



# PROBLEMAS CONCEPTUALES EN LA COMPRESIÓN DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

**FERNANDO VEGA CALDERÓN**

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO, UNAM  
[inparadisum@hotmail.es](mailto:inparadisum@hotmail.es)

**LETICIA GALLEGOS CÁZARES**

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO, UNAM  
[leticia.gallegos@ccadet.unam.mx](mailto:leticia.gallegos@ccadet.unam.mx)

## RESUMEN

En este trabajo se presentan los resultados de una investigación sobre ideas previas de estudiantes del bachillerato acerca de algunos fenómenos que se explican, cualitativamente, mediante la ecuación de Bernoulli como aproximación. Para ello, a la muestra estudiada se le aplicó un cuestionario en el cual se plantearon cuatro casos concernientes a la Dinámica de Fluidos. Para evaluar las respuestas de los alumnos, se construyó un criterio de evaluación conformado de cinco categorías para clasificarlas, y con ello delimitar las explicaciones dentro de las cuales se identificaron sus ideas previas. Se encontró que algunas ideas previas de los participantes sobre dichos contextos corresponden a las reportadas en la literatura, como por ejemplo el vínculo que hay entre presión y espacio.

**Palabras clave:** Ideas previas, ecuación de Bernoulli, investigación educativa, educación media superior, enseñanza de la Física.





## INTRODUCCIÓN

### ¿Por qué las ideas previas influyen en la enseñanza de las ciencias?

Todo sujeto desde muy temprana edad convive con otros individuos, entra en interacción con el entorno que le rodea y con los diferentes objetos que hay en éste. Con base en sus experiencias, el individuo puede reconocer de ellas características y construir patrones sobre lo que observa en el comportamiento de las cosas, de las personas o de sí mismo. Este cúmulo de peculiaridades identificadas directa o indirectamente de las experiencias, inmersas a la vez en un contexto cultural o fenomenológico determinado, conforma en el sujeto ideas previas sobre el medio que le circunda; las cuales le permiten predecir sucesos o/y conductas, además de construir una perspectiva sobre la organización del mundo que le rodea al dotarle de significado (Pozo, 1999).

En el caso del aprendizaje de conceptos complejos como los científicos, en el ámbito escolar, la dificultad de ello radica en las ideas previas que los estudiantes han construido y que a menudo son contradictorias a los conceptos científicos que se les presentan en clase. Así, por ejemplo, cuando a un alumno se le explica cierto concepto científico (v. g. presión), trata de asociarlo con el significado que tiene de éste como manifestación de sus ideas previas (Pozo, 1999). Ello implica que las ideas previas de los estudiantes influyen en su propia formación de conceptos (Gallegos, 1998).

Para muchos docentes las ideas previas de los estudiantes pasan desapercibidas. Incluso, las dificultades de comprensión que surgen en los alumnos pueden llegar a darse entre los propios profesores de ciencias y, con no poca frecuencia, también en los libros de texto. Por ello, para el docente debería ser fundamental identificar las ideas previas de sus alumnos antes de tratar algún tema, con el objetivo de planear y adecuar una estrategia de enseñanza acorde a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes para que puedan transformar, gradualmente, sus ideas y sean más próximas a las aceptadas por la ciencia.

Aún es difícil precisar el origen de las ideas previas de los sujetos. Sin embargo, se tiene presente la influencia de los fenómenos físicos cotidianos que ellos experimentan en diferentes contextos, donde juegan un papel muy importante las experiencias sensoriales que les llevan a construir una física intuitiva empírica. Como resultado de múltiples investigaciones, se han





identificado varios aspectos de las ideas previas que sugieren por qué son muy influyentes en los estudiantes al momento de brindar cierta explicación, o de estudiar conceptos científicos. Por ejemplo, algunas de estas características son: 1) se resisten a ser transformadas, pero esto no significa que las ideas previas no se puedan modificar; 2) son de carácter implícito, puesto que los alumnos las emplean sin que sean conscientes de los esquemas y teorías que utilizan; 3) las ideas previas de los alumnos tienden a estar ligadas al contexto bajo el cual se presenta cierto fenómeno (Gallegos, 1998; Vega, 2015).

## JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

Actualmente la investigación sobre ideas previas en varios campos es muy amplia; empero, existen ámbitos insuficientemente explorados de ellas. Uno de esos campos corresponde a la Dinámica de Fluidos y, en particular, a la ecuación de Bernoulli. A lo largo de la revisión bibliográfica realizada para respaldar la investigación de Vega (2015), no se encontró antecedente alguno que aborde las ideas previas de los estudiantes del bachillerato sobre la ecuación de Bernoulli.

Debido a la aún deficiente investigación sobre el tema, surgió el interés de averiguar ideas previas de los alumnos del bachillerato sobre algunos fenómenos que se explican mediante la ecuación de Bernoulli como aproximación, y la cual para muchos de ellos resulta difícil de aprender debido al mal uso y a la falta de comprensión de la misma; principalmente al momento de explicar algunos fenómenos donde interviene el aire en movimiento.

## OBJETIVOS

Los objetivos en esta investigación de ideas previas sobre la ecuación de Bernoulli son:

- Averiguar ideas previas de los estudiantes sobre la relación entre las variables *presión estática* [1] y *rapidez del flujo* en los contextos planteados en un cuestionario.
- Identificar las dificultades y tendencias de razonamiento que los estudiantes manifiestan en la construcción de sus explicaciones sobre la Dinámica de Fluidos.





## METODOLOGÍA

*Muestra:* La muestra analizada consistió en 54 estudiantes (28 mujeres y 26 varones, cuyas edades estaban alrededor de los 18 años) de la Escuela Nacional Preparatoria Plantel 8 “Miguel E. Schulz”, de la Universidad Nacional Autónoma de México. Estos alumnos de área I cursaban la asignatura de Física IV (clave 1611, sexto año) conforme al plan de estudios vigente (que data de 1996). Se decidió elegir a esta población porque en su programa de estudios de Física IV se incluye el tema de la ecuación de Bernoulli.

*Instrumentos:* Para esta investigación se emplearon dos instrumentos: cuestionario escrito y entrevista individual. A continuación se describe cada uno de ellos.

*Cuestionario:* Para identificar ideas y relaciones de los estudiantes entre los conceptos *presión, fuerza y rapidez del flujo* de un fluido, se elaboró un cuestionario escrito de diez preguntas repartidas en cuatro contextos fenomenológicos o casos. En el instrumento, se pide que predigan cada fenómeno y expliquen sus respuestas. En el cuestionario hay en total tres preguntas cerradas y siete abiertas. Este instrumento se aplicó previo al estudio de la ecuación de Bernoulli con los estudiantes. Enseguida se menciona en qué consiste cada caso y cuál es su finalidad.

**Caso 1** (*medidor de Venturi*): Con este caso se pretende identificar cómo los estudiantes relacionan las variables presión estática ( $\square$ ) y rapidez ( $\square$ ) del flujo de aire a través de un medidor de Venturi en dos puntos ubicados, respectivamente, en las diferentes secciones del tubo de Venturi a un mismo nivel. También, se busca identificar cómo los alumnos representan la posición del agua contenida en el manómetro (en este caso un tubo “U”), con base en la relación que consideran que guardan las presiones estáticas en ambas regiones.

**Caso 2** (*recipientes iguales, con diferente orientación y con un orificio inferior*): Mediante esta situación se busca identificar si los estudiantes consideran que la rapidez del flujo de agua (el cual sale desde un orificio pequeño ubicado en la esquina derecha inferior de cada recipiente) depende de la forma que adopta este líquido dentro de cada contenedor, a pesar de que la altura de agua contenida es la misma en cada caso.





**Caso 3** (*botella llena de agua que tiene un orificio inferior*): En este caso, por ejemplo a los estudiantes se les presentó físicamente el siguiente experimento: a la botella llena de agua que tiene cubierto su orificio inferior se le colocó su tapa-rosca. Al descubrirse el orificio, los alumnos observaron que no hay flujo de agua. Con esto se busca identificar cómo ellos justifican esta situación de equilibrio.

**Caso 4** (*embudo con un cono de papel en su interior*): Por medio de este contexto presentado físicamente a los estudiantes, se pretende identificar cómo ellos justifican el hecho de que al ingresar un flujo de aire en el embudo, el cono de papel permanece dentro de aquél.

Entrevista: Después de tratar en clase la ecuación de Bernoulli y su interpretación en diversas situaciones físicas con los estudiantes de la muestra, a ocho integrantes de ésta se les pidió que contestaran de manera escrita el mismo cuestionario, y que después verbalmente explicaran sus respuestas. Esto con el fin de conocer cómo organizan, relacionan y usan diferentes conceptos para argumentar sobre los mismos fenómenos; además de identificar las dificultades y tendencias de razonamiento que tienen al respecto. Así, con cada uno de ellos se conversó sobre lo que contestaron en el cuestionario, siendo éste la guía de tal entrevista.

*Criterios para la evaluación de respuestas:* Para evaluar las respuestas de los estudiantes, se construyó para cada caso un criterio de evaluación conformado de cinco categorías a las cuales se les asignó, respectivamente, un valor dependiendo del grado en que sus explicaciones se acercaban o alejaban de la interpretación física correcta. Por ejemplo, para la categoría I (muy bien) el valor asignado es de 5 y, a partir de éste, en orden descendente se llega al valor de 1 para la categoría V (muy mal). Cada categoría incluye características precisas concernientes al nivel de coherencia (o a la falta de ésta) que deben satisfacer las respuestas para que, sin ambigüedad, se les pueda ubicar con base en la escala previa. En las categorías I (muy bien) y II (bien) las explicaciones se aproximan a la interpretación física aceptada de los fenómenos; mientras que en la quinta categoría (muy mal), por ejemplo, se comprenden las respuestas inconsistentes de las preguntas cerradas con relación a su justificación, ya sea por incoherencia o por falta de completitud.





## RESULTADOS

Los datos presentados en la tabla 1 muestran la tendencia de las respuestas de los estudiantes sobre los cuatro casos, en lo que a su evaluación global se refiere. Estas tendencias se ilustran, para cada caso, en las gráficas 1, 2, 3 y 4.

*Análisis:* Para analizar las respuestas de los alumnos, sólo se consideraron las explicaciones comprendidas en las categorías III y IV del criterio de evaluación para cada caso, porque en éstas se concentra la mayor parte de las respuestas. Por otro lado, las respuestas de muy pocos estudiantes quedaron incluidas en las categorías I y II; en este caso, sus argumentos e ideas son más cercanos y acordes a la interpretación física aceptada de los fenómenos, por lo que no se consideraron para este análisis. También fueron descartadas las explicaciones comprendidas en la quinta categoría, principalmente por ser incoherentes y apartarse mucho de la interpretación física aceptada de los fenómenos, además de no brindar mayor información sobre las ideas previas de los estudiantes.

## PRINCIPALES IDEAS DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LOS CASOS PLANTEADOS EN EL CUESTIONARIO

A continuación, se sintetizan las principales ideas previas de los estudiantes acerca de los casos presentados en el cuestionario. También, dichas ideas se identificaron en las respuestas que los ocho alumnos brindaron durante la entrevista. A la vez, estas ideas se verifican con otras provenientes de investigaciones previas.

Para el caso 1, sobresale la influencia de la idea de mayor / menor espacio en las respuestas, al tenerse la concepción de que *a menor espacio la presión es mayor* (Besson, 2004; Gallegos, 1998; Goszewski *et al.*, 2013; Vega, 2015). Así, 24.53% de la muestra piensa que en el cuello del tubo de Venturi el aire se comprime y en consecuencia la presión estática aumenta (o es mayor) en esta región. Como efecto de esto, los alumnos consideran que el agua dentro del tubo “U” cambia su nivel de tal manera que éste desciende por el brazo conectado al cuello del tubo de Venturi, mientras que por el otro sube.





A la vez, 28.30% que eligió la opción  $\rho_1 < \rho_2$  fundamentó su respuesta usando esta misma idea. Con respecto a las rapidezces del flujo en ambas secciones del tubo de Venturi, 7.55% consideró que  $\rho_1 < \rho_2$  con base en la idea de que *a mayor presión* (en el cuello del tubo de Venturi), *la rapidez del flujo es mayor*.

En el caso 2, cuando se escoge la opción “b” ( $\rho_a = \rho_b$ ) las explicaciones de los alumnos se basan en las siguientes ideas:

- Ambos contenedores tienen la misma cantidad (o volumen) de agua (14.81%).
- En los recipientes hay (o se ejerce) la misma presión o fuerza, y ello implica que la rapidez del flujo sea igual (12.96%).

A veces estas ideas se combinan, al describir que la supuesta misma cantidad (o volumen) de agua en ambos contenedores implica que en éstos exista (o se ejerza) la misma presión o fuerza. Con estos razonamientos, se manifiesta la concepción de que la presión es proporcional a la cantidad de fluido (Besson, 2004; Flores y Gallegos, 1998; Goszewski *et al.*, 2013; Vega, 2015).

En contraste, de los estudiantes que eligieron la opción “c” ( $\rho_a < \rho_b$ ), 20.37% fundamentó su respuesta en la idea de la *mayor acción de la presión o de la fuerza* por la forma cónica que adopta el contenedor “B” al estar inclinado; mientras que otro 20.37% supuso que el agente causal de ello es simplemente la inclinación de este recipiente.

Con lo que respecta al caso 3, por ejemplo para justificar la ausencia de flujo en la botella, 68.52% de la muestra considera que la presencia de la tapa detiene la acción del aire, de la presión o de la fuerza sobre el agua (Gallegos, 1998; Vega, 2015). Además, en estos argumentos no se hace referencia de un balance de presiones que propicie que el sistema esté en equilibrio.

Para el caso 4, en la tabla 2 se especifica la población que basó su explicación sobre el fenómeno en alguna idea particular. Las explicaciones sobre este fenómeno se fundamentan en la idea de que el aire se distribuye uniformemente entre ambos cuerpos o que éste ejerce presión constante entre ellos. Además, se identificó que en la mayoría de este tipo de respuestas no se considera





la presión atmosférica (Besson, 2004); centrando la atención sólo en la presión existente entre dichos cuerpos; es decir, los estudiantes únicamente toman en cuenta la presión en parte del sistema (Gallegos, 1998; Vega, 2015). También, se asume que la forma puntiaguda del cono de papel favorece a que el aire fluya a través de él sin sacarlo.

## DISCUSIÓN

**A continuación se presentan las principales ideas previas identificadas en esta investigación**

- *El vínculo de la presión con el mayor / menor espacio:* Como se ha mostrado, las ideas de los estudiantes sobre la presión están influenciadas por el espacio que ocupa el fluido o/y por la forma que adopta. De este modo, por ejemplo en los casos 1 y 2 es evidente el empleo de esta idea, al suponer que la presión es mayor en la constricción del conducto (en el cuello del tubo de Venturi, o en la forma cónica que adopta el recipiente inclinado en el segundo caso).
- *Los agentes causales sólo actúan en lugares específicos:* Por otra parte, sobresale el hecho de que los alumnos suelen atribuir el fenómeno a la acción de cierto agente causal, el cual a la vez sólo actúa en un lugar específico del sistema. Así, por ejemplo en el caso 3 la falta de flujo se atribuye a la interrupción del aire, de la presión o de la fuerza sobre el agua; mientras que en el caso 4, a veces sólo se considera la presión entre el embudo y el cono, pero no la presión atmosférica.
- *La presión equivale a fuerza:* Los estudiantes tratan el concepto *presión* como el de *fuerza*, al suponer que el primero tiene un sentido privilegiado: hacia abajo. Esto fue identificado en el caso 2 para el recipiente inclinado.

## CONCLUSIONES

Es importante que los profesores conozcan las ideas previas de los estudiantes antes de tratar cierto tema de ciencias. Con ello, se podrían identificar sus dificultades conceptuales para el estudio de conceptos científicos o modelos, como lo es la ecuación de Bernoulli. Así, esta





investigación contribuye a la identificación de ideas previas alrededor de los fenómenos que pueden explicarse cualitativamente con este modelo, para que el docente las considere y problematice para guiar la reconstrucción de las ideas de los alumnos sobre estos fenómenos, y así éstas sean más acordes a las aceptadas por la ciencia.

## NOTAS

[1] La presión estática se mide perpendicularmente a la dirección del flujo mediante un instrumento (v. g. un piezómetro) conectado a través de un orificio en la pared del tubo.

## TABLAS Y GRÁFICAS

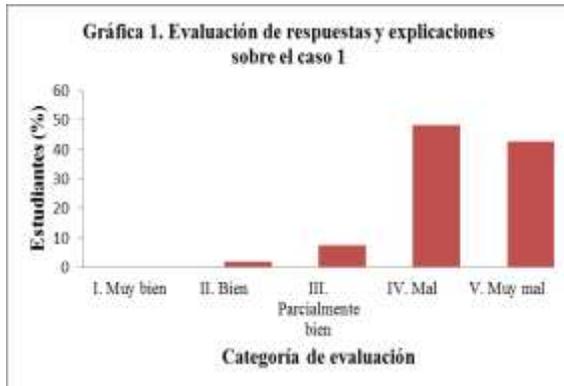
**Tabla 1. Tendencias de evaluación de respuestas para cada uno de los cuatro casos**

Categoría de evaluación:	Porcentaje de alumnos incluidos en la categoría (%)			
	Caso 1:	Caso 2:	Caso 3:	Caso 4:
I. Muy bien.	0.00	1.85	0.00	0.00
II. Bien.	1.85	7.41	1.85	0.00
III. Parcialmente bien.	7.41	9.26	38.89	7.41
IV. Mal.	48.15	75.93	48.15	88.89
V. Muy mal.	42.59	5.56	11.11	3.70

**Tabla 2. Estudiantes que justificaron su respuesta en el caso 4 con base en alguna de estas ideas**

Idea:	Presión (o fuerza)	La acción del aire	Forma del cono de papel
Porcentaje de alumnos (%):	22.22	44.44	29.63

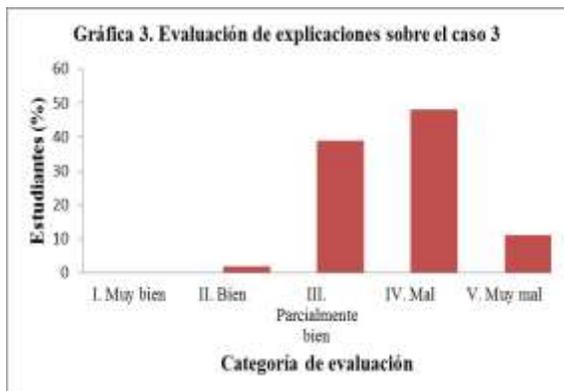




**Gráfica 1. Las respuestas sobre el caso 1 tienden a la cuarta y a la quinta categorías.**



**Gráfica 2. Las respuestas sobre el caso 2 tienden a la cuarta categoría.**



**Gráfica 3. Las respuestas sobre el caso 3 tienden a la tercera y a la cuarta categorías.**



**Gráfica 4. Las respuestas sobre el caso 4 tienden a la cuarta categoría.**





## **BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS**

- Besson, U. (2004). Students' conceptions of fluids. *International Journal of Science Education*, 26(14), 1683-1714.
- Flores, F. y Gallegos, L. (1998). Partial Possible Models: An Approach to Interpret Students' Physical Representation. *Science Education*, 82, 15-29.
- Gallegos, L. (1998). Formación de conceptos y su relación con la enseñanza de la Física. México: UNAM, Facultad de Filosofía y Letras. Tesis de Maestría en Enseñanza Superior.
- Goszewski, M., Moyer, A., Bazan, Z., Wagner, DJ. (2013). Exploring Student Difficulties with Pressure in a Fluid. *AIP Conference Proceedings* 1513 (2013), 154-157.
- Pozo, I. (1999). *Aprendices y Maestros*. España: Alianza Editorial.
- Universidad Nacional Autónoma de México, Escuela Nacional Preparatoria. (1996). Programa de estudios de la asignatura de Física IV, área I, clave 1611, sexto año. Recuperado durante diciembre de 2013, de <http://dgenp.unam.mx/planesdeestudio/sexta/1611.pdf>
- Vega, F. (2015). Evaluación de ideas previas de estudiantes del bachillerato sobre la ecuación de Bernoulli. México: UNAM, Facultad de Ciencias. Tesis de Maestría en Docencia para la Educación Media Superior.

