MEDICIÓN DE LONGITUDES, ANÁLISIS DE UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA

PEDRO BOLLÁS GARCÍA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
pbollas@hotmail.com

ROCÍO CASTRO GALVÁN
COLEGIO DE BACHILLERES
rocio.castro@bachilleres.edu.mx

RESUMEN

Presentamos el análisis de una situación didáctica para la enseñanza de la medición de longitudes en alumnos de 4° grado de primaria. En esta situación, diseñada en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), los alumnos usan distintas unidades para medir distancias, registran y discuten el resultado de la medición. El análisis se centra en el tratamiento de la diferencia (cuando la última unidad iterada no cabe exactamente en la longitud a medir) y en los resultados escritos de la medición de una longitud cuando se usan dos unidades de medida, siendo una la mitad de la otra.

Palabras Claves: Medición, unidades de medida, situación didáctica.

INTRODUCCIÓN

La medición de longitudes está presente en toda la Educación Primaria en México; se relaciona íntimamente con la construcción de los números (enteros, racionales) y con distintas áreas de aplicación de las matemáticas (por ejemplo el cálculo de áreas). Sin embargo, las prácticas efectivas de medición han sido desplazadas por un tratamiento aritmético de la medida (Chamorro, 2005).

Sin negar la importancia que tiene el tratamiento aritmético, es conveniente promover actividades efectivas de medición porque permiten comprender cuestiones -inherentes a la medida- como la comparación, la transitividad, el uso de la unidad de medida, la relación entre distintas unidades y los resultados de la medición (Brousseau, 2009).

Nuestro trabajo se centra en el diseño y análisis de una situación didáctica para la enseñanza de la medición de longitudes, particularmente, nos interesa analizar la relación entre los resultados escritos de la medición realizada con dos unidades distintas, siendo una la mitad de la otra. En el apartado de contenido presentamos los conceptos básicos de la Teoría de las Situaciones Didácticas y un análisis previo sobre medición de longitudes. Posteriormente presentamos el método que sustenta el presente estudio y los principales resultados a los que llegamos.

ALGUNOS CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

En el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) el aprendizaje se concibe como un continuo proceso de adaptación del sujeto a un medio que le es antagónico. Para alcanzar un estado favorable en este medio, "el sujeto dispone de una gama de decisiones que dependen del uso de un conocimiento preciso" (Brousseau, 2007, 17). Con la situación (didáctica) se busca que los alumnos pongan a prueba sus decisiones, se busca la construcción de conocimientos matemáticos que resulten ser la solución óptima al problema presentado. De esta manera, una situación alude a un modelo de interacción entre un sujeto y un medio que enmarca un determinado saber.

Cuando el docente presenta el medio, busca que el alumno asuma su responsabilidad para resolver el problema planteado, no se le da la respuesta al alumno, se le permite que ensaye, experimente, que ponga a prueba sus procedimientos (modelos implícitos de acción) y, con la incorporación de nuevas variables didácticas, asuma nuevamente su responsabilidad (Brousseau, 1997).

Las variables didácticas están a disposición del profesor y se consideran tales en la medida en que, al actuar sobre ellas, es factible promover aprendizajes por adaptación. Los valores asumidos en la variable permiten el cambio en las estrategias de resolución de los problemas planteados y, en consecuencia, el significado del saber.

Los valores pertinentes relacionados con las variables suponen un análisis previo del saber y del conjunto de problemas que resuelve. No se trata de una simple covariación o “repetición con variación” porque la introducción de nuevos valores va cambiando el medio y la relación de éste con los alumnos y el saber.

El conocimiento de los alumnos y el uso de ciertos materiales o restricciones juegan un papel importante en la situación. En el primer caso, los conocimientos de los alumnos no pueden ser variables ya que no están a “disposición del docente” para que él pueda usarlos a su antojo. En el caso de los materiales, éstos se integran a la situación, en ocasiones para instalar restricciones (p. ej. traer una flor- y sólo una- para cada florero, de tal manera que el niño dispone de más flores que floreros, o bien, colocar una pantalla para restringir la estimación visual), en otras, los materiales facilitar la construcción de ciertos objetos (papel cuadriculado para la construcción de las piezas en un rompecabezas). El uso de ciertos materiales puede plantear nuevos retos a los alumnos y funcionar como variables. Por ejemplo, medir una determinada longitud con una unidad de medida y, posteriormente, medir la misma longitud con otra unidad distinta de tal manera que la segunda sea la mitad de la primera. Esto da un significado distinto al saber, en este caso, se otorga un significado distinto a los resultados de la medición y su relación con la longitud medida.

El diseño de una situación supone un análisis previo del saber y está representada por un conjunto finito de variables didácticas que derivan en situaciones particulares que dan al saber una significación particular (Bessot, 2003). La situación fundamental es tal que permita una génesis de estas significaciones particulares (génesis del saber).

SOBRE LA MEDICIÓN DE LONGITUDES. ANÁLISIS PREVIO DEL SABER

La medición de longitudes requiere de un instrumento, que en sí mismo es una longitud (por ejemplo una vara o una regla), que pueda ser comparado con la longitud a medir y determinar el número de veces (n veces) que cabe en dicha longitud. El resultado de la medición es distinto si se cambia la unidad de medida. Por ejemplo, una longitud puede medir 7 varas y esa misma longitud medir 14 varas si es que la unidad utilizada es la mitad de la primera.

La medición de longitudes está asociada a la producción de un dato numérico acompañado de la unidad de medida utilizada (3 m, 30 cm, 4 palos, 8 cuartas). El uso de una unidad supone tres aspectos (Brousseau, 2009; Brousseau, 2012):

a) su adecuada aplicación e iteración. Una vez seleccionada la unidad de medida, ésta se coloca al inicio de la longitud a medir y, al final de la unidad, se coloca una marca a partir de la cual se coloca nuevamente la unidad (yuxtaposición), sin dejar espacios vacíos y sin que se encimen las marcas. Así sucesivamente hasta que se cubre la longitud a medir.

b) la estructura numérica de llegada. El resultado de la medición es representado por números positivos, éstos pueden ser enteros, racionales o reales.

c) la elección y cambio de la unidad y su consecuente cambio en los resultados de la medición. Una longitud “x” mide 8 unidades, esa misma longitud puede medir 16 unidades si la unidad utilizada es la mitad de la primera.

Si la última unidad iterada no cabe exactamente en la longitud a medir, el problema que se presenta es qué hacer con la diferencia. Entonces surge la necesidad del fraccionamiento de la unidad, ésta se divide una y otra vez para observar si la unidad así subdividida cabe en la longitud.

Bollás (2012), citando a Duady y Perrin, señala que cuando la unidad en cuestión es mayor que la longitud a medir el resultado de la medición es una fracción de dicha unidad. De esta manera, si se quiere medir L con U, en donde U>L, entonces L= m/n(U).

MÉTODO

Retomando el análisis previo del saber (medición de longitudes) y los postulados de la TSD se decidió diseñar la situación “las dos distancias” con el propósito didáctico de que los alumnos usen distintas unidades (no convencionales) para medir distancias, registren y discutan los resultados de la medición. Asimismo, que reflexionen sobre los resultados de distintas mediciones de una misma longitud que se han realizado con dos unidades distintas, de tal manera que una unidad es la mitad de la otra.

La actividad de “Las dos distancias” que aquí presentamos fue retomada y adaptada de un estudio previo realizado por Fluckiger y Brun (2005) en el marco de los campos conceptuales..

Sujetos. Se trabajó con un grupo preestablecido de 14 alumnos de 4° grado, en una escuela primaria ubicada al sur de la Ciudad de México. Los alumnos fueron distribuidos en cuatro equipos.

LA SITUACIÓN DIDÁCTICA/PROCEDIMIENTO

Los alumnos organizados en pequeños equipos tienen enfrente una distancia entre dos botellas colocadas sobre el suelo. Se les dice que otro equipo también tiene una distancia entre dos botellas. Se les pide que midan la distancia porque después tendrán que reunirse con sus compañeros para comparar sus medidas y decir cuál distancia es mayor. Para medir las distancias se proporciona una vara no graduada a cada pareja. Los dos equipos trabajan por separado (sin verse) y escriben, sobre una hoja, el resultado de su medida. El desarrollo de la actividad está dividida en dos fases brevemente descritas a continuación.

Primera fase. El primer equipo (A) tendrá que medir una distancia de 5 metros entre dos botellas rojas con una vara de 50 centímetros (10 varas). El segundo equipo (B) tendrá que medir una distancia de 5 metros entre dos botellas verdes con una vara de 25 centímetros (20 varas). Posteriormente, sin retirar las botellas, los dos grupos se reúnen para comparar sus resultados. Sobre una mesa se encuentran los resultados de cada equipo, ellos deben ponerse de acuerdo para decidir quién tenía la mayor distancia o si éstas eran similares.

Segunda fase. La actividad se repite, solo que en esta ocasión el primer equipo (A) tendrá que medir una distancia de 4 metros con una vara de 50 centímetros (8 varas) y el segundo equipo (B) tendrá que medir una distancia de 3 metros con una vara de 25 centímetros (12 varas).

En el cuadro 1 se muestra un resumen de las distancias, la unidad de medida y la medida de cada una de las fases.

Cuadro 1. Distancias, unidades y medidas

Fases	Equipos	Distancia a medir en metros	Unidad de medida en cm	Medida en varas
1°	A	5	50	10
	B	5	25	20
2°	A	4	50	8
	B	3	25	12

RESULTADOS

Para llevar a cabo el análisis de la situación tomamos en cuenta tres aspectos; a) el uso de la unidad y la cuantificación, b) el pedazo sobrante o tratamiento de la diferencia y c) la interpretación de los resultados de la medición (respuestas escritas).

EL USO DE LA UNIDAD Y LA CUANTIFICACIÓN

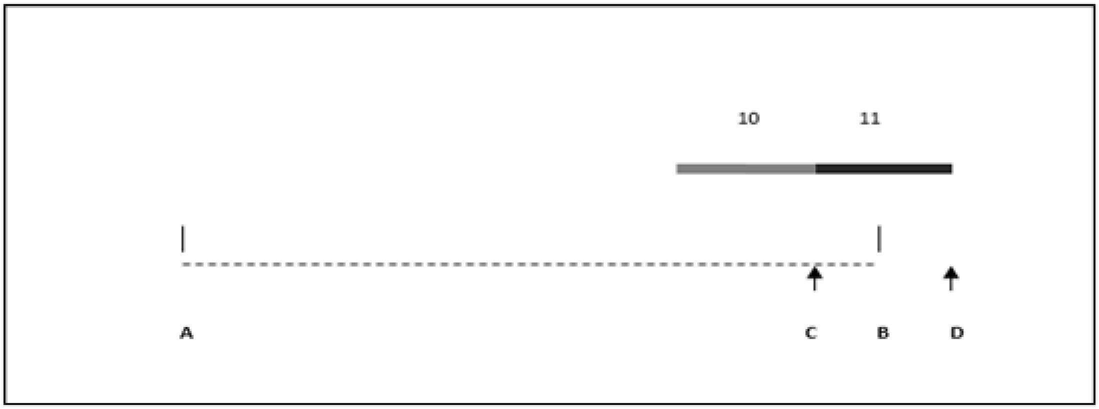
La necesidad de un fraccionamiento uniforme (por iteración de la unidad) de la distancia se va reconociendo durante el desarrollo de la situación, los alumnos tienen cuidado en el desplazamiento regular de la unidad-vara por ajuste de las extremidades (yuxtaposición).

Cuando los alumnos usan la unidad van colocando marcas con el lápiz, ellos cuidan que la iteración sea con yuxtaposición, sin embargo, el ajuste de las extremidades (entre una iteración y la otra) se va perdiendo por problemas de precisión. Al no yuxtaponer correctamente la unidad se van dejando espacios, o bien, se sobrepone la unidad en un espacio ya medido, por lo que al final, la unidad no cabe exactamente en la longitud a medir.

EL PEDAZO SOBRANTE O TRATAMIENTO DE LA DIFERENCIA

En la actividad de medición, cuando el desplazamiento de la última vara colocada no coincide con el extremo final de la distancia ("sobrepasa" la distancia) se puede presentar distintos procedimientos. Para caracterizar éstos tomemos en cuenta la figura 1:

Figura 1. Posición de la última iteración en la longitud a medir



Donde AB es la distancia a medir, CD la posición de la última iteración y D la extremidad de la 11° vara colocada que sobrepasa la distancia a medir. El procedimiento correcto consiste en contar todas las marcas, agregando el pedazo de la última unidad iterada que quedo dentro de la distancia a medir (AB = AC + CB = AD – BD).

Los procedimientos de los alumnos fueron los siguientes:

I. Cuentan todas las marcas más el pedazo de la última unidad iterada que quedo dentro de la distancia a medir (AB= AC+CB). Procedimiento correcto. [Equipo 2]

II. La última iteración que sobrepasa la longitud por medir la cuentan como un entero (AB = AC +CD) [Equipos 1, 4 y 3]

III. Cuentan todas las marcas de la unidad y la última iteración, que no cabe exactamente, la cuentan como un entero, además, agregan el pedazo de la última iteración que cubre la distancia (AB= AC+CD+ CB) [Equipos 1 y 4]

IV. Cuentan todas las marcas, exceptuando la última que sobresale la distancia, agregan el sobrante de la unidad y no la fracción de la unidad que cubre la distancia (AB = AC+CD+ BD) [Equipo 1]

V. Cuentan todas las marcas de la unidad y la última iteración, que no cabe exactamente, la cuentan como un entero, además, agregan el pedazo de la última iteración que sobresale la distancia (AB= AD +BD) [Equipos 1 y 4]

Un alumno transita inicialmente por el procedimiento II (AB = AC +CD), luego momentáneamente por el I (AB= AC+CB), después, junto con otro compañero, en el procedimiento III (AB= AC+CD+ CB) y finalmente se ubica, con el apoyo del maestro, en el procedimiento I (AB= AC+CB).

Interpretación de los resultados de la medición (respuestas escritas)

Las longitudes de las unidades-varas utilizadas es una variable importante en la comparación de las dos distancias a través de los resultados presentados. En este apartado se analizan los argumentos intercambiados entre los dos equipos cuando éstos confrontan sus resultados escritos mismos que han sido obtenidos con unidades-varas que tienen distinta longitud.

Sobre la interpretación de los resultados de la medición, en la confrontación de las respuestas escritas, las soluciones a esta situación pueden ser de dos tipos: 1) los alumnos interpretan la longitud de las distancias por el número mayor obtenido en la medición, independientemente de las longitudes de las unidades utilizadas y 2) aquellos alumnos que interpretan la longitud de la distancia tomando en cuenta los resultados en relación con las longitudes de las unidades-varas.

Inicialmente los alumnos centran sus argumentos en el número mayor al margen de las unidades-varas y de la distancia medida, el resultado escrito se da sin referencia a la unidad, como si el número por si solo fuera suficiente para expresar la medida. Posteriormente se establece una relación entre las unidades-varas pero al margen de la distancia, al final se establece una doble relación, primero, entre las longitudes de las unidades y los resultados y, segundo, de éstos con las distancias medidas. Este procedimiento recién adquirido, aún no consolidado, se da en el marco de la interacción entre alumnos, el medio y el maestro.

Conclusiones

Durante la actividad se van presentando problemas de precisión al no yuxtaponer correctamente la unidad de medida, se van dejando espacios (“ocho y cachito” en lugar de ocho) o se sobrepone la iteración en un espacio ya medido (“cinco y un cacho” en lugar de seis), por lo que, al final la unidad no cabe exactamente en la longitud a medir.

Al colocar la última unidad de medida, para algunos niños es difícil expresar, qué tanto de la vara quedo dentro de la distancia a medir. La mayoría de ellos expresan sus resultados de forma cualitativa “Once y un cachitito”, “cinco y un cacho”.

Inicialmente los alumnos (6 de 14) dan respuestas en función del resultado mayor, independientemente de las unidades utilizadas, sin pensar en el tamaño de las varas y sin reflexionar sobre las distancias. Otros alumnos (5 de 14) reflexionan sobre la longitud de las varas, ellos van reconociendo que una varas es el doble de la otra, sin embargo, les cuesta trabajo reflexionar sobre sus resultados y su relación con las distancias.

Al final de la actividad de la segunda fase, un número reducido de alumnos (3 de 14) relacionan la longitud de la distancia tomando en cuenta el número-medida (respuesta escrita) y, al mismo tiempo, la unidad de medida, argumentando que sí la unidad es más pequeña el número-medida es más grande. Por lo regular la confrontación se centra en la reflexión entre unidad de medida y el número-medida y no compromete, salvo en la validación, que los alumnos tengan que medir de nueva cuenta. Cuando los argumentos numéricos no fueron suficientes para aclarar la diferencia de los resultados escritos, llevó a los alumnos a medir nuevamente con el intercambio de las varas.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Bessot, A. (2003). Une introduction à la théorie des situations didactiques. Master Mathématiques, Informatique de Grenoble 2003-2004. Laboratoire Leibniz-IMAG, Grenoble

Bollás, P. (2012) La construcción de un conocimiento matemático específico. En J. Mendoza, S. Sánchez y G. Martínez, (Coord.) La construcción del conocimiento. Miradas desde la psicología Educativa. (pp. 153-176). México: UPN.

Brousseau, G. (2009). Les différents univers de la mesure et leurs situations fondamentales. En Quaderni di Ricerca in Didattica, (9), Palermo (pp. 125-133). Recuperado de http://dipmat.unipa.it/ grim/quaderno9.htm.

Brousseau, G. (2012). Les Grandeurs dans la Scolarité obligatoire. Manuscrit dans auteur. Recuperado de http:// hal.archivesouvertes.fr/docs/00/71/50/71/pdf/les grandeurs dans la scolarité obligatoire.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires. Libros del Zorzal.

Chamorro, M. (2005). El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. En M. Chamorro (coor.). Didáctica de las matemáticas para primaria. (pp. 221-243) España : Pearson.

Fluckiger, A. y Brun, J. (2005). Conceptualisation et clases de problèmes dans le champ conceptuel de la mesure. En Recherches en didactique des mathématiques. (pp.349-402). Vol 25, No. 3.