



DISEÑO Y USO DE UNA HERRAMIENTA TECNOLÓGICA AD-HOC CON PERSPECTIVA SOCIAL PARA ADULTOS QUE NO HAN COMPLETADO SU EDUCACIÓN BÁSICA.¹

SANTIAGO ALONSO PALMAS PÉREZ

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA. CINVESTAV-IPN

spalmas@cinvestav.mx

RESUMEN

En México, 41% de la población no ha completado su educación básica. Este fenómeno conlleva problemas de aprendizaje que pueden ser resueltos desde etapas tempranas en la educación de adultos. Este estudio analiza el rol que puede tener un diseño tecnológico ad-hoc en la educación matemática de jóvenes y adultos (EMDJA) que no han completado sus estudios básicos, introduciendo el Teorema de Pick como alternativa al cálculo del área. El objetivo de este estudio es reconocer, registrar y analizar el papel de la tecnología en la EMDJA en específico, analizando las características didácticas y tecnológicas de un material que retome en la mayor medida posible concepciones matemáticas previas, sus representaciones y lo que los adultos quieren conocer. Este estudio indaga el potencial de la tecnología específicamente con adultos que reinician el contacto la educación y quieren refinar su cálculo de áreas en beneficio de su práctica social. Los resultados obtenidos proponen una visión de la tecnología como pivote didáctico y muestran que el trabajo con la tecnología con adultos de baja escolaridad puede abrir ventanas a conceptos y métodos matemáticos.

Palabras clave: Educación básica de adultos, Educación matemática de adultos, diseño didáctico, diseño tecnológico, geometría.

¹ Bajo la dirección de la Dra. Teresa Rojano Ceballos.





INTRODUCCIÓN

Los procesos de enseñanza y aprendizaje matemáticos han sido ampliamente estudiados en el campo de la educación matemática, especialmente cuando dichos procesos tienen lugar en un entorno escolar. Sin embargo, los procesos cualitativos de educación matemática fuera de la escuela han sido menos investigados y aún menos en sectores de la población que no han tenido acceso a la enseñanza escolarizada o que han tenido un acceso limitado.

Este estudio pretende analizar el papel que puede tener la tecnología en la Educación Matemática de Jóvenes y Adultos con baja o nula escolaridad (EMDJA) en el marco de proyectos de “educación popular” (Freire, 1970)². En México, un 41% de la población adulta (mayor de 15 años) en México no ha tenido acceso a la educación básica³, esta población sin una educación formal completa tiene necesidades matemáticas relacionadas con su vida diaria (Agüero, 2006).

En este trabajo se reporta el proceso por el cual se concibió tanto una herramienta tecnológica ad-hoc como una secuencia didáctica, las bases teóricas que condujeron a su concepción así como algunos resultados de la puesta en práctica.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Como otros estudios han mostrado, los adultos con baja escolaridad tienen un amplio rango de estrategias numéricas “no formales” (Ferreiro, et al., 1983; Bishop, 1991; Ávila, 1986, 1993 y 2007; Carraher, Carraher, & Schliemann, 1997; Mariño, 1997; Agüero, 2006; Estrada & Ávila, 2009). Entre estas estrategias se encuentran el desarrollo de estrategias y métodos no estandarizados para calcular, dibujar o medir áreas (Agüero, 2006; Estrada & Ávila, 2009). Sin embargo, estos procesos de cálculo de áreas no son lo suficientemente refinados acareando problemas en sus prácticas sociales. En particular, el estudio de Estrada & Ávila (2009) nos muestra que ninguno de sus 28 entrevistados logró obtener una respuesta correcta al cálculo

² Ver: Palmas, Santiago (2012) Hoy aquí alfabetizando: 30 años de alfabetizar por convicción. En *Decisio*, 33, septiembre-diciembre. CREFAL-UNESCO. Pátzcuaro, México.

³ Tomado del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) en México. Disponible en <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/default.aspx> El indicador comprende a la población sin instrucción, con primaria incompleta o completa y con secundaria incompleta.





de un área irregular. Ante esta cuestión, cabe preguntarse si hay maneras alternativas, al del aprendizaje de un formulario para el cálculo de áreas, que retomen en la mayor medida posible lo que los adultos con baja escolaridad ya saben y que les resulte funcional. El estudio que aquí presentamos intenta responder a dicha interrogante enfatizando el rol de la tecnología en esta empresa.

El marco teórico se basa en tres secciones, 1) la proveniente de la matemática educativa y la propuesta de usar el teorema de Pick como alternativa al cálculo de áreas, 2) el diseño didáctico basado en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1997) y 3) el diseño tecnológico ad-hoc inspirado en los trabajos de Hoyles y Noss (1996).

TEOREMA DE PICK

La aproximación al cálculo de área que proponemos es usar el teorema de Pick:

Sea un polígono simple cuyos vértices tienen coordenadas enteras. Si B es el número de puntos enteros en el borde, I el número de puntos enteros en el interior del polígono, entonces el área A del polígono se puede calcular con la fórmula:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

Tradicionalmente, en el currículo escolar (por ejemplo en México) el área se conceptualiza como resultado de una operación de la medida de sus lados. En contraste, el teorema de Pick cambia la aproximación cognitiva al cálculo del área usando el conteo como base para el cálculo del área. Se pensó en este teorema por sus siguientes beneficios para la población específica con la que se trabaja:

1. Uso y sistematización de concepciones matemáticas previas de los adultos
2. Acceso al cálculo del área de un gran repertorio de figuras irregulares⁴
3. Poca memorización de fórmulas

⁴ En comparación, el currículo escolar opta por dos vías que alejan, temporalmente, la conceptualización del cálculo del área: la triangulación como método de cálculo del área de figuras irregulares, el problema de esto es que en muchas ocasiones se necesita el teorema de Pitágoras.





Así, el teorema surge como una opción útil que proviene del mundo Matemático⁵, sin embargo, conscientes del desafío que implica usar el teorema de manera aislada, se creó una situación didáctica y un diseño tecnológico ad-hoc.

DISEÑO DIDÁCTICO

De la TSD se retoma específicamente su metodología (Artigue, 1995) y su definición de aprendizaje: “el sujeto aprende corrigiendo sus acciones y anticipando sus efectos” (Brousseau, 2007, p. 54). Según la concepción de Brousseau, la retroalimentación que expone el medio es el eje fundamental del aprendizaje, puesto que el sujeto aprende adaptándose al medio con el que interactúa. Concebimos a las “herramientas tecnológicas ad-hoc” como un medio con el cual el sujeto interactuará y aprenderá por medio de la adaptación.

DISEÑO DE LA HERRAMIENTA TECNOLÓGICA AD-HOC

Alguna de la investigación sobre la geometría dinámica (por ejemplo; Albornoz, 2010) advierte de las ventajas que la manipulación directa de objetos matemáticos (vértices, aristas, ángulos y medidas) –sin utilizar propiamente el lenguaje de computación- puede tener propiciando la construcción de relaciones entre conceptos geométricos de manera dinámica así como posibilitando su visualización y por lo tanto su conceptualización.

El diseñar un software que manipule objetos matemáticos, es derivado de la advertencia que hacen Hoyles & Noss (2003) sobre la tensión atribuida a la educación de que la tecnología pide a los estudiantes hacer frente a la sintaxis y la semántica del software además de la matemática. Por lo tanto, a menudo se considera que el empleo de la tecnología añade una sobrecarga para el aprendizaje. Sin embargo, no es necesariamente cierto si aprender a usar el software se convierte en parte integral del aprendizaje de las matemáticas:

El punto clave es que la apropiación computacional expresiva, de parte de los estudiantes, ofrece a los observadores ventanas a conceptos matemáticos en construcción; o puesto de otra manera, mientras los estudiantes usan y construyen herramientas para construir modelos explorando y resolviendo problemas, sus pensamientos se convierten,

⁵ Con “M” mayúscula como diría Bishop. (1991).





simultáneamente, externalizados y progresivamente moldeados por sus interacciones con las herramientas. (Hoyles & Noss, 2003: 3; traducción propia)

Si el software posibilita la manipulación de objetos matemáticos dentro de la misma semántica del software esto hará que se integre la conceptualización de conceptos al mismo uso de la tecnología. Esta cualidad de –ventana semiótica- del software servirá en dos sentidos, 1) como ventana de construcción (y experimentación) de conceptos matemáticos y 2) como “variables didáctico-tecnológicas” (al estilo de variable didáctica de Brousseau) de aprendizaje en tiempo real.

MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Para poder registrar el proceso de creación de la herramienta tecnológica se comenzó con una serie de 9 entrevistas a adultos que participan en un proyecto educativo -y quieren entrar en una cultura escolar profundidad- con el objetivo de reconocer los conocimientos previos que los adultos usan y reconocer las necesidades matemáticas como prácticas sociales (Ghose, 2007)⁶ así como sensibilizar al investigador en lo que quieren aprender. Posteriormente, se realizaron los siguientes pasos inspirados en la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995): 1) Análisis epistemológico del área y de la enseñanza tradicional y sus efectos 2) Análisis de materiales pre-existentes (3 materiales específicamente para la EMDJA⁷), 3) Construcción de un diseño tecnológico y didáctico y 4) Puesta en práctica (6 personas participantes en cursos de educación de adultos).

⁶ En éstas se registraron necesidades prácticas del cálculo del área de figuras irregulares para, por ejemplo, 1) poder cobrar por pintar (o aplanar con cemento) una pared, 2) calcular el volumen de una cisterna de agua o 3) calcular el área de un terreno con el objetivo de conseguir apoyo gubernamental.

⁷ Actualmente se está preparando un artículo sobre el tema. Los materiales revisados fueron: Del Instituto Nacional de Educación de Adultos su página web sobre http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/cuentasutiles_v2/index.html. y http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/figymedidas_v2/index2.html# De los Recursos Tecnológicos del Instituto Tecnológico de Monterrey: <http://www.cca.org.mx/ec/cursos/ds025/>, de los recursos interactivos de la Universidad Autónoma de México: <http://arquimedes.matem.unam.mx/peqsis/Euros/cobrar.html>.





DISEÑO TECNOLÓGICO Y DIDÁCTICO

La herramienta tecnológica ad-hoc puede encontrarse en el sitio matetic.org con cinco secciones, una de estas secciones es la “Calculadora de Superficies”.

La programación de esta herramienta estuvo delimitada por las características de la población:

Delimitaciones	Decisiones de diseño
Internet de baja velocidad	Uso de HTML, Muy poco uso de Java. Uso del teorema de Pick vs Uso de integrales para programar el cálculo de áreas
Frágil señal de Internet	Todo el sitio de Internet se guarda en cookies y puede ser usado sin Internet
Baja disponibilidad de computadoras	Posibilidad de salvar el trabajo. Sin necesidad de tener una cuenta. Puede ser abierta desde teléfonos móviles
Poco uso previo de una computadora	Diseño gráfico de fácil apropiación. Secuencia didáctica que favorece la apropiación

Tabla 1. Tabla de delimitaciones del software ad-hoc con respecto a la población específica.

La “calculadora de superficies” consiste en una cuadrícula en donde se puede colocar vértices hasta cerrar una figura, al hacerlo, aparecen los puntos interiores y en el perímetro con coordenadas enteras:



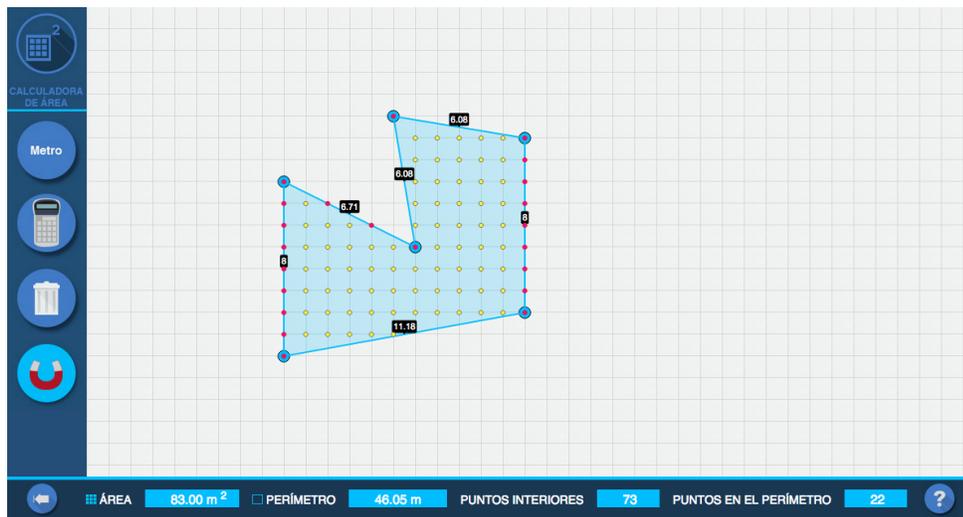


Figura 1: Calculadora de superficies

Didácticamente, la necesidad de crear un ambiente digital emerge de la representación gráfica que el teorema requiere. Por ejemplo, observar en tiempo real dónde y cómo se colocan los puntos interiores y en el borde. En esta herramienta ad-hoc, es posible editar la posición de los vértices, y así reconocer cómo, a partir de estos cambios, el área (o el perímetro) cambia dinámicamente.

La secuencia didáctica comienza con un “círculo de cultura” (Freire, 1970) en donde se promueve la reflexión sobre diferentes temas de aspecto social que problematizan la puesta en práctica de la tecnología en la educación⁸.

Posterior al diálogo se comienza con un problema generador en donde se pide calcular el área de la siguiente figura de cualquier manera posible:

⁸ Estos temas son extremadamente sensibles a la persona adulta con la que se trabaja, pero, tres ejemplos pueden ser: 1) La problematización sobre la diferencia de la educación para niños y la educación de adultos, 2) la tecnología como creación del hombre para el hombre. Las posibilidades de entender qué es y cómo se usa la tecnología y sus ventajas o desventajas en la educación de adultos o 3) la reflexión sobre el aprendizaje significativo en comparación con el aprendizaje por conceptos aislados. Estos temas engloban toda la secuencia didáctica y le dan el sentido social que merece la EMDJA.



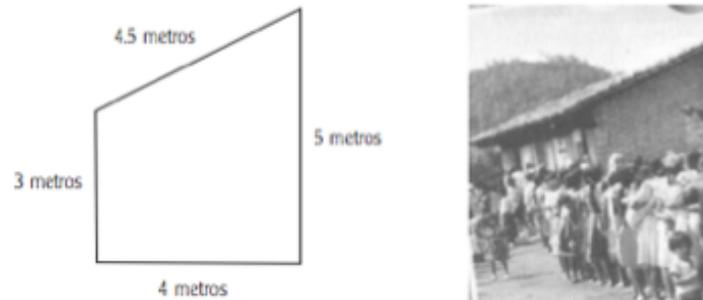


Figura 2: Problema generador

Este problema no fue elegido al azar, está basado en dos antecedentes académicos (Agüero, 2006 y Estrada & Ávila, 2009) que lo propusieron como un problema de exploración del cálculo de área con adultos de baja escolaridad. Los siguientes pasos didácticos son:

Presentación del teorema de Pick de manera escrita y oral,

1. Uso del teorema y de la aplicación tecnológica ad-hoc con rectángulos que sirven para constatar el conocimientos previo de “ $b \times h$ ”,
2. Determinar la fórmula del triángulo con la experimentación en la aplicación tecnológica,
3. Cálculo de áreas de figuras regulares,
4. Cálculo de áreas de figuras irregulares,
5. Estimación como proceso de cálculo de problemas en la vida cotidiana,
6. Problemas contextualizados,
7. Regreso al problema generador.

Cada uno de estos pasos alude a elementos teóricos de la TSD como, la institucionalización, la validación, devolución y la formulación dialéctica. Esta secuencia didáctica abarca 3 sesiones de 2 horas cada una.

PUESTA EN PRÁCTICA

La puesta en práctica de la situación didáctica se realizó con 5 personas en dos comunidades rurales: Tlanalapan, Puebla y en Guerrero, Hidalgo:





Adultos	Escolaridad	Horas de videograbación
Rafaela (38 años)*	3º de primaria	6 hrs en 4 sesiones
Juan (42 años)*	6º de primaria	5 hrs en 3 sesiones
Estela (41 años)	3º de primaria	8 hrs en 4 sesiones
Rosa (43 años)	3º de primaria	8 hrs en 4 sesiones
Juvenal (50 años)	2º de secundaria	8 hrs en 4 sesiones

Tabla 2. Adultos participantes de la práctica educativa.

En primer lugar, registramos el uso de la estrategia de “b x h” para calcular cualquier tipo de figura. En particular, en el problema generador se notó que 2 adultos recurrían a completar un rectángulo encima de la figura original y estimar la altura del polígono:

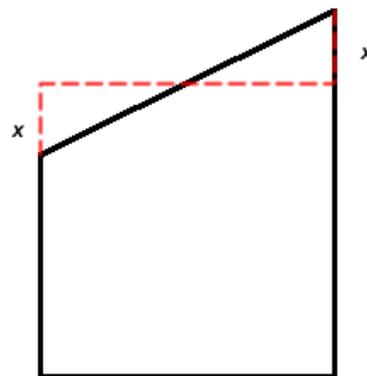
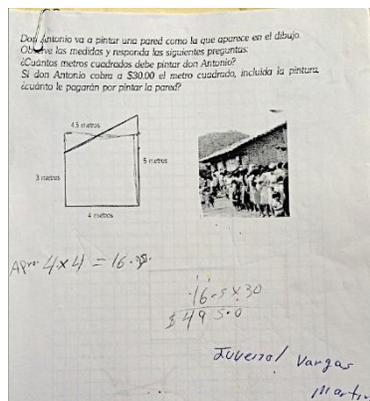


Figura 4: Respuesta al problema generador. Conocimiento “b x h”

Podemos observar que en la Figura 4, el adulto decide completar un rectángulo sumando una medida x al lado izquierdo de la figura y restándoselo del lado derecho. Después de hacer esto, usa el conocimiento de “b x h” para calcular el área. Después de la secuencia didáctica y de





haber usado la aplicación tecnológica el mismo adulto resuelve usando el teorema de Pick el mismo problema:

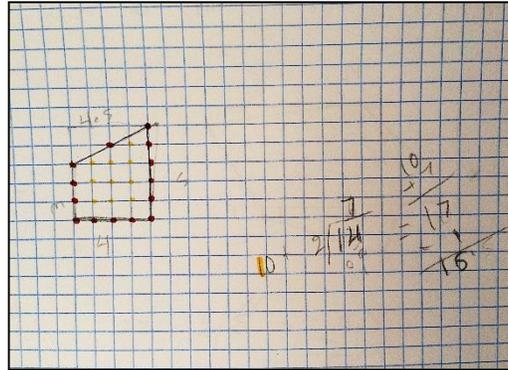


Figura 5: Última resolución del problema generador usando el teorema de Pick.

Podemos observar que el adulto, 1) modifica su manera de representar el área de un polígono, 2) usa el teorema de Pick para resolverlo y 3) el valor del área es correcto. De la misma manera, los 5 adultos lograron resolver adecuadamente el problema después de la secuencia didáctica y el uso de la herramienta tecnológica. Este uso caracteriza una adaptación a las formas de representación y los métodos por parte de los adultos a una nueva forma de calcular el área, lo cual demuestra aprendizaje.

Por otro lado, el uso de la herramienta tecnológica tuvo un uso particular que se registra en el siguiente extracto que muestra cómo Juan va comprendiendo a qué puntos se refiere el teorema:

Alfabetizador: Ahí vayan poniéndolo en la computadora. Entonces son 8 abajo.

Juan: Y arriba son 6 ¿no? (Dibuja la figura en la computadora)

Entrevistador: Así. Y luego nada más hay que cerrar la figura.

Juan: (Cierra la figura en la computadora)

Entrevistador: Entonces acá ya está el resultado, pero podemos ver que dice acá. Si nosotros contáramos todos los puntos del borde ¿cuántos nos darían?

Juan: ¿Todos los de la orilla, alrededor?





Entrevistador: Sí. Los del perímetro.

Juan: Ajá, ¿serían todos estos no? (señalando los puntos en el perímetro en la computadora).

Entrevistador: Exacto.

Juan: 28.

Entrevistador: 28 exacto. Entonces ya tenemos que son 28 del borde

Juan: Lo anotó ¿no?

Entrevistador: Sí. Ahora hay que contar los de adentro.

Juan: ¿Qué serían? ¿Todos estos? (Señalando los puntos interiores en la computadora)

Entrevistador: Todos estos, sí.

Juan: Los que van adentro, Serían,..., 35.

Entrevistador: 35. Entonces la fórmula nos dice que son... los puntos interiores los de adentro que son 35 más la mitad de los puntos exteriores que son éstos.

Juan: Éste es por mitad.

Entrevistador: Sí.

Juan: Serían 14.

Entrevistador: 14, sí. Vamos a escribir 35 más 14.

Juan: Serían...49 (usando la calculadora de la computadora).

Entrevistador: ¿Y qué falta hacer ahí?

Juan: Restarle 1.

Entrevistador: Exacto ¿y serían? 48.

Juan: Ajá, 49 menos 1, 48.





Que los puntos aparezcan en la pantalla cuando la figura se completa revela visualmente una representación en la que el adulto puede confiar y continuar su trabajo didáctico.

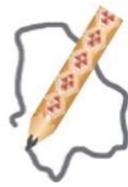
CONCLUSIONES

El potencial educativo que tiene el construir, con base en los conocimientos previos de los adultos un diseño didáctico y tecnológico tiene frutos que pudieron ser registrados en el presente estudio.

De no saber calcular el área (y en algunos casos de no conceptualizarla) el trabajo con la herramienta tecnológica y con la situación didáctica abrió la posibilidad de reflexionar, problematizar y conceptualizar tanto el área como el perímetro. El avance que se logró en pocas sesiones de trabajo deja entrever el papel que puede tener la tecnología en la EMDJA y en particular la manera en que abre ventanas de representaciones y permite su conceptualización. En general, los adultos generaron una nueva manera de calcular el área y, al mismo tiempo, consolidar la conceptualización del área y del perímetro.

Sobre la tecnología, es importante notar que el uso de la aplicación ad-hoc es un uso expedito, pero de gran potencial semiótico. A este proceso de tener como eje principal una secuencia didáctica pero reconocer en la tecnología una ventana de representaciones lo denominamos uso pivote didáctico de la tecnología. Se registra así que el eje educativo centrado en la secuencia didáctica es fortalecido de manera significativa por la herramienta tecnológica ad-hoc, la cual permite un apoyo cognitivo en donde el alumno se asienta y continúa su secuencia didáctica –en forma de pivote-. Este apoyo, es un apoyo semiótico en donde el alumno confía en la representación que da la tecnología. El potencial cognitivo de la tecnología se registra en la posibilidad de ver y manipular directamente vértices de un polígono y registrar –visualmente- a qué nos referimos con puntos interiores y cómo éstos se operan. Este uso de la tecnología no es un uso centrado en ésta, es un uso centrado en una secuencia didáctica pero con un soporte cognitivo en la tecnología; una ventana de significados (Noss & Hoyles, 1996). Sin embargo, esta ventana no necesariamente se basa en la programación





directa –al estilo constructorista-, el uso se basa en la manipulación gráfica y dinámica de los objetos matemáticos manipulables y de la planeación de la secuencia didáctica. Este uso de la tecnología como pivote didáctico posibilita el impulso y cambio de dirección en torno a una secuencia didáctica; en nuestro caso, la tecnología abre la posibilidad de discutir sobre en dónde se colocan los puntos interiores o en el borde y sobre su dinamismo si se cambia un vértice para formar otra figura.





BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- Ávila, A. (2007). Del cálculo oral al cálculo escrito: reelaborar para acceder a una nueva significación. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27 (3), 313-348.
- Ávila, A. (1993). El saber matemático Extraescolar en los Libros para la Educación de Adultos. *Educación Matemática*, 5 (3), 60-77.
- Ávila, A. (1986). Habilidades y conocimientos matemáticos de adultos recién alfabetizados o en proceso de alfabetización. Documento Interno, Instituto Nacional para la Educación de Adultos, México.
- Albornoz, A. (2010). GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. (23), 202-210.
- Agüero, M. (2006). El pensamiento práctico de una cuadrilla de pintores estrategias para la solución de problemas en situaciones matematizables de la vida cotidiana. Pátzcuaro, Michoacán, México: CREFAL- Universidad Iberoamericana.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, & P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. (págs. 33-59). Colombia, Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (1997). *En la vida diez, en la escuela cero*. DF, México: Siglo XXI.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. (D. Fregona, Trad.) Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. (M. C. Nicolas Balacheff, Ed.) Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Estrada, J. L., & Ávila, A. (2009). Los usuarios de la educación básica para jóvenes y adultos y la solución de un problema de área. *Educación Matemática*, 21 (3), 33-66.
- Ferreiro, E., Navarro, L., Loperna, M., Taboada, E., Corona, Y., Hope, M. E., y otros. (1983). *Los adultos no alfabetizados y sus conceptualizaciones del sistema de escritura*. México DF, México: DIE-CINVESTAV.
- Freire, P. (1970). *Pedagogía del Oprimido* (30a Edición. ed.). México: Siglo Veintuno Editores.
- Hoyle, C., & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? *Second international handbook of mathematics education*, 323-349.





Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos. En UNESCO-Santiago, Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la educación (págs. 77-100). Santiago, Chile: UNESCO.

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). Windows on Mathematical Meanings: learnig cultures and computers. Netherlands: Mathematical Education Library. Kluwer Academic Publishers.

