

CONOCIMIENTOS DE ALUMNOS INDÍGENAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA SOBRE DOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN: APORTES PARA LA EDUCACIÓN BILINGÜE

FRANCISCO A. CRUZ RAMÍREZ/ CRISTIANNE BUTTO ZARZAR
Universidad Pedagógica Nacional

RESUMEN: El trabajo reporta resultados de conocimientos sobre dos sistemas de numeración, decimal indo-arábigo y vigesimal *tu'un savi* "mixteco" con alumnos de educación primaria bilingüe del estado de Oaxaca. Nos apoyamos de teorías que explican la naturaleza del proceso de razonamiento matemático, la transformación pedagógica, la didáctica y el diseño de enseñanza; los datos se analizan a través de la escritura de los números y con entrevistas clínicas; los objetivos: 1) se estudia cómo alumnos indígenas desarrollan el sistema de numeración

decimal y vigesimal oral del *tu'un savi* dentro del contexto escolar; 2) se reflexionan posibles vínculos entre estos dos sistemas y 3) se diseña una propuesta de enseñanza que apoye a los estudiantes a entender su sistema de numeración, a razonar el uso de bases aditivas y multiplicativas. Finalmente, al investigar y reconocer otras formas de entender los números de un sistema de numeración de un grupo originario de México permitirá diseñar y aplicar propuestas de enseñanza para el subsistema de educación indígena.

PALABRAS CLAVE: Sistema de Numeración Oral Vigesimal, *Tu'un savi*, Decimal Indo – Arábigo, Educación Básica y Enseñanza.

Introducción

Investigar los conocimientos matemáticos que desarrollan los alumnos de educación básica tienen un papel fundamental en el sistema educativo mexicano, principalmente cuando se trata de entender los conocimientos que desarrollan dentro del salón de clases. En este sentido, indagar acerca de qué ideas matemáticas conceptualizan los estudiantes de contextos vulnerables, permite implementar propuestas dentro del salón de clases para aportar ideas que den luz sobre el desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos poco reconocidos en educación básica, como el subsistema indígena.

Diversas investigaciones indagan sobre el uso del sistema vigesimal, por ejemplo, Micalco (2009), muestra los conocimientos desarrollados en diversas prácticas comunitarias relacionadas con las matemáticas de un grupo de jóvenes tseltales, de Chiapas, escolarizados y no escolarizados. En ese estudio, ellos utilizan el sistema vigesimal vinculado a la práctica cultural y al uso de la primera lengua en la comunidad. Los estudiantes escolarizados utilizan a menudo la multiplicación haciendo referencia a la base 20, los no escolarizados utilizan el número veinte del sistema vigesimal de la lengua tselta; la autora sostiene que hay una interrelación entre el sistema de numeración decimal indo-arábigo y los conocimientos del sistema vigesimal.

Los Sistema de numeración indo – arábigo

En este apartado se plantean las siguientes dos preguntas: 1) ¿Cómo desarrollan los alumnos de educación primaria la escritura numérica del sistema decimal indo-arábigo? y 2) ¿Cuál es la interrelación del aprendizaje del sistema de numeración decimal indo-arábigo con el sistema vigesimal *tu'un savi* en contextos bilingües?

En lo que refiere a investigaciones sobre el sistema de numeración decimal indo-arábigo (SND), Lerner y Sadovsky (1994), argumentan que los alumnos de los primeros años de educación primaria elaboran sus propias “hipótesis” para entender la funcionalidad del sistema. Además, las producciones de los numerales constituyen una forma de apropiación y representación del sistema de escritura numérica. Brizuela (2004); Brizuela y Cayton (2010); mencionan que los niños comienzan a pensar y aprender los números cuando inician su escolarización, aprenden a leerlos y escribirlos en la medida que desarrollan conceptos numéricos. Estas son representaciones externas en las que se apoyan con la intención de reconstruir una visión propia del sistema de escritura.

Lerner y Sadovsky (1994) realizaron una investigación con estudiantes de cinco a ocho años de edad y encontraron que los niños elaboran cuatro hipótesis sobre el funcionamiento del SND; 1ª: La cantidad de cifras corresponde con la magnitud del número representado; entre más cifras tiene la cantidad mayor es el número, 2ª, la posición de las cifras como criterio de comparación (el primero es el que manda); se le atribuye un valor a la cifra dependiendo el lugar que ocupa. Si hay un número con la misma cantidad de cifras, es mayor el que tenga la cifra mayor; 3ª, la numeración escrita se corresponde con la numeración hablada; los niños escriben el número como lo escuchan; 4ª, el rol de los números nudos (decenas, centenas y unidades de millar) son los que pueden escribir de forma convencional.

Por otra parte, Brizuela (2004), observó el uso de las comas, los puntos para facilitar la lectura y adquisición de la escritura de los números en niños de educación primaria. Encontró varias hipótesis que los niños desarrollan, la primera se refiere a la lectura de los números de forma convencional antes de entrar a la educación formal a partir del conocimiento sobre el dinero. Además, suponen que los números que están a la derecha del punto se refieren a dólares y los que están a la izquierda a centavos, lo que equivale en el SND a décimas. En la segunda, los niños relacionan la puntuación de la notación numérica con la puntuación de la lecto-escritura, es decir, los niños argumentan que, los puntos que están en un número indican el momento en el que hay que parar de leer la cantidad y que las comas indican una pausa en dicha lectura; 3) En la tercera, los niños en la escritura utilizan las comas para dividir grupos de tres números como por ejemplo: 1,000; 10,000; 1,000, 000. Para los niños, existe una tensión constante en el proceso de adquisición del sistema de numeración decimal y por lo tanto, entender sus concepciones a profundidad facilitaría el desarrollo del proceso de aprendizaje.

Sistema de numeración vigesimal

Los sistemas de numeración de los pueblos originarios de México muestran un conocimiento particular de ver, interpretar y conceptualizar el mundo. Se cree que muchos de estos fueron concebidos a partir de las partes del cuerpo, pues, se desarrollaron con la ayuda de las partes de los dedos de las manos y los pies, que son el número completo de dedos de una persona (Hollenbach y Erickson, 2000) y, como un mecanismo para dar respuesta a la propia actividad de cuantificación de un grupo social. Las lenguas desarrolladas en un determinado territorio, tienen una relación evolutiva entre sí, de esta

manera, muchos tienen origen en una sola lengua madre. Al respecto Greenberg (1978) sostiene que una lengua posee términos y estructuras lógicas universales que la definen dentro de un grupo de lenguas.

De acuerdo con Greenberg (1978) y Cruz (2012), para identificar los numerales de cualquier lengua se necesita identificar su vocablo oral. Así, primero se buscan las expresiones de los numerales de la lengua *tu'un savi*, posteriormente se halla la correspondencia número-vocablo de cada una de esas expresiones. Así, se encontraron los primeros diez numerales del *tu'un savi* que se usan en la práctica cotidiana: *ín*, *uvi*, *uni*, *kumi*, *u'un*, *iñu*, *utsa*, *una*, *iin*, ***utsi***, estos pertenecen a los primeros números del uno al diez.

La cadena numérica continúa con las expresiones *utsi ín* (diez uno), *utsi uvi* (diez dos), *utsi uni* (diez tres), *utsi kumi* (diez cuatro); se puede observar que al numeral *utsi* (diez) se le agrega *ín* (uno), *uvi* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para formar los números del 11 al 14, aquí se derivan las siguientes operaciones aditivas: $10+1$, $10+2$, $10+3$, $10+4$.

Posteriormente, al numeral ***tša'un*** (quince) se le agrega *ín* (uno), *uvi* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para formar los números del 16 al 19. Aquí se puede observar que hay operaciones aditivas, por ejemplo: $15+1$, $15+2$, $15+3$, $15+4$.

Las siguientes expresiones numéricas son *oko* (veinte), *oko ín* (veinte uno), *oko uvi* (veinte dos), *oko uni* (veinte tres), *oko kumi* (veinte cuatro), *oko u'un* (veinte cinco), *oko iñu* (veinte seis), *oko utsa* (veinte siete), *oko una* (veinte ocho), *oko iin* (veinte nueve), *oko utsi* (veinte diez). La operación aritmética es la suma: $20+1$, $20+2$, $20+3$..., $20+10$.

Como se puede observar, el orden de los vocablos en la cadena numérica *tu'un savi* permite deducir las operaciones aritméticas dentro del sistema. Se utilizan las operaciones aditivas: ***utsi ín***, ***utsi uvi***... ***tša'un ín***, ***tša'un uvi*** que son $10+1$, $10+2$... $15+1$, $15+2$ respectivamente. Posteriormente, se utiliza la operación multiplicativa [*oko*, 20]. ***Utsi (10)***, ***tša'un (15)*** y ***oko (20)*** son las agrupaciones de ese sistema numérico.

A partir de los vocablos de los números *tu'un savi* se puede ver y reflexionar cómo se organizan los números naturales, un conocimiento propio del pensamiento matemático de los *na savi* [gente de la lluvia]. Las reflexiones hechas anteriormente, proporcionan bases

solidas para la enseñanza de este sistema numérico con el propósito de generar oportunidades de reflexión hacia otras formas de organización de los números naturales.

Caballero (2005), sostiene que el uso oral del sistema *tu'un savi* "mixteco" se ha lexicalizado conforme al español, es decir, el mixteco ha ido retomando palabras del español para nombrar algunos números del sistema decimal, por ejemplo cien, mil, millón. Entonces en *tu'un savi* se dice "in ciento", "in mil" e "in millón" [un ciento, un mil, un millón]. En opinión de este autor se necesita revalorar y revitalizar este sistema mediante el uso cotidiano dentro de la comunidad para evitar que sea desplazado por el español. El mismo autor plantea que los *na savi*, recuperen y sigan usando todos los vocablos del mixteco en sus actividades diarias así como introducir el sistema de numeración como un contenido de enseñanza en una educación bilingüe.

Objetivos del estudio:

- I. Estudiar el desarrollo de conocimientos del sistema decimal indo-arábigo y vigesimal oral *tu'un savi* dentro del contexto escolar.
- II. Diseñar una propuesta de enseñanza que apoye a los estudiantes bilingües a entender su sistema de numeración.

Marco referencial

En esta investigación se retoma a Cummins (2002) que plantea una pedagogía para transformar al individuo a partir de las experiencias propias. Asimismo, se busca desarrollar la identidad del individuo hacia las matemáticas desde lo propio. De acuerdo con Lerner y Sadovsky (1994) se explica el proceso de conceptualización y desarrollo de hipótesis para construir el pensamiento matemático. Desde la perspectiva de Bender y Beller, (2013), para la enseñanza de los sistemas de numeración vigesimal se tendría que retomar los dedos de manos y pies y reflexionar críticamente sobre ello para el fortalecimiento de la identidad, también, se utilizan los vocablos de los nombres de los números y su escritura como representación externa.

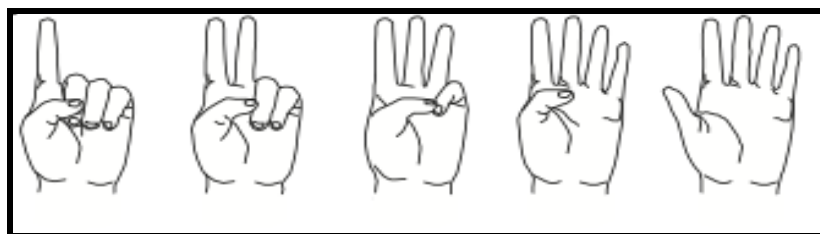
Metodología

La metodología es cualitativa-descriptiva; se buscó identificar las ideas que desarrollan los alumnos de 2^{do} y 3^{er} grados de educación primaria sobre dos sistemas de numeración, la decimal y la vigesimal oral *tu'un savi*. Los participantes son tres niños y cuatro niñas de segundo y tercer grados de primaria, que asisten a una escuela indígena multigrado, de entre 7 a 10 años de edad del estado de Oaxaca. El estudio consta de dos etapas: 1^a Etapa: se aplican cuestionarios de escritura numérica sobre dos sistemas de numeración para estudiar la conceptualización matemática que los estudiantes desarrollan sobre el SND y vigesimal; 2^a Etapa: Diseño de una propuesta de enseñanza a partir de los números del *tu'un savi* del *ín* (1) al *u'un xiko* ($5 \times 20 = 100$), ésta se fundamenta en el reconocimiento de las unidades, las bases aditivas y multiplicativa del sistema, entre otros aspectos. A continuación se muestra parte de la secuencia de enseñanza del *tu'un savi*. Esta propuesta se basa fundamentalmente de la cosmovisión de la gente de la lluvia. De esta manera, centramos la enseñanza en los siguientes aspectos:

Propuesta de diseño de enseñanza del sistema numérico *tu'un savi*

1. Identificar los vocablos del sistema de numeración oral *tu'un savi* con los dedos de manos y pies, ver figura 3.

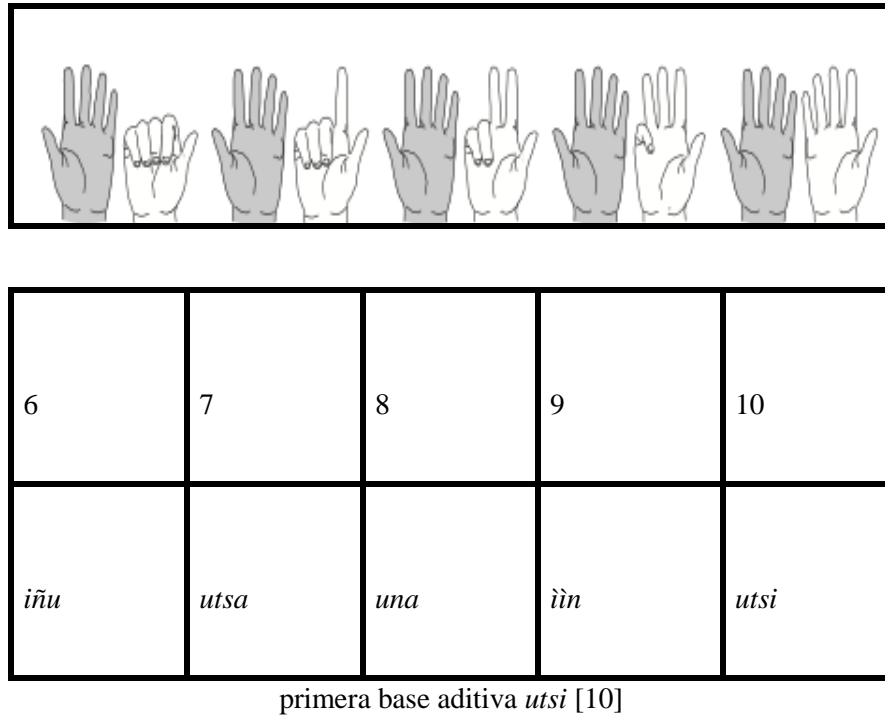
Figura 3. Los primeros vocablos de los números del *tu'un savi* del *ín* al *u'un*



1	2	3	4	5
<i>ín</i>	<i>uvi</i>	<i>uni</i>	<i>kumi</i>	<i>u'un</i>

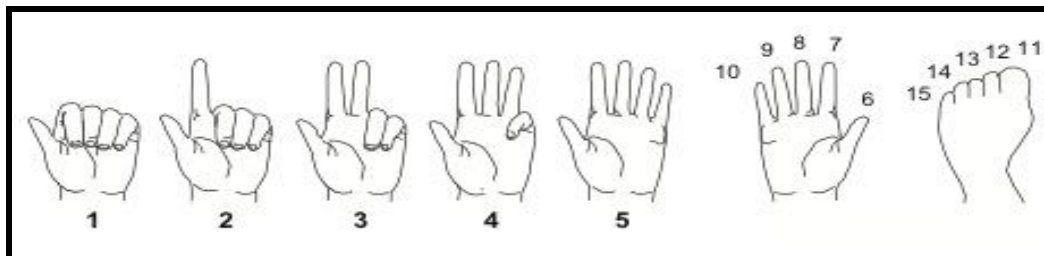
- Reconocer el número diez como base aditiva dentro del sistema *tu'un savi*, ver figura 4.

Figura 4. Vocablos de los números del *tu'un savi* del *iñu* al *utsi*



- Identificar la base aditiva *tsa'un* [15], ver figura 5.

Figura 5. Vocablos de los números del *tu'un savi* del *utsi ín* al *tsa'un*



					<i>iñu,</i>	<i>utsi ín,</i>
					<i>utsa,</i>	<i>utsi uvi,</i>
					<i>una</i>	<i>utsi uni,</i>
					<i>ìn,</i>	<i>utsi kumi,</i>
<i>ín</i>	<i>uvi</i>	<i>uni</i>	<i>kumi</i>	<i>u'un</i>	<i>utsi</i>	<i>tsa'un</i>

4. Reflexionar que la base multiplicativa *oko* del sistema de numeración oral *tu'un savi* equivale a una persona.

Análisis de los datos

Los datos se analizan en dos partes: en la primera se examinan las hipótesis que desarrollan los estudiantes sobre dos sistemas de numeración: indo-arábigos: 1) El papel de la numeración hablada, 2) el rol de los nudos, 3) la cantidad y 4) posición de las cifras, y para el sistema vigesimal se examina 1) la numeración oral, 2) la escritura de los nombres de los números. En la segunda etapa, se realiza un análisis de las respuestas de los estudiantes a partir de entrevistas clínicas individuales.

Resultados preliminares

En los resultados de la primera etapa del estudio correspondiente a la aplicación de dos cuestionarios: SND y vigesimal oral *tu'un savi*, se encontró que algunas los estudiantes han desarrollado nociones del sistema de numeración decimal que han estudiado en la escuela pero también tienen nociones del sistema de numeración vigesimal de su lengua.

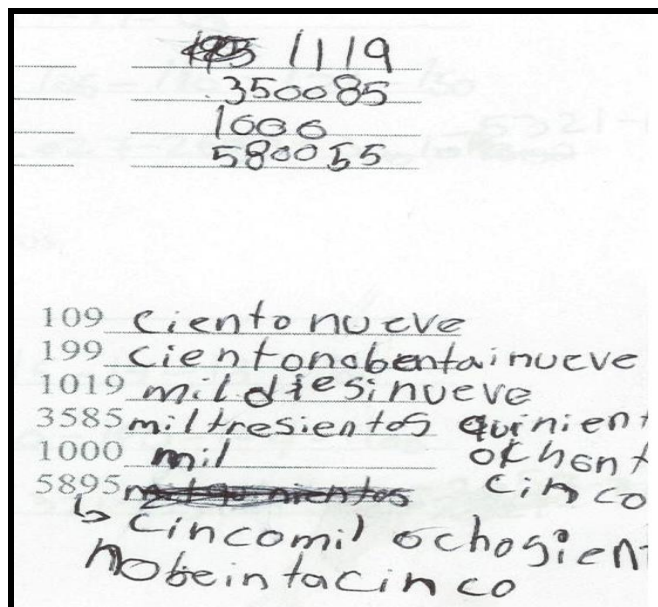
Resultados del sistema de numeración decimal indo – arábigo

Los resultados obtenidos se muestran con un ejemplo de la hipótesis desarrollada por un alumno: la cantidad de cifras y la numeración hablada.

Pregunta del cuestionario: Se solicita al niño escribir los números que se le dictan.

Los resultados de esta etapa revelan que los estudiantes desarrollan ideas intuitivas sobre el sistema indo-arábigo, por ejemplo, la alumna “F” escribe los números dictados de la siguiente forma: se le dictó 1019 y ella escribió 1119, luego escribió 350085 para 3585 y 580055 para 5855, ver figura 1.

Figura 1. Alumna “F”, 2^{do} grado, siete años



Comentario:

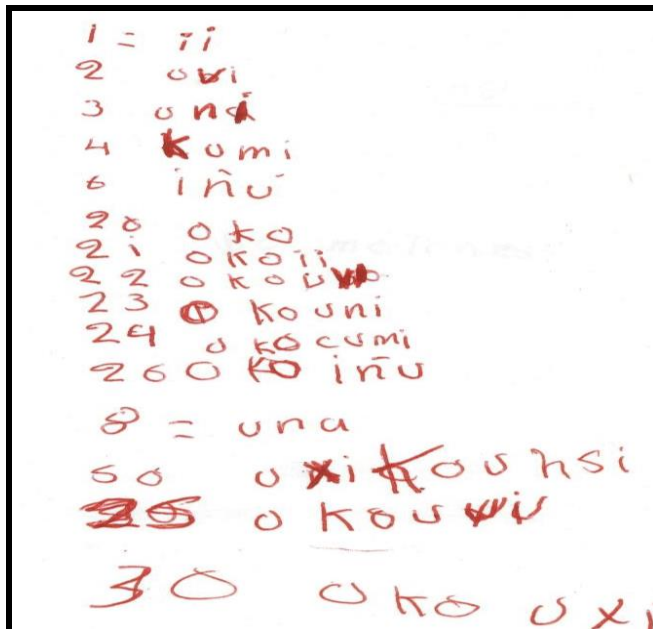
En la escritura numérica para 1019 la alumna escribe 1119, para 3585 escribe 350085, para 5855 anota 580055. Se observa que los alumnos poseen conocimientos de la escritura numérica relacionados con la cantidad de cifras que componen un número; piensan que escribiendo mayor cantidad de cifras, mayor es el número representado; aplican sus propias hipótesis de escritura numérica de los números que ya saben escribir, por ejemplo los 500, 1000 y 800 son números cuya escritura numérica convencional reconocen más rápido y a menudo se corresponde con la numeración hablada.

Resultados del sistema de numeración oral *tu'un savi*

A continuación se muestra un ejemplo del conocimiento que tienen los niños sobre la numeración en su lengua *tu'un savi* aunque ésta no se les haya enseñado en la escuela.

Pregunta: ¿Qué números conoces de la lengua *tu'un savi*? escríbelos.

Figura 2. Alumna "Y", 3^{er} grado, ocho años



A continuación reproducimos la entrevista de la alumna "Y".

Dialogo de alumna “Y”-entrevistador:

Entrevistador (E): qué números conoces del *tu'un savi*, [conteo oral].

Y: nada más me sé hasta cinco.

E: ¿puedes decirlos?.

Y: *ii* (1), *uvi* (2), *uni* (3), *kumi* (4), *iñu* (6), *utsa* (7), *utsi* (10).

Hace una pausa y después continua el conteo a partir del número *oko* (veinte), que es la base multiplicativa del sistema oral *tu'un savi*: *oko* (20), *oko ii* (21), *oko uvi* (22), *oko uni* (23), *oko kumi* (24), *oko iñu* (26), *una* (8), *uxiko uhsi* (50), *oko u'u* (25), *oko uxi* (30).

E: – Como dices el número veinte (*oko*).

Y: – *oko*.

E: – El número treinta (*oko utsi*).

Y: – *tsa'un* (quince).

E: – Qué número es *utsi uvi* (12).

Y: – Quince.

E: – Si yo te digo *tsa'un*, qué número es?.

Y: – Diecinueve.

E: – La palabra *tsa'un kumi* (19).

Y: – Catorce.

Se puede observar que la alumna no logra escribir ni identificar la base aditiva *tsa'un* (quince), que es un agrupamiento del sistema numérico *tu'un savi*, el cual se utiliza para formar otros números como el 16,17,18,19, el 35, 55, 75, 95, entre otros. Se puede apreciar que en la escuela la alumna “Y” no le han dado la oportunidad de reflexionar sobre la estructura de ese sistema.

Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos en el estudio, se concluye que los niños desarrollan hipótesis, conocen y usan algunos números del mixteco, pero no han desarrollado la escritura de números más grandes. Hay números importantes que fungen como bases aditivas del sistema vigesimal que aun no reconocen, como el 15.

Se reflexionó sobre la pertinencia de entender el proceso cognitivo de los niños en su aprendizaje; en este caso, se indagó e identificó la adquisición de las reglas formales del sistema de numeración decimal, que es una herramienta básica para el manejo de los algoritmos.

Implicaciones pedagógicas para la enseñanza del sistema de numeración oral tu'un savi

Con el sistema de numeración *tu'un savi* se puede acceder al conocimiento de los números naturales, y gracias a su estructura se propicia la reflexión a otras formas de agrupación y desagrupación de estos. Su enseñanza en el contexto escolar, tiene tres modalidades: la enseñanza basada en partes del cuerpo, en los vocablos de los nombres de los números y en la escritura de los números como representación externa. Al socializar la estructura del sistema de vigesimal *tu'un savi* basado en las extremidades del cuerpo, específicamente en los dedos de manos y pies, éste puede fungir como un recurso didáctico para enseñar a agrupar los números naturales.

En la escuela se debe considerar una formación didáctica, psicológica, lingüística y sociocultural, entre otras. Así, el proceso de revalorización de las nociones de los pueblos originarios permitiría afianzar su identidad y educación.

Referencias Bibliográficas

- Barriga, F. (2005). "Historia natural de los sistemas de numeración". En M. Alvarado y B. M. Brizuela (Comps.), *Haciendo números: las notaciones numéricas vistas desde la psicología la didáctica y la historia*. México. Paidós.
- Bender, A. y Beller, S., (2013). Cognition is...fundamentally cultural. *Behavioral Sciences*. V. 3, pp. 42–54.
- Brizuela, B. (2004). *Mathematical Development in young children: exploring notations*. NY: Teachers College Press.
- Brizuela, B. y G. Cayton (2010). Anotar números desde pre-escolar hasta segundo grado: el impacto del uso de dos sistemas de representación en la presentación. *Cultura y Educación*, 22 (2), 149 -167.
- Caballero, G. (2005). La numeración de *Tu'un Savi*". Revista *Tu'un Savi*. Números 7, 8 y 9. Huajuapán de León, Oaxaca.
- Cruz G, F. (2012). La enseñanza del sistema de numeración de una lengua originaria de México en una escuela primaria pública del Estado de Oaxaca: El caso del *tu'un savi* "mixteco". [Tesis de maestría inédita]. México. UPN.
- Cummins, J. (2002). Lenguaje, poder y pedagogía: niños y niñas bilingües entre dos fuegos. Madrid. Morata
- Greenberg, J. H. (1978). Generalizations about numeral systems. In J. Greenberg, C. Ferguson, & E. Moravcsik (Eds.). *Universal of human language*. pp. 249–292. California. USA. Stanford University Press.
- Lerner, D. y P. Sadovsky (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En: Cecilia Parra e Irma Saiz (Comps.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós.
- Micalco, M. (2009). *Los usos del sistema numérico vigesimal y su interrelación con el sistema numérico decimal en las prácticas comunitaria de los jóvenes mayas: un estudio etnográfico ubicado en la región Tseltal de los altos de Chiapas*. Trabajo presentado en la X Congreso Nacional de Investigación Educativa. Veracruz. México.
- Hollenbach, F. y E. Erickson (2000). Los números del mixteco antiguo: Mixteco de Magdalena Peñasco. *Instituto Lingüístico de Verano*. México.