

APLICACIÓN DE UN CICLO DE DISEÑO DE TAREAS EN LA INVESTIGACIÓN DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN ENTORNOS VIRTUALES DE ADULTOS INMIGRANTES

VERÓNICA HOYOS AGUILAR
Universidad Pedagógica Nacional

JESUS SALINAS
CCH-UNAM/ UADED-UNAM

RESUMEN: Se contribuye a la indagación y aplicación de experimentos de diseño en el caso de la educación de adultos en línea. Específicamente se enfoca al potencial que tiene la instrumentación de un ciclo de diseño de tareas matemáticas en entornos virtuales de aprendizaje, en cuanto a la mejora de los alcances de los estudiantes matriculados en esta modalidad educativa. En particular se lleva a cabo un análisis del tipo de tareas que se proponen en un curso de matemáticas llamado Geometría y Geografía, el cual forma parte de un programa educativo

virtual de nivel bachillerato llamado BUNAM (<http://www.bunam.unam.mx/>), y se revisan y clasifican las respuestas de los estudiantes al resolverlas. Finalmente se presentan resultados relativos al impacto de las modificaciones de las tareas y el de la posible mejora de los alcances de los estudiantes, los cuales son adultos mexicanos inmigrantes en Estados Unidos de Norteamérica.

PALABRAS CLAVE: Educación Matemática de Adultos en Entornos Virtuales, Ciclo de Diseño de Tareas, Aprendizaje de la Geometría a través de la Geografía.

Introducción

De manera similar a lo que sucede en el caso de programas en línea para la educación continua (o desarrollo profesional) de maestros (ver publicación de los autores, 2012), también son muy pocos los trabajos de investigación sobre la evaluación o impacto de los programas educativos virtuales de matemáticas para adultos cuyas características y resultados hayan sido reportados en foros educativos internacionales de calidad como son PME, ICME, SEIEM o COMIE¹. Esto tal vez se debe a la transparencia de la utilización de Internet (Ponte et al., 2009) como medio de gestión o de distribución de esta modalidad educativa, o debido a una resistencia general institucional en las escuelas en

contra de la incorporación de las nuevas tecnologías digitales (Ruthven, 2008). Sin embargo en la actualidad hay cada vez más investigadores que tratan de utilizar Internet como un instrumento para ofrecer programas educativos alternativos o complementarios (ver Autores 2012; Bardelle & DiMartino, 2012; Borba 2009), lo que a su vez permite avanzar en la investigación y/o evaluación de los alcances de las ofertas educativas de este tipo (Herbst, 2012). Todo ello se acompaña de la necesidad de avanzar en el establecimiento de estándares para reportar los resultados del aprendizaje por esta vía, los cuales refieran a la identificación de los modelos educativos que subyacen en los programas virtuales cuya revisión o evaluación esté en juego.

El trabajo que aquí se presenta constituye un reporte de una primera fase de un proyecto de investigación que se ha llevado a cabo en torno de la exploración de un ciclo de diseño de tareas. Estas tareas han sido propuestas en el marco de las actividades básicas que tienen que desarrollar estudiantes inmigrantes adultos matriculados en el programa educativo virtual de nivel bachillerato llamado *BUNAM* (<http://www.bunam.unam.mx/>). El ciclo de diseño del que aquí se habla se desarrollará en dos fases distintas, las cuales constituyen de hecho las dos etapas de desarrollo del proyecto de investigación en curso. La primera fase en el ciclo de diseño de este estudio, se estructuró con base en el análisis de las competencias matemáticas que desarrollan los adultos que participan en el programa educativo virtual arriba mencionado. Conviene destacar que el análisis se llevó a cabo teniendo en cuenta las facilidades que para su realización presenta el almacenamiento de datos en la plataforma de administración del programa educativo en juego (por lo general una del tipo *moodle*). Este almacenamiento hace posible instrumentar ciclos de diseño de las tareas matemáticas propuestas (Callejo et al., 2007; DBRC, 2003) en el programa. Los resultados de este análisis se vislumbran muy productivos desde el punto de vista de la investigación educativa debido al impacto que puede tener el aumento del nivel educativo de los participantes (adultos inmigrantes en Estados Unidos) en su entorno familiar. Máxime si en este entorno se localiza a otros jóvenes o niños, pues estos normalmente están expuestos a situaciones de desventajas educativas en gran parte debidas a la condición de inmigrantes de los familiares en cuestión. Sin embargo, el reporte de la investigación que aquí se presenta sólo se limita a la descripción de las características y resultados de la primera fase del proyecto. Vale la pena mencionar que la instrumentación de la segunda fase del mismo permitirá indagar

acerca del impacto de la concreción de las modificaciones de las tareas en la plataforma del sistema de administración del programa, ello en relación con la mejora de los aprendizajes de los participantes en esta modalidad educativa. Los resultados de la segunda fase del proyecto serán publicados posteriormente, aunque será posible comunicar de manera oral en este CNIE XII los avances que se hayan alcanzado en cuanto a la instrumentación de la misma. exto de la introducción de la ponencia.

PRIMERA FASE DEL PROYECTO: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

En la primera fase, la cual aquí se presenta, del proyecto de investigación en torno de la exploración de la instrumentación e impacto de un ciclo de diseño de tareas, las cuales están propuestas en cursos que son parte de programas educativos en modalidad virtual, se distinguieron tres componentes importantes para avanzar en la configuración del ciclo del diseño, así como en el análisis, de las tareas a resolver por parte de los participantes en el programa en cuestión.

La primera componente hace referencia a las herramientas de que se dispone en la instrumentación de un programa educativo de modalidad virtual. Al respecto, en primer término interesa resaltar la serie de oportunidades investigativas y educativas que están presentes en la educación matemática en entornos virtuales (Borba 2009; Herbst, 2012; Bienkowsky et al., 2012), tales como la realización de exploraciones en torno de experimentos de diseño en los entornos educativos virtuales, o en otros contextos educativos específicos para permitir una mejor comprensión de las ecologías de los aprendizajes en juego (Cobb, et al. 2003). En particular, aquí nos referimos al establecimiento de ciclos de diseño de las tareas matemáticas que se proponen en los ambientes virtuales de aprendizaje (Calleja et al., 2007), o la exploración de ciertos fenómenos básicos de la educación matemática que están ahora presentes en escenarios completamente nuevos, como son los virtuales (Herbst, 2012). Así, en la fase del proyecto que aquí se presenta, se trata de evaluar los alcances de la propuesta educativa en matemáticas de la modalidad virtual del programa *BUNAM*, y más específicamente los

alcances del curso de *Geometría y Geografía*, parte del currículum matemático del programa mencionado. Para ello se les permitió a los autores de esta propuesta acceder a la plataforma digital de distribución del programa educativo mencionado, facilitando de esta manera la realización de un análisis cognitivo de las tareas que se habían propuesto en el curso, así como la revisión de las respuestas de los estudiantes a las mismas. Interesa destacar que esto es posible debido a las ventajas de almacenamiento y reproducción de datos que presentan los *Sistemas de Gestión del Aprendizaje (LMS)* subyacentes en los escenarios o entornos educativos virtuales (Loan & Teasley, 2009; Bienkowsky et al 2012).

La segunda componente del marco de análisis que interesa destacar es la que hace referencia específica a la configuración del ciclo de diseño de tareas, para lo cual, como ya antes se mencionó, primero se realizó un análisis de las tareas del curso en cuestión, en nuestro caso, el de *Geometría y Geografía*. A continuación, para la configuración del ciclo, se eligió una de las tareas que fuera representativa de las de este curso, y, finalmente, se analizaron las respuestas de los estudiantes a la tarea elegida. Un detalle importante para la clasificación de las respuestas de los estudiantes fue la consideración de dos taxonomías que se juzgaron compatibles y complementarias, puesto que permitieron integrar niveles de razonamiento y de respuesta de los alumnos (Huerta, 1999). Las dos taxonomías utilizadasⁱⁱ fueron: (i) la del modelo de van Hiele para el pensamiento geométrico (1986), la cual se utiliza para describir un pensamiento progresivo de los estudiantes (Blair, 2004), y (ii) la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome), desarrollada por Biggs & Collis (1982) para analizar diferentes tipos de tareas. Vale la pena hacer notar que los niveles de la taxonomía SOLO producidos por Biggs & Collis (1982, pp 125-126) fueron desarrollados para su aplicación en el caso específico de la resolución de tareas de geografía, lo que justifica aún más su adecuación para la clasificación de las respuestas de las tareas del curso que aquí nos ocupa (el de *Geometría y Geografía*).

Finalmente, la tercera componente que importa en el análisis de las tareas y que aquí interesa destacar es la relacionada con el modelo educativo que subyace en la elaboración de las tareas propuestas. La identificación de los modelos educativos que

subyacen en las propuestas educativas en entornos virtuales es particularmente relevante pues con ello se contribuye al establecimiento de estándares para reportar características y resultados del aprendizaje en entornos virtuales. En este aspecto rápidamente se avanzó al término de la revisión de las tareas propuestas en el curso de Geometría y Geografía, pues esta revisión permitió detectar que la estrategia educativa que se había instrumentado a lo largo de la elaboración de las tareas fue la de integrar las matemáticas con otra disciplina, en este caso con la geografía. Esto es importante en la consideración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, como en particular lo sugieren los *Principios y Estándares para las Matemáticas Escolares* de la NCTM (2000): "Las ideas geométricas son útiles para representar y resolver problemas en otras áreas de las matemáticas y en situaciones del mundo real, por lo que la geometría debe integrarse cuando sea posible con otras áreas [del conocimiento] "(p. 41). Este enfoque de integración también se ha retomado en otros trabajos más recientes sobre el desarrollo del razonamiento geométrico con adultos (Blair 2004).

PRIMERA FASE DEL PROYECTO: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Las respuestas a las tareas que aquí se analizaron y clasificaron pertenecen a uno de los grupos de estudiantes matriculados en el programa de bachillerato *BUNAM*, cuyas características resultan relevantes en el marco de la comunicación y la educación que permite la instrumentación de propuestas educativas en entornos virtuales. Este grupo de estudiantes estuvo conformado por 25 adultos, trabajadores inmigrantes, que viven fuera de México (la mayoría en Estados Unidos de Norteamérica –USA)) y que son mayores de 30 años de edad. Parte de la relevancia y/o pertinencia del programa *BUNAM* estriba en que al inicio del mismo los participantes sólo cuentan con educación básica (primaria y secundaria). Todavía no hemos indagado con precisión cuáles son las estadísticas de la población mexicana que cuenta con las características del caso en estudio, pero intuimos que son números importantes los que estarían señalando necesidad de atención y/o demanda de ofertas educativas como la que sustenta el programa *BUNAM*.

Los cursos en la modalidad virtual del programa *BUNAM* se llevan a cabo en un mes de trabajo vía Internet, durante 20 horas a la semana, y durante 4 semanas. Los diferentes cursos se conectan con el contenido de una disciplina diferente, y en el caso que se examina esta es la geografía. Pero en otros casos, los cursos están integrados con una rama de la física o de la biología o de las ciencias sociales. De hecho, en el programa *BUNAM* las matemáticas se estudian y utilizan como una herramienta, de tal manera que el contenido de matemáticas en cada curso corresponde aproximadamente a 20% del total disponible.

El análisis de la tarea que se discute en este trabajo, la cual pertenece a la primera unidad del curso *Geometría y Geografía*, muestra que el aspecto geométrico en realidad está prácticamente ausente en las respuestas de los estudiantes, lo que indica la necesidad de rediseñar la tarea de manera que en efecto integre contenidos de geometría con los de geografía, más allá de una vaga alusión a las formas geométricas.

La tarea que se eligió para su análisis, así como el de las resoluciones de los estudiantes a la misma, es la siguiente: Explique qué validez científica ha tenido la evidencia que Aristóteles dió sobre la forma curva de la Tierra.

Muy pronto va a ser evidente para el lector la necesidad de su rediseño, como ya antes se mencionó. Si así se hiciera, sería posible capitalizar su resolución para mover a los estudiantes de un nivel de manejo descriptivo de una situación hacia una representación más abstracta de la situación en juego.

Como Biggs & Collis (1982) señalan,

el análisis SOLO puede ser de ayuda específica al profesor de geografía tanto en las áreas de contenidos como en los procesos (conocimientos y habilidades). Tal vez en

la geografía más que en otras materias, el profesor puede capitalizar la experiencia inmediata del estudiante de su espacio inmediato y del medio ambiente y pasar de ello a una representación más abstracta de dicho entorno. La taxonomía SOLO parece particularmente útil para aislar aquellos aspectos que los estudiantes utilizan en la construcción de conocimientos y habilidades, y parecería ventajoso para los profesores aislar estos y construir sobre ellos en la planeación de sus lecciones. (Biggs & Collis, 1982, p. 142-143).

A continuación se muestran las respuestas de los alumnos a la tarea mencionada. Cabe señalar que la mayoría de las respuestas de los estudiantes se adhieren casi exclusivamente a una transcripción literal de las declaraciones de Aristóteles, las cuales se proporcionaron a los estudiantes en un texto disponible en la plataforma del programa.

Tipo pre-estructural de respuestas

E1 (Estudiante 1): La tierra es esférica porque la comparó con los demás astros. Además, al observar los eclipses lunares la sombra que la tierra proyecta sobre la luna es curva. Con este fenómeno puede explicarse que la tierra tiene forma de una esfera.

E2: La tierra es esférica, porque tal es la forma aparente de los demás astros, tal es también la forma que toma un cuerpo, como una gota de agua, sometida a la sola presencia de sus partes y tal es la forma que nos revela la sombra terrestre en los eclipses de luna. Las ideas aristotélicas influenciaron las ideas sobre la esfericidad de la tierra durante la edad media en Europa.

E3: Esta teoría tuvo una vigencia científica de siglos dado que era utilizada por la mayor parte de las religiones. Y principalmente por los científicos que continuaron con los estudios de la tierra.

Puede notarse que, en cada una de estas respuestas, los estudiantes no responden a la pregunta planteada, simplemente repiten la información consultada. Y,

aunque en la segunda respuesta, la pregunta se menciona explícitamente, en realidad, lo que el estudiante hace es repetir una parte de la información dada. La tercera respuesta podría ser transicional, ya que utiliza incorrectamente datos (era utilizada por la mayor parte de las religiones) potencialmente relevantes (el uso de la teoría aristotélica por otros científicos).

Tipo uni-estructural de respuestas

E4: Las pruebas que aportó Aristóteles sobre la forma curva de la tierra fueron: La tierra es esférica porque las comparó con los demás astros. Además que al observar los eclipses lunares la sombra que la tierra proyecta sobre la luna es curva. Con este fenómeno puede explicarse que la tierra tiene forma de una esfera.

E5: Aristóteles aportó evidencias de la forma esférica de la tierra al observar la forma aparente de los demás astros. Al observar los eclipses de luna se dio cuenta de que la sombra proyectada por la tierra era circular, las dimensiones de la tierra no deben ser desmesuradas puesto que con el cambio de lugar varían al aspecto y número de las estrellas visibles.

En estas respuestas los estudiantes reconocen el problema y tratan de responder. En la primera se retoma información de un aspecto relevante de una prueba científica: la constatación empírica u observacional de un enunciado y se restringe a éste. La segunda respuesta puede ser considerada transicional puesto que además del aspecto observacional bosqueja un argumento que se basa en una inferencia lógica.

Tipo multi-estructural de respuestas

E6: Aristóteles aportó evidencias de la forma esférica de la tierra al observar la forma aparente de los demás astros. Al observar los eclipses de luna se dio cuenta de que la sombra proyectada por la tierra era circular, las dimensiones de la tierra no deben ser

desmesuradas puesto que con el cambio de lugar varían el aspecto y número de las estrellas visibles.

En esta respuesta los estudiantes consideran dos aspectos importantes, el aspecto observacional (la forma aparente de los demás astros) y deductivo (las dimensiones de la Tierra), pero no los integran.

Tipo relacional de respuestas

E7: Por supuesto la validez que asienta Aristóteles en sus observaciones son de gran peso e importancia para el mundo científico, es el quien aporta los primeros argumentos sólidos contra la tradicional teoría de la Tierra plana, haciendo notar que las estrellas parecen cambiar su altura en el horizonte según la posición del observador en la Tierra. Este fenómeno puede explicarse partiendo de la premisa que la Tierra es una esfera; pero resulta incomprensible suponiendo que sea plana.

En las respuestas de tipo relacional, como la que se muestra, los estudiantes usan gran parte de la información relevante y han integrado los aspectos empíricos y deductivos, como elementos de validación de una prueba científica. Sin embargo, al igual que en todas las otras respuestas, no se utilizan conocimientos básicos de la geometría para caracterizar e interpretar la forma de la Tierra.

Se puede observar que la dificultad de la tarea examinada se basa principalmente en la comprensión de lectura de un texto. Sin embargo, es importante tener en cuenta que una respuesta que vaya más allá de la repetición de lo que Aristóteles dijo requiere la consideración de otros aspectos. Por una parte, los estudiantes debieran tener una idea de lo que es una prueba científica. De esa manera, tendrían que analizar el material que se proporciona y seleccionar la información relevante para poder explicar qué validez científica tienen los argumentos que propuso Aristóteles para afirmar que la forma de la Tierra es esférica. Sin entrar a discutir con rigor que se entiende por una prueba científica, aquí hemos considerado como una respuesta más completa aquella que conjuga dos aspectos centrales, la observación y la teoría. En términos generales, se establece que

una prueba científica consiste en contrastar empíricamente un enunciado que forma parte de una teoría.

Por otra parte, acorde con el propósito general de la unidad correspondiente, los estudiantes requieren aplicar conocimientos básicos de la geometría, es decir, realizar una representación geométrica de la interacción entre el Sol, la Tierra y la Luna que se alude en la tarea. Una representación esquemática del fenómeno de eclipse de Luna, como el de la Figura 1, permitiría visualizar elementos importantes del círculo (diámetro, arco, tangente, etc.) y relaciones geométricas (igualdad de ángulos, semejanza de triángulos) que podrían abstraerse del fenómeno, cuando la Tierra se encuentra alineada entre el Sol y la Luna. Por lo cual, sería conveniente pedir a los alumnos que elaboren una interpretación geométrica de la visualización del fenómeno y que utilicen sus nociones geométricas de manera informal. Posteriormente, se podría avanzar en un tratamiento más formal de tales conceptos.

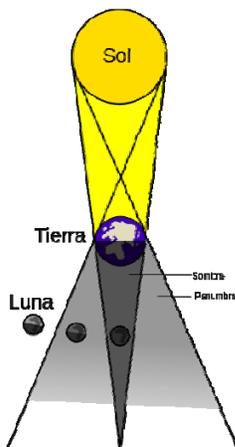


Fig. 1. Diagrama de un eclipse de Luna

En general, los estudiantes en sus respuestas describieron de manera textual lo que supone la observación de figuras o formas geométricas. Sin embargo, si lo que se observa se relaciona con una imagen similar a la que aparece en la Figura 2, donde no hay curvas definidas, es evidente para el lector la dificultad que conlleva establecer una contrastación empírica del enunciado.



Fig. 2. Fotografía de la secuencia de un eclipse de Luna

La compatibilidad que hay entre las taxonomías que se consideraron, la SOLO y la de van Hiele, sugiere que la trayectoria de aprendizaje que se elaboró y se presentó aquí podría ayudar a los estudiantes a desarrollar su razonamiento en el sentido que Blair (2004) estableció: "el razonamiento empleado por los estudiantes [adultos] "es complejo, y no se mapea sobre una clara secuencia de diferentes tipos de razonamiento. Esto sugiere que los estudiantes podrían beneficiarse de una instrucción diseñada para ayudarles a desarrollar su razonamiento a través de un enfoque integral que involucra múltiples tipos de conocimiento "(p.1). Puesto que las tareas en el contenido del programa *BUNAM* combinan contenidos de geografía con propiedades geométricas básicas, éstas podrían ser rediseñadas y completadas añadiendo material y/o actividades que ayudaran a los estudiantes a comprender mejor los contenidos de geometría ahí involucrados.

El énfasis en el rediseño o en la estructuración de un ciclo de diseño potencia las posibilidades del aprendizaje de los participantes en las modalidades virtuales, como antes ya ha sido señalado por otros autores (ver, por ejemplo, Callejo et al., 2007). Por otro lado, la modalidad educativa virtual, a través del uso de Internet, conecta con una ecología de aprendizaje (Cobb et al, 2003) vinculada al uso de TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) lo que influye en la conformación de una relación dinámica entre el individuo y su entorno.

Finalmente, los avances de la investigación sobre el impacto en el contexto familiar y social de la educación de los adultos en cuanto a la formación o alcances que logran los niños que viven en su entorno, por ejemplo en el aprendizaje de las matemáticas básicas (ver Civil, 2009), potencian los logros o avances educativos de los adultos en modalidades como la que ofrece el programa *BUNAM*, por la posible transformación de las condiciones de desventaja y segregación de la población inmigrante. Aunque en esta comunicación no se abundará en este aspecto, vale la pena mencionar las perspectivas de indagación que tiene esta línea de investigación, a lo que ya Gadsden (1994) había apuntado haciendo notar que la educación de adultos inmigrantes debe ser considerada desde una perspectiva amplia, teniendo en cuenta su dimensión social y familiar.

Conclusiones, Primera Fase del Proyecto

La elaboración del presente reporte, a partir de la instrumentación de la primera fase de un ciclo de diseño de tareas en un ambiente virtual de aprendizaje, se centró sobre todo en el análisis y reflexión sobre el diseño de las tareas de uno de los cursos (el de Geometría y Geografía) del programa educativo virtual *BUNAM* (<http://www.bunam.unam.mx/>), en parte para avanzar en la utilización de la geometría como herramienta para el desarrollo de un razonamiento cada vez más complejo. También se mostró el potencial investigativo que tienen los *Sistemas de Gestión de Aprendizaje (LMS)* en relación con los análisis de los productos que facilitan, así como con la experimentación del diseño y la consiguiente incorporación de los cambios convenientes en las tareas revisadas, generando entonces ciclos completos de diseño. Finalmente, también se argumentaron posibles avances de los adultos inmigrantes en cuanto a sus aprendizajes en el curso de *Geometría y Geografía* del programa *BUNAM*; y, aunque en este momento sólo haya sido de manera tangencial, también se habló del posible impacto social y familiar de su mejora educativa (Civil, 2009).

Tabla 1. Caracterización de un objeto de pensamiento de los niveles de van Hiele

Nivel de van Hiele	Objeto de pensamiento
--------------------	-----------------------

Visual	Figura(s) como un todo
Descriptivo	Propiedades individuales de figuras
Abstracción	Relación entre propiedades
Dedución	Redes de relación en un sistema
Rigor	Relación entre sistemas

Bibliografía

- Autores. (2012). Referencia a agregar después de la dictaminación de la presente propuesta de participación en el CNIE XII. Gracias.
- Bardelle, C. & Di Martino, P. (2012). E-learning in secondary-tertiary transition in mathematics: for what purpose? *ZDM*, 44, 787-800.
- Bienkowsky, M., Feng, M. and Means, B. (2012). *Enhancing teaching and learning through educational data mining and learning analytics*. US Department of Education. Office of Educational Technology: SRI International.
- Biggs J. B. and Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of Learning. The SOLO Taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. Academic Press, Inc.
- Blair, S. (2004). Describing undergraduates geometry thinking via an object of thought interpretation of the Van Hiele model. *Paper presented at the TSG 10 of ICME 10*. Monterrey (Mexico). Retrieved at: <http://descartes.ajusco.upn.mx/varios/tsg10/index.html>.
- Borba, M. (2009). Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. *ZDM*, 41, 453-465
- Callejo, M. L., Valls, J. y Llinares, S. (2007). Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional. *Investigación en la Escuela* No. 61.
- Civil, M. (2009). Mathematics Education, Language and Culture: Ponderings From a Different Geographic Context. In R. Hunter, B. Bicknell & T. Burgess (Eds.), *Crossing divides: Proceedings of the 32nd anual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (Vol. 1)*. Palmerston North, NZ: MERGA.
- Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lesh, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1). 9-13.
- Design Based Researcher Collective (2003). Design Based Research: An Emergent Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Gadsden, V. L., (1994). Understanding family literacy: Conceptual Issues Facing the field. *Teachers College Record*.
- Herbst, P. (2012). Online Mathematics Education: A Research Agenda. Document of work, non- published. Ann Arbor: University of Michigan.
- Huerta, M. P. (1999). Los niveles de van Hiele y la Taxonomía SOLO: Un análisis comparado, una integración necesaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (2), 291-309.
- Lonn, S. and Teasley, S. (2009). Saving time or innovating practice: Investigating perceptions and uses of Learning Management Systems. *Computers and Education*, 53, 686-694.

- Ponte, J.P. et al. (2009). Tools and settings supporting mathematics teachers learning. *15th ICMI Study*, 185-209. New York: Springer.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. USA: NCTM.
- Ruthven, K. 2008. Mathematical technologies as a vehicle for intuition and experiment. Paper prepared for the *ICMI Centennial Symposium*, Rome.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight, a theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.

Referencias

ⁱ PME, ICME, SEIEM y COMIE, son las siglas para diferentes congresos internacionales o asociaciones de académicos que son conocidos por la calidad de la investigación que promueven la participación en los(las) mismos(as). Enseguida se enlistan sus nombres completos de manera correspondiente al lugar en que están enlistadas sus siglas: Psychology of Mathematics Education, International Conference on Mathematics Education, Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, y Consejo Mexicano de Investigación Educativa.

ⁱⁱ La especificación de los niveles de la taxonomía SOLO y los del modelo

de van Hiele que aquí se utilizaron para clasificar las respuestas de los estudiantes a la tarea seleccionada, son como sigue a continuación.

Niveles de la taxonomía SOLO

1. Preestructural: Evita la pregunta (rechazo), repite la pregunta (tautología), hace una asociación (transducción) irrelevante, con una base personal.

1A. Transicional: Utiliza inadecuadamente datos potencialmente relevantes.

2. Uniestructural: Selecciona un dato relevante de la cuestión y se cierra en eso.

2A. Transicional: Selecciona dos datos relevantes que son inconsistentes y, por lo tanto, no pueden dar una conclusión.

3. Multiestructural: Selecciona dos o más puntos relevantes de la cuestión, pero hace caso omiso de las inconsistencias y no hace ninguna integración.

3A. Transicional: Reconoce inconsistencias, pero es incapaz de resolverlas o hace sólo una integración parcial de los datos.

4. Relacional: Utiliza la totalidad o la mayor parte de la información relevante y la integra con un concepto relacionado,

concilia cualquier conflicto, pero siempre dentro del contexto de los datos.

4A. Transicional: Reconoce la relatividad de la explicación, pero hace un uso inadecuado de principios abstractos que invalidan el contexto.

5. Abstracción extendida: Utiliza principios abstractos que muestran que el ejemplo es sólo uno de los muchos resultados posibles o explicaciones, no clausura la cuestión, apela a hipótesis y ejemplos que no figuran en el original.

Taxonomía en el modelo de van Hiele

La aplicación del modelo de van Hiele (1986) permite una clasificación en cinco niveles discretos, los cuales han sido etiquetados como visual, descriptivo, de abstracción, de deducción y de rigor. La idea que aquí se implementó de aplicación de ambas taxonomías al análisis de las respuestas de los estudiantes, se basó en que en el modelo de van Hiele al igual que en la taxonomía SOLO los diferentes niveles pueden coexistir en un mismo tema, y desarrollarse al mismo tiempo, aunque en diferentes grados. Lo que sugiere la viabilidad de una estrategia de enseñanza que ayude a los estudiantes a desarrollar su razonamiento a través de "un enfoque integrador que incluya múltiples tipos de conocimiento", como Blair (2004, p. 1) ya

antes lo expresó en relación a un trabajo con adultos, en un dominio puramente geométrico y de demostración en matemáticas.