DIFICULTADES QUE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO ENFRENTAN PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN ALUMNOS DE PRIMER GRADO

MARTÍN VALENTÍN ACOSTA
INSTITUTO SUPERIOR DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DEL ESTADO DE MÉXICO
marvacosta@gmail.com

RESUMEN

Se reportan avances sobre el proyecto de investigación que tiene como objetivo identificar algunas de las dificultades que profesores de matemáticas de nivel medio superior enfrentan durante su práctica para desarrollar el pensamiento matemático (PM) en alumnos de bachillerato tecnológico durante el primer año escolar. En función de sus conocimientos y comprensión de objetos matemáticos involucrados en el pensamiento numérico, algebraico y de funciones; uso de recursos pedagógicos y didácticos, así como por las creencias y actitudes que tienen de los alumnos y modelo curricular adoptado a partir de la reforma educativa. Proponemos una investigación de corte cualitativo con apoyo cuantitativo; realizaremos una indagación de primera fuente mediante la aplicación de un cuestionario, entrevistas y observaciones en el aula de clases, para determinar el nivel de comprensión que tienen sobre los objetos matemáticos. Suponemos que en el discurso, el profesor asume que privilegia formas de comprensión en la resolución de problemas contextualizados, discusión argumentada de diferentes soluciones, uso de recursos tecnológicos y que el proceso de enseñanza-aprendizaje da motivos a nuevos planteamientos por los alumnos. La observación de su práctica permitirá confirmar o descartar que en general los profesores solo realizan ejercicios rutinarios con procesamientos algorítmicos mecanizados, sin que la mayoría de los alumnos comprendan los conceptos involucrados y por lo tanto no desarrollen el pensamiento matemático. Finalmente en el marco de un curso de actualización intersemestral, comunicaremos algunos de los resultados a los profesores y compartiremos con ellos una propuesta, al estilo del cuestionario aplicado que pudieran emplear para mejorar su práctica.

Palabras clave: dificultades, pensamiento matemático, comprensión, modelo curricular.

INTRODUCCIÓN

Realizamos un planteamiento desde: los resultados de las pruebas PISA y ENLACE, la formación de los profesores, el modelo curricular y las dificultades que observamos al resolver problemas de estas pruebas.

Los resultados de la prueba PISA 2012 ubican a la mayoría de los estudiantes mexicanos en los niveles 1 y 2 de desempeño; el panorama en el Estado de México no es más alentador, se coloca a nivel nacional en onceavo lugar de desempeño en habilidad matemática con una media de 417 puntos (Flores y Díaz, 2013), en el nivel 1 de desempeño.

Mientras que en ENLACE 2014, del nivel de dominio en matemáticas del Estado de México en el Nivel Medio Superior encontramos resultados en la siguiente tabla:

Tabla 1. Resultados Prueba ENLACE, Estado de México *(www.enlace.sep.gob.mx/ms/).*

Nivel de desempeño	*Insuficiente*	*Elemental*	*Bueno*	*Excelente*
% alumnos	14.9	24.8	33.1	27.2

Ahora, para efectos de nuestra investigación, la zona escolar de interés agrupa cuatro escuelas; consultamos resultados y obtenemos como promedio de las aplicaciones del 2012, 2013 y 2014 de la prueba ENLACE en habilidad matemática la siguiente tabla 2.

Tabla 2. Resultados promedio de las aplicaciones 2012, 2014 y 2015 de la prueba ENLACE

Nivel de desempeño	*Insuficiente*	*Elemental*	*Bueno*	*Excelente*
Escuela A	25.43	46.03	27.53	0.97
Escuela B	24.37	42.07	21.30	12.27
Escuela C	37.80	44.97	11.47	5.77
Escuela D	S/D	S/D	S/D	S/D

Elaboración propia.

Los resultados presentan algunas inconsistencias que requieren explicarse. Además, la cuestión es: ¿cómo escuelas de la misma zona, con contexto similar obtienen resultados diferentes?, éstas están pendientes para investigarse.

Además, es deseable que la formación inicial de profesores de matemáticas incluyan tres líneas: conocimiento de contenidos, conocimiento pedagógico y didáctico (Liljedahl et al., 2009, citando a Durand-Guerrier & Winslow, [2005]). Sin embargo, en nuestro caso, han tenido formación de contenidos de conocimiento en el campo de la preparación académica de su carreras profesionales; mientras que en general el conocimiento pedagógico lo han obtenido en forma empírica, por lo que consideramos importante investigar cómo ello dificulta o no su práctica al desarrollar el pensamiento matemático (PM) en los alumnos.

En otro sentido, al estar actualmente inmersos en la reforma educativa, implica que los profesores trabajen con la metodología, plan y programas de estudio para el desarrollo de las competencias disciplinares de matemáticas, incluyen, la aplicación de recursos y estrategias didácticas, planeación y evaluación; es importante investigar si afecta o no la práctica de los profesores.

Adicionalmente en el Seminario de Investigación, se propusieron algunos problemas, en particular aquellos que al trabajarlos con los alumnos observábamos dificultades que tenían para su resolución. Por ejemplo:

Problema 1: ¿Cuál es el área de un triángulo cuyo perímetro P es igual a 14 e hipotenusa 6?

Encontramos, por un lado recursos conceptuales a movilizar para su resolución y por otro las características del pensamiento matemático que emergen: explicación, prueba y argumentación, comunicación de resultados, planteamiento de problemas más generales a partir de éste, encontrar un patrón, etc. Las dificultades que encontramos en la solución de problemas de este tipo dan cuenta de la comprensión profunda o no que tenemos de los conceptos y en consecuencia del desarrollo del PM que podemos propiciar y los obstáculos epistemológicos y didácticos presentes (Harel & Sowder, 2006).

De forma similar, llama la atención ejercicios de ENLACE por las dificultades que pudieran representarles a los alumnos su solución. Por ejemplo, de la aplicación 2014, tomamos el siguiente reactivo:

Problema 2: 76. La distancia que recorre un móvil durante cierto intervalo de tiempo está dada por la siguiente tabla:

$Tiempo$ (x)	$Distancia$ (y)
4	1
5	6
6	13

¿Qué expresión algebraica es la que se asocia a la distancia recorrida por el móvil? (SEP, 2014, p. 25)

Nos preguntamos: ¿Cómo resuelve el alumno, problemas de este tipo?, ¿Qué estrategia de solución y pensamiento matemático utiliza?, ¿Qué conceptos requiere para resolver el problema?, ¿Cómo el profesor colabora con el alumno para que enfrente la situación? y ¿Qué *dificultades* ha enfrentado el profesor en el proceso?

Por los argumentos expuestos, desde nuestra perspectiva, el profesor enfrenta *dificultades* en el proceso de desarrollo del PM en los alumnos*;* influenciadas por tres categorías: sus conocimientos, creencias y comprensión de los objetos matemáticos en discusión; en segundo lugar por los recursos pedagógicos y didácticos que utiliza, y la metodología propuesta en el modelo curricular.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuáles son las dificultades que los profesores de matemáticas de Bachillerato Tecnológico enfrentan para desarrollar el pensamiento matemático en los alumnos de primer grado?

OBJETIVO GENERAL

Identificar las dificultades que los profesores de matemáticas de Bachillerato Tecnológico enfrentan para desarrollar el pensamiento matemático en los alumnos de primer grado.

METODOLOGÍA

Realizaremos una indagación de primera fuente; el universo a estudiar está conformado por 18 profesores de matemáticas de la zona escolar la zona escolar 005BT de Bachillerato Tecnológico del Estado de México; imparten las materias: *Pensamiento Numérico y Algebraico* y/o *Pensamiento Algebraico y de Funciones*, en el primero o segundo semestre.

Este trabajo tiene un carácter exploratorio y descriptivo, consideramos que se enmarca dentro del paradigma hermenéutico o interpretativo en el campo socioeducativo. Es un estudio de corte cualitativo con apoyo cuantitativo, o mixto (Johnson y Onwuegbuzie, 2004). Puesto que se estudiaran variables cualitativas como *dificultades* y dentro de éstas podremos caracterizar variables cuantitativas como el nivel de comprensión que los profesores tienen del PM y objetos matemáticos involucrados.

Se aplicarán dos instrumentos, el primero tiene la intención de recoger datos relevantes de los profesores para propósitos del estudio, dividido en dos secciones; primera, se solicitarán datos relevantes del profesor; la segunda sección solicitará definir los conceptos: matemáticas, PM, pedagogía, didáctica, las dificultades que observa para que el alumno desarrolle el pensamiento matemático y las acciones a realizar para mejorar el desempeño de los alumnos. El segundo instrumento tiene por objetivo identificar conocimientos que los profesores tienen para desarrollar el pensamiento matemático mediante comprensión de objetos matemáticos involucrados, un cuestionario con tareas no rutinarias o problemas no estándar (Lester, 2013; Schoenfeld, 1992).

Posteriormente una entrevista semi-estructura recogerá puntos de vista de sus soluciones y argumentación; considerará preguntas base, pero se incluirán en cualquier momento preguntas acordes a las respuestas que el entrevistado proporcione, para esclarecer más la cuestión. Se utilizará una entrevista centrada en el problema como la propuesta por Witzel (2000), si bien está destinada a observar problemas sociales, consideramos que puede aportar elementos a nuestra investigación; se complementará con la grabación de la entrevista. Finalmente la observación de clase, con autorización de los profesores se grabará para su análisis; se transcribirán fragmentos relevantes para propósitos de identificar los conceptos y procesos que subyacen en el desarrollo del PM y comparación con los otros instrumentos permitirá un cruce de información.

Para el análisis del primer cuestionario, concentraremos datos y estableceremos frecuencias, promedio y rangos, según corresponda y daremos cuenta de la población mediante una estadística descriptiva. Para el segundo cuestionario, se concentrarán y analizarán en forma cuantitativa y cualitativa las respuestas que los profesores den a los problemas no rutinarios y se establecerá una relación con las dificultades que tienen para desarrollar el PM.

La entrevista permitirá reafirmar o ampliar concepciones que los profesores consideren conforman el pensamiento matemático, aspectos que dificulten el desarrollo del PM, oportunidades que tienen o no para desarrollar el PM. Así como la estrategia de resolución que siguen al resolver las tareas no rutinarias y la relación que establecen con el desarrollo del PM.

Analizaremos las observaciones de clase verificando los procesos de desarrollo del pensamiento matemático que aborda el profesor y cómo están influenciadas por su conocimiento de la materia, recursos pedagógicos y uso de la metodología propuesta en los programas de estudio. Finalmente contrastaremos los datos obtenidos en las entrevistas con las observaciones. Con lo que estaremos en posibilidad de realizar un informe de hallazgos.

Referentes Teóricos

Nuestros referentes se sustentan en tres categorías principales: pensamiento matemático, en particular pensamiento numérico, pensamiento algebraico y pensamiento de funciones; conocimiento de contenido y uso de recursos pedagógicos y didácticos por parte del profesor, y reforma educativa y modelo curricular que incluye el uso de la tecnología y su relación con el desarrollo del pensamiento matemático.

Pensamiento matemático (PM)

Definir el PM de acuerdo con Harel, (s/f) implica definir actividad mental, formas de comprensión y formas de pensamiento, expone que el razonamiento humano involucra actividades mentales como: interpretación, conjetura, inferencia, prueba, explicación, estructuralización, generalización, aplicación, predicción, búsqueda y solución de problemas. Advierte diferenciar estas actividades mentales de actividades físicas y cómo estas actividades mentales permiten el aprendizaje de disciplinas, pero particularmente del aprendizaje y creación de las matemáticas. Para ilustrar la diferencia entre formas de comprensión y formas de pensamiento discute tres actos mentales: interpretación, resolución de un problema y prueba.

Breen & O'shea (2010) exponen que para definir PM hay dificultades, sin embargo según ellos, diferentes autores concuerdan que implica: conjetura, razonamiento y prueba, abstracción, generalización y especialización; además proporciona una lista de palabras que denotan la acción de los matemáticos cuando plantean y resuelven problemas: ejemplificar, especializar, completar, borrar, corregir, comparar, clasificar, organizar, cambiar, variar, revertir, alternar, generalizar, conjeturar, explicar, justificar, verificar, convencer y refutar (Breen & O'shea, 2010, citando *a* Mason & Johnston-Wilder *[2004]). Al estilo de lo planteado en el* modelo Aprender Matemática, Haciendo Matemáticas (López y Flores, 2012, p. 655).

En tanto Harel & Sowder (2006) definen pensamiento matemático, sus características, la relación entre formas de pensamiento y formas de comprensión mediante una aproximación de resolución de problemas y los obstáculos epistemológicos y didácticos presentes; mitos que se crean alrededor del desarrollo del pensamiento matemático; así como prácticas de razonamiento mediante las cuales el PM puede mejorar. Lo definen como: "El significado particular que los estudiantes tienen de acerca de un término, una frase, o texto, la solución que proporcionan a un problema, o la justificación que utilizan para validar o refutar una afirmación–son formas de comprensión, mientras que las teorías generales de los estudiantes–implícitas o explícitamente–que subyacen en cada acción son formas de pensamiento." (p. 29).

Mientras que Tall (2007), expone reflexiones acerca de los conflictos que presentan los estudiantes al transitar al PM avanzado y que se pudieran aplicar el trabajo de los profesores con alumnos de bachillerato; propone una observación clínica detallada del proceso de transición y que ésta implica dificultades cognitivas, como: considerar un concepto como un proceso, al concepto encapsulado como un simple objeto que tienen nombre, vía la abstracción de propiedades que el concepto tiene en términos de una definición, a la construcción de las propiedades del objeto definido mediante la deducción lógica y "la relación entre varias representaciones del concepto (incluyendo verbal, procedimental, simbólico, numérico y gráfico)" (p. 508)

Además Tall (2013), advierte que PM utiliza los mismos recursos que el pensamiento en general, que se funda en la estimulación de enlaces entre las neuronas del cerebro y cuando estos enlaces son alertados, cambian bioquímicamente con el tiempo de uso, producen más procesos de pensamiento estructurado y más ricas estructuras de conocimiento conectadas. Su principal teoría de cómo los humanos aprenden a pensar matemáticamente, es que éste madura a través de tres mundos mentales de las matemáticas: materialización conceptual, operación simbólica y formalismo axiomático.

COMPRENSIÓN DE LOS CONTENIDOS, RECURSOS PEDAGÓGICOS Y DIDÁCTICOS

Harel, (s/f) advierte que la calidad de los profesores de matemáticas depende de sus conocimientos base, es decir una calidad de la instrucción depende del conocimiento que el profesor tenga. De acuerdo con el autor el conocimiento base de los profesores se compone de tres elementos: conocimiento de matemáticas, conocimiento del aprendizaje de los estudiantes y conocimiento de pedagogía.

Watson & Harel (2013), exponen que sí y cómo el conocimiento personal del profesor en matemáticas a un alto nivel impacta en la enseñanza de la matemática escolar y en particular en algunos tópicos como el caso del concepto de *función*. Destaca la importancia de que el profesor tenga un conocimiento personal de las matemáticas significativas, arriba del nivel a enseñar y la calidad de los conocimientos de matemáticas de los profesores y de pedagogía matemática tiene una correlación positiva con el éxito de los estudiantes en todos los grados; con lo que establecen dos categorías del conocimiento de los profesores conocimiento matemático y conocimiento pedagógico. Seleccionan el concepto de *función* porque consideran: una fuerte comprensión del concepto hace una diferencia de la habilidad de los estudiantes para estudiar matemáticas, por ejemplo la solución de ecuaciones como la intersección de funciones.

REFORMA EDUCATIVA Y MODELO CURRICULAR

Frigerio (2000) afirma que: “los cambios institucionales y las reformas educativas logran transformar algo de la gramática de la escuela / cultura escolar / matriz de aprendizaje institucional, o están condenados al fracaso, a no persistir en tanto innovación, a no institucionalizarse.” (p. 18).

Reformar la práctica de los profesores no es sencillo, Schorr y Koellner-Clark (2003, [citando a Stigler y Hiebert, 1999]) advierten que la enseñanza es una actividad cultural y que las actividades culturales se desarrollan en largos periodos temporales, y ésta se apoya en un relativamente pequeño y tácito núcleo de creencias con relación a la naturaleza de la materia, también exponen acerca de cómo los estudiantes aprenden del rol que los profesores deben desempeñar en el salón de clases; así como de las dificultades que existen en reformar a profundidad, en forma robusta y sostenida las prácticas de enseñanza. Es decir, en una reforma se incorporan algunos elementos, pero en forma superficial, pues, subyacen las prácticas anteriores.

En tanto Schorr y Koellner-Clark (2003), exponen la forma en que los profesores incluyen en su práctica algunos aspectos superficiales de una reforma educativa cuando no han comprendido en profundidad los conceptos involucrados en una reforma; además exponen un programa múltiple con la participación de investigadores, profesores y en el centro el alumno; así como de la importancia del trabajo en equipo de los profesores, por ejemplo para la resolución de problemas.

CONCLUSIONES

La enseñanza de las matemáticas posee particularidades: la naturaleza de la materia es abstracta, "la comprensión de un tema requiere el dominio de los temas anteriores." (De la Peña, 2002); está sujeta a evaluación, existen creencias en torno a su enseñanza y aprendizaje, los intereses de los alumnos (Belbase, 2013) no coinciden con el desarrollo del pensamiento matemático; lo que influye en sus desiciones para continuar estudios a nivel superior. No obstante su importancia, observamos que existen dificultades para su enseñanza y aprendizaje, "los resultados de aprendizaje de esta materia han sido históricamente desalentadores" (López, 2010, p.162), particularmente en el Nivel Medio Superior. Creencias que existen en torno a ellas, mitos, motivación e intereses de los alumnos, modelo curricular y comprensión que el profesor tiene de los objetos matemáticos son factores que influyen en el desarrollo del PM.

Pese a la problemática, no existen dudas en la necesidad de su enseñanza y de tanto a nivel nacional, regional e internacional se realicen investigaciones que expliquen el fenómeno y se propongan alternativas de solución.

Bibliografía y Referencias

Belbase, S. (2013). Images, Anxieties, and attitudes toward mathematics. International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 1(4), pp. 230-237. En: ijemst.com/issues/1_4_2_Belbase.pdf

Breen, S. & O'shea, A. (2010). Mathematical Thinking and Task Design. Irish Math. Soc. Bulletin 66, pp. 39-49. En: www.maths.tcd.ie/pub/ims/bull66/ME6601.pdf

De la Peña, J. A. (s/f). Matemáticas en el Bachillerato, ¿Aburrirse o pensar? Recuperado el 29 de enero de 2015, en: www.acienciasgalilei.com/mat/pdf-mat/mat-bachiller.pdf

Flores, G. y Díaz, M. A. (2013). Instituto Nacional Para la Evaluación de la Educación. México en PISA 2012. Primera Edición 2013, México. Recuperado de: www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf

Frigerio, G. (2000) ¿Las reformas educativas reforman las escuelas o las escuelas reforman las reformas? En: Reunión de trabajo: Educación y Prospectiva. Santiago de Chile: UNESCO-OREALC. En: http://www.schwartzman.org.br/simon/delphi/pdf/frigerio.pdf

Harel, G. (s/f). What is Mathematics? A Pedagogical Answer to a Philosophical Question. University of California, San Diego. En:
www.math.ucsd.edu/~harel/publications/

Harel, G. & Sowder L. (2006). Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and Its Development. Mathematical Thinking and Learning, 7(1), pp. 27-50. Lawrence Erlbaum Associates, Inc. USA.

Johnson, R.B. & Onwuegbuzie, A. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come. Educational Research, 33(7), 14-26. Recuperado el 21 de febrero de 2015, en: http://www.tc.umn.edu/~dillon/CI%208148%20Qual%20Research/Session%2014/Johnson%20&%20Onwuegbuzie%20PDF.pdf

Lester, K. (2013). Thoughts About Research On Mathematical Problem- Solving Instruction. En The Mathematics Enthusiast, Vol. 10, nos. 1&2, pp. 245-278. Recuperado el 13 de marzo del 2015 en:
www.math.umt.edu/.../10-Lester%20_pp245_278.p...

Liljedahl, Peter et al. (2009). Comports of Mathematics Teacher Training. In *Even R. and Loewenberg R. (Eds.), The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study (pp. 25-33). Springer, USA.*

López, J. I. y Flores, A. H. (2012). Modelación matemática en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 25, año 2012. México.

López, A. L. (2010). Interpretación de estudiantes de bachillerato sobre la identidad de la variable en expresiones algebraicas. En RELIME (2010) 13 (4-I). pp. 161-176.

Schorr, R. & Koellner-Clark, K. (2003). Using a Modeling Approach to Analyze the Ways in Which Teachers Consider New Way to Teach Mathematics. Mathematical Thinking and Laerning, 5(2&3), 191-209. USA.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. In Grouws, W. (Ed.). Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning, New York: Macmillan.

SEP, (2014). ENLACE Educación Media Superior. Cuadernillo de preguntas.

Tall, D. (2007). The transition to advanced mathematical thinking: functions, limits, infinity, and proof. In Lester, F. (Ed.). Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 495-509). Vol. I, NTCM, USA.

Tall, D. (2013). How Humans Learn to Think Mathematically, Exploring the Three Worlds of Mathematics, Cambridge University Press, USA.
Recuperado el 21 de febrero de 2015 en:
https://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/themes/how-humans-think-mathematically.html#top

Watson, A. & Harel, G. (2013). The role of Teacher's Knowledge of Functions in Their Teaching: A Conceptual Approach With Illustrations From Two Cases. En: Canadian Journal of Science Mathematics and Technology Education, 13:2, pp. 154-158. Recuperado el 15 de febrero de 2015, en: http://dx.doi.org/10.1080/14926156.2013.784826

Witzel, A. (2000). The Problem-Centered Interview. En Forum: Qualitative Social Research. Vol. 1, No. 1. Recuperado el 8 de abril de 2015, en: http://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/article/view/1132/2521