

SISTEMA DE NUMERACIÓN: DE LAS NOCIONES INTUITIVAS A LAS REGLAS FORMALES

LINDA MÓNICA GÓMEZ ORTIZ / CRISTIANNE MARÍA BUTTO ZARZAR
Universidad Pedagógica Nacional

RESUMEN: Varios estudios abordan la escritura numérica, desde diversas posturas, Gelman, Rochel y Gallister (1978) los conceptos numéricos implícitos en tareas de comparación de cantidades, Fuson (1988) el uso de las palabras número, Fuson (1990) la idea de las unidades multiunitarias, Lerner y Sadovsky (1994) las hipótesis y reglas intuitivas de los niños sobre el SND, Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas y Christinat (2000) las reglas intuitivas que siguen los niños para expresar conceptos numéricos adquiridos, Brizuela (2004) y Brizuela y Cayton (2010) tipos de representaciones no convencionales sobre el sistema de numeración decimal. El estudio fue realizado con niños de 1er. grado de primaria entre 6 y 7 años de edad. Se reportan resultados sobre el estudio de la escritura numérica. Etapas del estudio: 1ª etapa: aplicación de un cuestionario inicial

sobre contexto numérico y entrevista clínica individual; 2ª etapa: Aplicación de una secuencia didáctica, 3ª etapa: evaluación final. El marco teórico se fundamenta en las *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje* de Simon (1995) Lupiañez y Gómez (2007). Los resultados revelaron que las respuestas de los niños se ubican en las categorías que describen un pensamiento intuitivo, es decir, utilizan lo que saben acerca del número y la información que les proporciona la numeración hablada para elaborar sus propias reglas sobre la escritura numérica.

PALABRAS CLAVE: Escritura numérica, sistema de numeración decimal indo-arábigo, análisis didáctico.

Introducción

El sistema de numeración decimal indo-arábigo (SND) es el primer sistema matemático convencional con el que se enfrentan los niños en la escuela primaria. Autores como Lerner y Sadovsky (1994), Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas, Tiéche (2000), Brizuela (2004), Brizuela y Cayton (2010), reconocen que los niños están inmersos en contextos matemáticos diversos y estas experiencias les permiten ir construyendo hipótesis sobre los números, así como, la estructura y el funcionamiento del SND.

Este aprendizaje constituye una etapa en el desarrollo del pensamiento matemático de los niños en educación primaria. Para enseñar el SND es necesario desnaturalizar la noción que tenemos como adultos, es decir, dejar de pensar que la enseñanza de SND implica una técnica de traducción de cantidades a una forma gráfica y pensar en éste como un sistema de representación de cantidades que involucra aquellos elementos que son representados, como las cantidades y la cuantificación, y las relaciones entre los elementos que se manifiestan en la representación, como es el caso de las reglas que gobiernan al SND (Terigi y Wolman, 2007).

Adoptaremos la idea de sentido numérico de Llinares (2001), entendido como una forma de pensar sobre los números, el cual se vincula de manera directa con la adquisición del SND, ya que éste se basa en una red conceptual que relaciona los conceptos de agrupamiento y valor posicional con la posibilidad de utilizar las magnitudes absolutas y relativas de los números.

En el caso de la noción de número, Fuson (1988) hace hincapié en los conceptos matemáticos implicados en situaciones de secuencia numérica oral y en situaciones de conteo. Para la autora, la secuencia numérica es la emisión de la serie ordenada y exige de los niños la memorización. Las situaciones de conteo implican coordinar: 1) el apareamiento de los números con la acción de señalar, 2) la acción de señalar y un objeto concreto y 3) una relación directa entre la palabra-número y el objeto, que corresponde a la cuantificación de un conjunto de elementos.

La misma autora (Fuson, 1990) reporta la necesidad de que los niños construyan estructuras para conceptualizar y operar con distintos tipos de unidades de una misma cantidad, es decir, que el número puede ser entendido simultáneamente como unidades que se agrupan en centenas, unidades que se agrupan en decenas y en unidades sueltas. Esto es, concebir en todo momento las equivalencias y ser capaz de transformarlas de unas en otras.

Estudios realizados por Gelman, Rochel y Gallister (1978), argumentan que los niños demuestran lo que saben de los números y cómo se manifiestan en el sistema cuando comparan conjuntos. La idea de muchos y pocos está asociada al orden en el que aparecen los números en la serie numérica.

Desde el punto de vista del conocimiento matemático (Díaz y Butto, 2011) afirman que un sistema de numeración consiste en darle a cada número un nombre y una representación escrita utilizando un reducido repertorio de signos que, siguiendo reglas, permitan la representación de cualquier cantidad y que puede expresarse como $N = S + R$ donde: N es el sistema de numeración, S son los símbolos permitidos y R son las reglas de generación. Por ejemplo, en el SND la representación de “2” es válida, mientras que la representación en el sistema binario resultaría ser $\{10\}$.

El SND es *posicional* y *polinómico* (Díaz y Butto, 2011). Posicional porque el valor de un dígito depende del símbolo utilizado y de la posición que ocupa en el número. El término polinómico se refiere a un número en donde cada cifra es un coeficiente del polinomio base. Por ejemplo, cada cifra del número 735 es una *potencia* de 10: $7 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

Lerner y Sadovsky (1994) reportan como resultados de su estudio, los criterios que elaboran los niños para producir representaciones numéricas y comparar cantidades, y ofrecen aspectos esenciales que describen el recorrido de los niños en su intento por comprender el sistema de numeración, tales como: el número de cifras asociado a la magnitud de un número, el criterio de comparación por el valor absoluto de los primeros dígitos y la información que les proporciona la numeración hablada para la escritura de cantidades.

Scheuer, et al. (2000) estudia las notaciones que realizan los niños y observa la variedad de ideas numéricas que intervienen en la apropiación de las reglas del sistema y como las notaciones convencionales se van elaborando paulatinamente. De manera particular, la categoría de notaciones logarítmicas describe las escrituras de los niños en una relación directa, entre la denominación oral del número y la representación de cada palabra numérica, por ejemplo, seiscientos veinte (60020).

Brizuela (2004), observó que los niños utilizan el cero como una grafía inventada o como representación de un número que no saben cómo escribir. La introducción del cero, permitió explicitar la diferencia entre la escritura de los números y expresar el valor posicional, también está asociado a la escritura de los nudos o cantidades exactas.

Estas observaciones fueron reportadas en las categorías que Brizuela y Cayton (2010) como: la omisión de dígitos, la transcodificación literal completa y las notaciones compactadas.

Las mismas autoras (Brizuela y Cayton, 2010), exploraron la adquisición del SND a partir de representaciones de numerales de manera oral y con fichas de valor. Una aportación adicional fue explorar la adquisición del valor posicional de acuerdo con la ubicación de los ceros.

En el presente estudio abordaremos la idea de sentido numérico, entendido como una forma de pensar sobre los números, el cual se vincula de manera directa con la adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo.

Objetivos del estudio

- Estudiar el tránsito de las nociones intuitivas a las ideas formales que los niños desarrollan sobre escritura numérica.
- Investigar la viabilidad de un modelo de trayectorias hipotéticas de aprendizaje.

Marco teórico

El marco teórico de este estudio se fundamenta en la aportación de Simon (1995) sobre la noción de trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA), el autor describe las decisiones que se toman en el trayecto de enseñanza respecto a la tarea matemática. La importancia de este modelo radica en la relación creativa entre el objetivo de enseñanza del profesor y las posibilidades de aprendizaje del estudiante para trazar una trayectoria hipotética, que se soporta en conjeturas sobre como los niños reorganizarán colectivamente su razonamiento y hace evidente el uso de los medio de apoyo para provocar el aprendizaje.

Por su parte, Lupiañez y Gómez (2007) utilizan el modelo propuesto por Simon (1995) y plantean una adecuación para la noción de trayectorias hipotéticas de aprendizaje que permita a los docentes diseñar y evaluar las actividades de enseñanza por medio de un procedimiento cíclico que denominan análisis didáctico.

Dicho análisis propuesto por Gómez (2002) consiste en cuatro actividades: 1) Análisis de contenido, 2) Análisis cognitivo, 3) Análisis de instrucción y 4) Análisis de actuación; como un diseño local que se lleva a la práctica de un aspecto matemático específico.

Metodología

El estudio es de tipo descriptivo y explicativo, de corte cualitativo.

Participantes: Se trabajó con veinte niños de primer grado de primaria con edades entre 6-7 años, en una escuela pública de la Ciudad de México.

El estudio consiste en tres etapas. 1ª etapa: aplicación de un cuestionario inicial, seguidos de la entrevista clínica individual; 2ª etapa: diseño y aplicación de un plan de actividades, 3ª etapa: aplicación del cuestionario para evaluar la viabilidad de una trayectoria hipotética.

Primera etapa del estudio: Diseño y aplicación de cuestionarios iniciales.

Esta etapa consistió en el diseño de un cuestionario inicial (conteo, dictado de números y la escritura alfabética de números), seguido de una entrevista clínica individual. En este, se incluyeron actividades de conteo y de escritura numérica.

Tabla 1. Descripción del cuestionario inicial

No.	Idea matemática	Solicitud de la pregunta
1	Secuencia numérica oral y conteo	Reproducir la serie numérica oral del 1 al 100 señalando los números-
2	Escritura numérica	Escribir los números dictados, de una y hasta cuatro cifras, con ceros intermedios en la posición de las unidades, decenas y centenas.
3	Escritura alfabética	Escribir el nombre de los números, de una y hasta cuatro cifras, con ceros intermedios en la posición de las unidades, decenas y centenas.
4	Antecesor y sucesor	Escribir el número que va antes y después del número presentado con dos, tres y cuatro cifras.
5	Segmento de secuencia numérica	Completar la serie numérica en el rango de las decenas y centenas.

6	Irrelevancia del orden	Contar y comparar dos conjuntos, con los elementos en orden o en desorden.
7	Base diez	Agrupar y contar los elementos que hay en diferentes conjuntos.
8	Subitación	Decir, sin contar, cuántos elementos hay en patrones del dado y dedos de las manos. Se incluyen patrones únicos y patrones combinados.
9	Parte – todo	Contar dos conjuntos, escribir la cantidad de cada uno y la cantidad total.

Aplicación de la entrevista clínica

Fueron realizadas sesiones de entrevistas clínicas individuales de corte piagetiano. Cada entrevista duro aproximadamente entre 40 y 60 minutos. El objetivo es indagar cómo los alumnos resolvieron las tareas planteadas, se intenta descubrir aquello que no resulta evidente de lo que los sujetos hacen o dicen, ya sea en acciones o con palabras (Delval, 2001). En la entrevista se pone al niño frente a una situación y se le interroga con el fin de ver cómo justifica y/o argumenta sobre la situación planteada.

Segunda etapa del estudio: Desarrollo y aplicación de un plan de actividades

Esta etapa corresponde a un plan de actividades que incluye tareas relacionadas con el concepto de número natural y las reglas del SND (propiedad aditiva y multiplicativa, idea de agrupamiento en unidades multiunitarias y el valor posicional en la escritura de cantidades, entre otras ideas matemáticas).

Tercera etapa del estudio: aplicación de evaluación final.

Aplicación de una evaluación final, con el objetivo de indagar sobre el proceso de conceptualización matemática que desarrollaron los niños en la trayectoria hipotética de aprendizaje diseñada.

En este artículo se describen los resultados de la primera etapa del estudio que corresponde a la aplicación del cuestionario inicial y la entrevista clínica individual.

Resultados de la primera etapa del estudio

Fueron realizados dos tipos de análisis de datos: niveles de logro, como las respuestas que los estudiantes dieron en el cuestionario inicial y durante la entrevista clínica. Y las

estrategias de resolución de problemas que se dividieron de acuerdo a los dos contenidos explorados: concepto de número natural y escritura numérica.

Niveles de logro: Alto, Medio e Inicial.

Nivel de logro inicial: En esta categoría los niños conocen y reproducen el fragmento de los primeros números, un número por sí mismo no representa la cantidad total de objetos.

Nivel de logro medio: En esta categoría los niños usan los números para contar, pero no hay una relación biunívoca entre el término y el objeto. Utilizan la información que les proporciona la numeración hablada para nombrar y escribir cantidades utilizando la regla aditiva del sistema.

Nivel de logro alto: En esta categoría los niños han alcanzado el conteo con el apareamiento entre el término y el elemento de un conjunto, utilizan la propiedad aditiva y multiplicativa del sistema para nombrar y escribir cantidades de más de dos cifras.

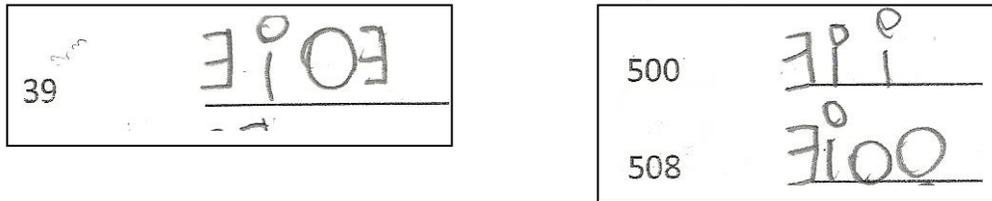
Estrategias de resolución de problemas

Se encontraron estrategias de resolución de problemas de número natural como: grafías para letras y números; rango de dominio; valor absoluto de los dígitos; omisión de dígitos; características de los nudos; escrituras diferenciadas y escritura extendida, y estrategias de resolución de problemas de escritura numérica como: combinación de grafías, letras y números: propiedad aditiva; información de la numeración hablada y uso de las reglas SND.

Resultados de nivel de logro

A continuación se da un ejemplo de los resultados. En el nivel de logro inicial los niños realizan el conteo en el rango del 1 al 29 aproximadamente y al llegar a la siguiente decena repiten un tramo de la serie aprendida, utilizan este conocimiento para nombrar números de dos y tres cifras. En colecciones grandes omiten el señalamiento de algunos elementos, o repiten el conteo de uno o más de los objetos. La figura 1 es ejemplo de las características de este nivel de logro.

Fig 1. Idea matemática: Escritura alfabética

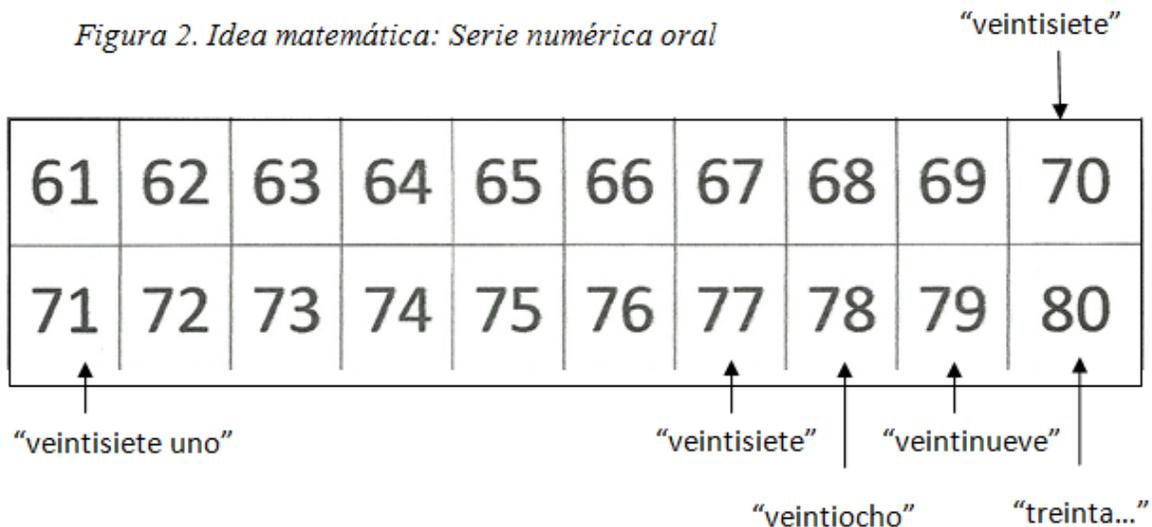


En el ejemplo el niño nombra al número 39 como “veintitrés”, “veinticinco” para 500 y “veintiocho” para 508. Recurre al rango de dominio entre los “veintes” para identificar los números y toma en cuenta uno de los dígitos de la cifra, para diferenciar entre los números 500 y 508 que tienen el mismo dígito al inicio de la escritura.

Resultados de las estrategias de resolución de problemas

A continuación se presenta un ejemplo de las estrategias de resolución de problemas sobre número natural y de escritura numérica.

En los resultados de la estrategia de resolución de problemas sobre número natural, la categoría de reglas intuitivas se caracteriza cuando los niños recurren al rango de dominio de la serie numérica y nombran la siguiente decena como la adición de la decena anterior, más una, por ejemplo “veinte y diez” y repiten la serie numérica de los primeros números. A continuación se muestra la figura 2 como evidencia de esta categoría.



El niño al llegar al 69, nombra la siguiente decena como “veintisiete” y reproduce el siguiente fragmento nombrando la serie de los primeros números. Se presenta un fragmento del registro que se realizó durante la aplicación del cuestionario inicial.

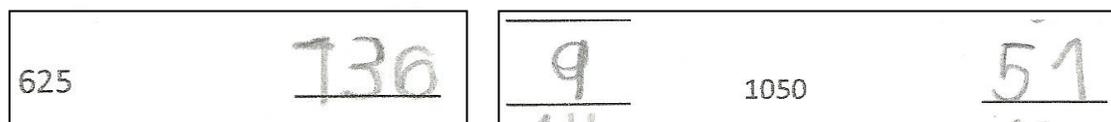
Idea matemática: Serie numérica oral

Niño: “veintisiete, mmmm”, “veintisiete uno, veintisiete dos...”. Al llegar al 77 nombra “veintisiete, veintiocho...”. Y regresa el fragmento del rango conocido.

En el ejemplo el niño recupera una parte del número y regresa a un tramo de la serie conocida, a la cual aplica la misma idea de repetición del 1 al 9.

En las estrategias de resolución de problemas de escritura numérica, en la categoría del valor absoluto los niños toman en cuenta el valor absoluto de cada dígito, cuando el número tiene tres o cuatro cifras lo fragmentan para nombrarlos o para identificar el número que va antes y después. La figura 3 es un ejemplo de la categoría del valor absoluto de los dígitos.

Fig. 3. Idea matemática: antecesor y sucesor



En el ejemplo el niño pone atención a cada uno de los dígitos y los trata de manera separada recuperando su valor absoluto, para el número 625 su sucesor es 736, es decir, 7 después del 6, 3 después del 2 y 6 después de 5. En el segundo ejemplo, nombra el número como “diez y cincuenta”, lo fragmenta en dos cifras conocidas y concluye que antes de 10 va el 9 y después de 50 el 51.

Conclusiones

A partir de los resultados se observa que las respuestas de los niños se ubican en las categorías que describen un conocimiento intuitivo. Los niños demuestran capacidad de abstraer cantidades pequeñas sin necesidad de contarla y su rango de conteo llega al segmento del 1 al 20 aproximadamente, mientras que en el proceso de aprendizaje de las reglas del sistema toman en cuenta las ideas que han elaborado acerca de los números

que conocen y la información que les proporciona la numeración hablada. Estos resultados muestran que, para trazar una ruta de aprendizaje y establecer un plan de actividades que pretenda enseñar los aspectos matemáticos mencionados, se deben establecer como objetivos las capacidades que los niños deben desarrollar considerando las categorías que describen las estrategias de resolución más avanzadas como: las ideas de agrupación, la propiedad aditiva y multiplicativa del sistema, y el valor posicional.

Referencias

- Brizuela, B. (2004). *Mathematical development in young children. Exploring notations*. New York: Teachers College Press.
- Brizuela, B. y Cayton, G. (2010). Anotando números desde pre-escolar hasta segundo grado: el impacto del uso de dos sistemas de representación en la presentación. En: *Cultura y educación*, 22/2, 149-167. Medford.
- Delval, J. (2001). *Descubrir el pensamiento de los niños. Introducción a la práctica del método clínico*. Barcelona: Paidós.
- Díaz, Y. y Butto, C. (2011). Adquisición del concepto de adición por niños de primer y segundo grados de primaria de una escuela Pública del Estado de Morelos. En: G. López, S. Roger y M.A. Reyes (Coords.). *Investigación en Comunicación Humana: Problemas, intervenciones y nuevas tecnologías*. (pp. 97-122). Mininas: Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.
- Fuson, K. C. (1990) Issues in place-value and multi-digit ans subtraction learning and teaching. In *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(4). 237-280.
- Gelman, R., and Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press
- Gómez, P. (2002). Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En M.C. Penalva y G. Torregosa (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, (pp. 341-356). Alicante: Universidad de Alicante
- Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. PNA, 1(2), 79-98.
- Lerner, D. y Sadvosky, P. (1994). El sistema de numeración: Un problema didáctico. En C. Parra y I. Saiz (Comp.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, (pp. 95–184). Buenos Aires: Paidós.
- LLinares, S. (2001). El sentido numérico y la representación de los números naturales. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*, (pp.151-176). Madrid: Síntesis.

Scheuer, N., Sinclair, A., Merlo de Rivas, S. y Tiéche Christinat, C. (2000). *Cuando cuento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales*. En: *Infancia y aprendizaje*, 90, 31-50.

Simon, M. (1995). Reconstructing mathematical pedagogy from a constructivist perspective. *In: Journal for Research in mathematics education*, 26/2, 114-145

Teregi, F. y Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *En: Revista Iberoamericana de Educación*, enero-abril/43, 59-83. Madrid: OEI.