones mentales (que muchas veces aparecen en forma espontánea), es decir imágenes o concepciones que un individuo puede tener sobre un mismo objeto. Este hecho no es ajeno a la Matemática.

Por lo tanto, cuando se trata de enseñar Matemática es fundamental abordar el campo de registros de representaciones. Un profesor tiene que pensar cómo explicar los conceptos matemáticos para facilitar la enseñanza-aprendizaje y esto presupone, entre otros aspectos, tomar conciencia sobre la teoría de registros de representación y utilizar métodos pedagógicos apoyados en ella. En este trabajo se ha privilegiado la utilización de la Teoría de registros de representación (semióticas) de Raymond Duval. Psicólogo francés, habla de "representaciones semióticas" como un conjunto de signos que son el medio de expresión de las representaciones mentales para hacerlas visibles a otros individuos. Por lo tanto las representaciones mentales nunca pueden ser independientes de las representaciones semióticas. La elección de un determinado registro de representación puede ser la clave para facilitar la comprensión de un determinado objeto matemático.

Duval afirma que no puede haber comprensión en Matemática, si no se distingue un objeto de su representación, pues, un mismo objeto matemático puede presentarse mediante representaciones muy diversas. Existe material en el cual se ha investigado del porque los alumnos no se apropian del conocimiento matemático, es necesario que como docente realice investigación, para que los alumnos se apropien de las matemáticas, las apliquen y las utilicen en la solución de ecuaciones lineales.

Al iniciar mi investigación planteo la interrogante: ¿Cómo las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático son útiles en el proceso de enseñanza-aprendizaje, para alcanzar la comprensión y conceptualización de las ecuaciones lineales en alumnos de 2° grado de secundaria?

Justificación

Los alumnos señalan que las matemáticas son difíciles, complicadas, que el profesor explica para él, no le entienden, el profesor repite muchas veces lo mismo, debe haber variación de actividades y que no explique muy rápido (Vázquez, 2008). Con este trabajo se pretende reconocer que existen al menos dos características de la actividad cognitiva implicada en las estrategias matemáticas, la comprensión y conceptualización de ecuaciones lineales, mediante la puesta en marcha de los distintos registros de representación.

El conocimiento debe ser siempre contextual y nunca separado del sujeto, cuando se está conduciendo, implica que, conocer es actuar, pero conocer, también implica comprender lo que se está haciendo. La pregunta que se hace uno cómo docente es ¿porque el alumno no se apodera del aprendizaje significativo del álgebra en particular de las ecuaciones lineales?, el profesor se frustra y se comienza en la búsqueda de soluciones para este problema. También se define al álgebra como el estudio de una estructura algebraica dada (Bouvier, 2000, p. 24).

Para Kieran & Filloy otra de las dificultades que presentan los estudiantes es: la falta de habilidad para expresar formalmente los métodos y procedimientos que se usan para resolver problemas (Kieran & Filloy, 1989, p. 230). Se considera que una de las causas importantes de las dificultades que numerosos alumnos padecen en nuestras clases de matemáticas, está en nuestra concepción de lo que son las matemáticas y de cómo se aprenden.

Objetivo general

Identificar cómo los diferentes registros de representación semiótica de un objeto matemático, son útiles para el proceso de aprendizaje, en la comprensión y conceptualización en ecuaciones lineales por los alumnos de 2° de secundaria.

Objetivos específicos

- 1.-Analizar los distintos registros de representación como elementos determinantes en el aprendizaje de ecuaciones lineales.
- 2.-Conocer el rol que juegan los registros de representación en el aprendizaje de las ecuaciones lineales en los estudiantes.

- 3.-Analizar la metodología empleada por el profesor en la combinación de signos en las expresiones para buscar el vínculo entre ecuaciones lineales y el aprendizaje del alumno.
- 4.-Conocer los registros de representación como medios de expresión y representación en el aprendizaje de las ecuaciones lineales.
- 5.-Analizar la relación entre los índices significativos de los distintos registros de representación y comprender la percepción de funcionalidad del uso de las ecuaciones lineales.

Metodología

Con base al procesamiento de la información correspondiente al análisis de datos, nos llevará a la construcción de categorías consistentes, que se obtendrán a partir de la aplicación de la teoría fundamentada. En este sentido, se analizará cómo los sujetos construyen los significados de álgebra para ver si hay una estructura semántica en la forma en que logran sus aprendizajes. Con el fin de tener un panorama más amplio de lo investigado en el campo educativo, la cual utiliza una serie de procedimientos, que a través de la inducción, genera una teoría explicativa de un determinado fenómeno estudiado (Glaser & Strauss, 1967). Es una metodología que tiene por objeto la identificación de procesos sociales básicos como punto central de la teoría. Esta metodología nos permite construir teorías, conceptos, hipótesis y proposiciones partiendo directamente de los datos y no de los supuestos a priori, de otras investigaciones o de marcos teóricos existentes. Aunque esta teoría ha sido tradicionalmente aplicada en estudios sociológicos, pero también se encontraron múltiples trabajos con áreas del conocimiento que la han utilizado. Es necesario construir diferentes modelos para el proceso de aprendizaje en las ecuaciones lineales. Se está trabajando en aspectos tales como: la política educativa, el entorno escolar, el ambiente familiar. Todo ello, es para conocer las causas que impiden el mayor aprendizaje en las ecuaciones lineales en el nivel de secundaria en el 2° grado. En el andar como investigador me encuentro que la problemática es al observar en el salón de clase, los docentes desconfían, creen que los vas a ir a criticar, se les ve el miedo que tienen a los observes. Son muy celosos de su tarea docente, otro obstáculo es que difícilmente te proporcionan datos de clase. Pero afortunadamente se encuentran profesores que te tienden la mano para poder seguir con tu investigación, las experiencias fortalecen la investigación.

Se trabaja con estudiantes en edad entre 13 y 14 años, que forman parte del nivel básico, en la Escuela Secundaria "Revolución Mexicana" de Doxey Mpio. De Tlaxcoapan, Hgo, están distribuidos por 31 y 29 alumnos por grupo, aplican un cuestionario a dos grupos de segundo. Para saber si tienen presente el aspecto cognitivo en: *la conceptualización, el razonamiento resolución de problemas y la comprensión de textos*, se llevó a cabo con la anuencia, asesoría y orientación del profesor, que trabajó los temas, subtemas del eje temático sentido numérico y pensamiento algebraico del programa de estudio 2006 de educación secundaria.

Se aplicaron 60 cuestionarios, el cuestionario 1. Consta de 10 ítems, 8 ítems de opción múltiple; 1 ítems para resolución de una ecuación lineal y 1 ítems es una pregunta abierta para compartir las estrategias de como resolvió la ecuación lineal.

En el andar como investigador me encuentro que la problemática es al observar en el salón de clase los docentes desconfían, creen que los vas a ir a criticar, se les ve el miedo que tienen que los observes, son muy celosos de su tarea docente, en una ocasión tuve que espera tres horas para que entrara con el profesor a su salón, él, no quiso entrar me puso mil escusas y me tuve que retirar de la escuela, otro obstáculo es que difícilmente te proporcionan datos de clase, pero se encuentran profesores que te tiendan la mano para poder seguir con tu investigación, las experiencias te fortalecen y fortalecen tu investigación sean buenas o sean malas.

Los alumnos de estos grupos, recientemente habían llevado el tema de lenguaje algebraico y el tema ecuaciones lineales. A los 60 alumnos que se presentaron el día de la aplicación del cuestionario, se les explicó en qué consistía el cuestionario y la finalidad que se perseguía en la investigación. El desempeño de los estudiantes fue deficiente, habiendo detectado casos en los que no se conceptualiza el lenguaje algebraico algo recurrente en ellos es que resuelven las ecuaciones solo de manera mecánica sin análisis, algunos de ellos solo esbozan intentos de solución.

Análisis de resultados parciales

Nos damos cuenta de las deficiencias en los alumnos, en el traslado entre registros, no se efectúa espontáneamente a menos que se trate de representaciones congruentes entre el registro de partida y de llegada, pero debe ser un obstáculo cuando no hay congruencia (Duval 2006). El aprendizaje de las matemáticas constituye un campo de estudio privile-

giado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales, es por eso, que nos damos a la tarea de mostrar los resultados, de manera cuantitativa y cualitativa.

A continuación se presentan los resultados obtenidos del cuestionario en una tabla y una gráfica en correspondencia al análisis realizado.

Tabla 1. De resultados obtenidos del cuestionario 1.

Aspecto cognitivo	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas	Total de alumnos
Conceptualización de los elementos de una ecuación lineal (incógnita, literal, igualdad)	49	11	60
Razonamiento y resolución de problemas	18	42	60
Comprensión de textos	1	44	60

Grafica 1. Resultados comparativos de la tabla 1. Aspectos cognitivos



Respuestas incorrectas

Conceptualización

Razonamiento y resolución de problem as
Comprensión de textos

Gráfica 2. Resultados comparativos de la tabla 2. Aspectos cognitivos

El cuestionario 1. Consta de cinco ítems son de conceptualización, 59% de alumnos tienen la noción del concepto correcto de ecuación, igualdad, literal, incógnita y expresión algebraica, los cuales contestaron correctamente, y 11% de alumnos no tienen idea de los conceptos antes mencionados. Dos ítems son de razonamiento y resolución de problemas los cuales 22% de alumnos resuelven y razonan correctamente al resolver la ecuación lineal, así como el pasaje del lenguaje común al lenguaje algebraico, 43% de alumnos no resuelve ni trabajan las representaciones mentales. Tres ítems son de compresión de texto y solo 19% de alumnos lograron comprender, apoyándose de las representaciones mentales para dar solución correcta, y 46% de alumnos no comprenden los textos matemáticos, lo que les impide llegar a la solución.

Discusión preliminar de resultados

Con base a los resultados preliminares de los datos recabados, vividos en el campo de observación, además de la necesidad de profundizar en las diversas dificultades que los estudiantes presentan: el presente trabajo nos permite aproximarnos a las siguientes conclusiones preliminares.

- 1.-Es posible contextualizar situaciones problemáticas en el salón para fomentar la enseñanza- aprendizaje de ecuaciones lineales.
- 2.-El presentar problemas contextualizados o reales (de ecuaciones lineales) al estudiante, constituyen una herramienta para la enseñanza de las matemáticas.

- 3.-Mediante el análisis de las representaciones (mentales y semióticas) es posible evaluar el avance cognitivo de los estudiantes en relación con el objeto matemático (ecuaciones lineales)
- 4.-Es necesario presentar a los estudiantes una matemática novedosa, con problemas del área de su interés profesional, para que sean competentes en problemas de carácter práctico. Es decir que diferencien el objeto matemático, trabajen en su representación mental y semiótica para poder comprender y conceptualizar las ecuaciones lineales.

Referencias bibliográficas

- Alonso F, C. Barbero, (1993). Ideas y actividades para enseñar algebra.
- **Articulo** de la revista Mexicana de investigación educativa enero-julio (1997 vol.2, núm. 3 pp.11-30.
- **Blum,** W. (2005). Matemáticas libros del rincon. En W. Blum, Matemáticas libros del rincon (págs. 4-7). México D.F.: Santillana Ediciones Generales S.A de C.V.
- **Bourdieu,** Pierre (1997) "el campo científico". En los usos de la ciencia Buenos Aires: Nueva Visión pp. 11-57.
- Bouvier, L., & George, M. (2000). Dicionario de Matemáticas. Madrid: Akal.
- **Chevallard,** Y., Bosch, M., & Josep, G. (1997). El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. México D.F.: Editorial Horsi/ICE Universitat de Barcelona.
- **Delfina** Gómez Guzmán (2009) La tesis "propuesta didáctica para la enseñanza de la multiplicación algebraica (polinomios) en el nivel básico" Universidad Autónoma Benito Juárez de Oaxaca.
- **Duval,** R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali: PETER LANG.
- Galdós, L (1995). Consultor matemático. Editorial Madrid cultural.
- **Kieran,** C. y E. Filloy . (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva Psicologica. Enseñanza de las Ciencias 7(3), pp.229-240.
- Lleana Miyar Fernández y María de los Ángeles Legañoa. (1967) "Insuficiencias que presentan los estudiantes universitarios y de educación básica en la asimilación de conceptos algebraicos. Universidad de Camagüey Cuba.
- **Manteca** Aguirre, E. (2006). Programas de estudio 2006. México D.F. Reproducciones Fotomecánicas S.A de C.V. (Aguirre, 2006).

- **Marcial,** K.,Ramirez, M (2009). "Análisis y propuesta de materiales didácticos para el estudio de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas en segundo grado de educación secundaria" UPN.
- **Mayanin** Vázquez, A. (2008). Factores que influyen en el aprendizaje de las Matemáticas No. 2. Educare Renovación Educativa, 36-40.
- **Panizza,** M., P. Sadovsky y C. Sessa. (1999). La ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito. Enseñanza de las ciencias 17(3), pp. 453-461.
- **Raimundo** Olfos A. "El paso de la aritmética al algebra". Universidad Católica de Valparaíso Raimundo.olfos@ucv.cl.
- **Ruiz Ángel**www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, UCR; Proyecto AIEM Escuela de Matemática, UNA.
- Segura, S. (2004). Sistema de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica Revista Latinoamericana de investigación en matemática Educativa 7 (1) pp. 49-78.
- **SEP** (Secretaría de Educación Pública). 2006. Plan y programas de estudio de Educación básica. Secundaria. México: SEP.
- **UPN**. (1995). Antologia de la matematica en la escuela. México D.F: Talleres de corporación mexicana de impresion S.A de C.V.
- **Ursini** Legovich Sonia. "Creación de un potencial para trabajar con la noción de variable" Matemática Educativa Cinvestav.
- **Cultural** (Spanish Edition) by Alan Bishop (Paperback May 1999) ... www.amazon.com/...Mathematic-Education.../8449307201