



# EL PAPEL DE LA COMPUTADORA COMO DETONADOR DE REORGANIZACIONES COGNITIVAS EN LOS ESTUDIANTES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

**MARTHA LETICIA GARCÍA RODRÍGUEZ**

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL ESIME-Z

*martha.garcia@gmail.com*

**ALMA ALICIA BENÍTEZ PÉREZ**

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL CECYT 11 W.M.

*albenper@gmail.com*

## RESUMEN

En esta propuesta se analiza la forma en que los estudiantes llevan a cabo reorganizaciones cognitivas durante la resolución de problemas matemáticos identificadas mediante el uso de la hoja electrónica de cálculo. La recogida de datos se realizó mediante la aplicación de ocho problemas a un grupo de estudiantes inscritos en el primer semestre de una carrera de ingeniería, que durante un curso de cálculo diferencial e integral. Para el análisis de los datos se retomaron los elementos teóricos relacionados con el concepto de reorganización cognitiva, entendida como la reorganización o reestructuración de la actividad humana, que resulta de la toma de control de una parte de la actividad del sujeto, que es realizada por la herramienta, produce un cambio en la atención y en el foco de interés, la persona cambia su atención de ejecutar un procedimiento a planearlo, darle seguimiento y revisar el resultado. Los datos obtenidos permiten afirmar que las herramientas informáticas como la hoja electrónica de cálculo pueden ser utilizadas como una ventana para conocer sobre los procesos de pensamiento de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos, además de favorecer el que los estudiantes lleven a cabo dos tipos de análisis del comportamiento de las funciones, uno local y otro global lo que contribuye para la construcción del concepto de variación.

**Palabras clave:** Aprendizaje de matemáticas, reorganización cognitiva, recursos informáticos.





## INTRODUCCIÓN

En la primera década del presente siglo los recursos informáticos en diferentes formatos son utilizados cada vez con mayor frecuencia en el aula. Autores como Arcavi y Hadas (2000) señalan que las herramientas tecnológicas pueden apoyar el aprendizaje de conceptos matemáticos, pero que en sí mismas son de poco valor, si no son utilizadas en actividades que permitan a los alumnos relacionar los conceptos matemáticos que conocen.

Los autores mencionan que la presencia de computadoras tiende a cambiar el diseño de las actividades que se proponen a los estudiantes (Arcavi y Hadas, 2000). Es necesario tomar en cuenta que con un software para computadora los estudiantes pueden realizar exploraciones gráficas, antes de realizar operaciones algebraicas; llevar a cabo exploraciones empíricas de resultados geométricos o analizar el comportamiento de casos particulares para la identificación de patrones.

Otro recurso informático utilizado en educación es la hoja electrónica de cálculo. Aun cuando en 1979 apareció como un auxiliar en el campo de la contabilidad, su uso se ha incrementado gradualmente en actividades de enseñanza y aprendizaje. En 1984 se discutió la conveniencia de emplearla en educación, en aquellos años, para usar la computadora una desventaja era que los estudiantes tenían que aprender un lenguaje de programación para beneficiarse de ella; la hoja electrónica de cálculo parecía resolver este problema (Baker & Sugden, 2003).

Las versiones modernas de la hoja electrónica de cálculo incluyen, a diferencia de las primeras versiones, transposición de renglones y columnas, regresión lineal y gráfica en dos y tres dimensiones. Baker y Sugden (2003) indican que el uso de la hoja electrónica de cálculo exige un razonamiento abstracto y promueve un aprendizaje activo, favorece la identificación de patrones, permite proponer expresiones algebraicas y la verificación de conjeturas. Recomiendan emplearla cuando se estudia un concepto matemático.

Para uno u otro recursos informáticos, se pueden tomar en cuenta las recomendaciones de Verillon y Rabardel (1995) quienes señalan que un estudiante utiliza una computadora como instrumento, cuando desarrolla habilidades para manejarla; es decir, cuando existe una relación entre la herramienta, el usuario y la actividad a realizar; lo que significa que ha desarrollado





habilidades para manipular la herramienta, realizar tareas específicas y conocer en qué tipo de tarea es apropiado su uso y cómo se puede llevar a cabo. Esta parte del cómo es condensada en forma de esquemas de utilización del instrumento.

Conocer sobre las habilidades que deben desarrollar los estudiantes para utilizar una computadora u otro recurso informático, como una herramienta de apoyo para el aprendizaje de los conceptos matemáticos, es todavía una tarea pendiente. Ya desde la década de los noventa Goldin y Kaput (1996) indicaban que los medios computacionales modificaban el tipo de razonamiento de los estudiantes.

Es en esta dirección que se realiza una investigación desarrollada en el Instituto Politécnico Nacional, que tuvo como propósito conocer sobre el razonamiento que se produce en los estudiantes al resolver problemas de matemáticas a través de la introducción de la computadora. Una de las preguntas que guiaron la investigación fue ¿Cuáles son las reorganizaciones cognitivas que efectúan los estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos identificadas mediante el uso de la hoja electrónica de cálculo? Para dar respuesta a esta pregunta de la investigación se estableció como objetivo: analizar la forma en que transitan de un análisis puntual o local del comportamiento de la función que representa el fenómeno a una explicación global, y la forma en que utilizan la hoja electrónica de cálculo para este tránsito.

## **ELEMENTOS TEÓRICOS**

Se hace referencia al término reorganización cognitiva en el sentido de Dörfler (1993) quien señala que la reorganización o reestructuración de la actividad humana, que resulta de la toma de control de una parte de la actividad del sujeto, que es realizada por la herramienta, produce un cambio en la atención y en el foco de interés, la persona cambia su atención de ejecutar un procedimiento a planearlo, darle seguimiento y revisar el resultado. El trabajo físico o mental que antes se efectuaba con papel y lápiz, ahora se lleva a cabo con una computadora o calculadora, esto representa una reorganización cognitiva.

Dörfler (1993) indica que las reorganizaciones cognitivas se identifican mediante las instrucciones que el sujeto introduce en la herramienta para que ésta realice una serie de acciones que produzcan el resultado requerido; como el delegar hacer una operación con papel y lápiz, a una computadora o calculadora.





En la presente investigación, los procesos seguidos por los estudiantes cuando resuelven un problema, están relacionados con las acciones que ejecutan con la computadora durante la resolución de problemas. En la implementación de las actividades se utilizó la hoja electrónica de cálculo; al asumir que el esquema de utilización de un instrumento toma en cuenta la relación entre la herramienta, el usuario y la actividad, para utilizar la hoja electrónica de cálculo como instrumento, es necesario contar con conocimiento matemático para la selección y aplicación de las opciones del software, que sean adecuadas a la actividad; por ejemplo, la construcción de una tabla de valores que permita a los estudiantes identificar las funciones como relaciones entre conjuntos de números.

Lo anterior nos remite al papel que juegan las representaciones cuando los estudiantes resuelven problemas de matemáticas. Por una parte Parnafes y diSessa (2004) señalan que el razonamiento de los estudiantes está estrechamente relacionado con la representación que emplean cuando resuelven un problema y que algunas representaciones resaltan aspectos de un concepto, mientras que otras los ocultan, concluyen que cuando los estudiantes utilizan varias representaciones, desarrollan una comprensión más flexible de un concepto. Ainsworth (2006) refuerza estas ideas al señalar que cuando los estudiantes utilizan una representación apropiada su desempeño mejora. Otros autores que se refieren al papel de las representaciones son Goldin y Kaput (1996), quienes señalan que una persona relaciona representaciones cuando es capaz de integrar sus estructuras cognitivas de tal forma que dada una representación externa, el individuo es capaz de predecir o identificar su contraparte (p. 416), en esta investigación las representaciones utilizadas por los estudiantes proporcionan la evidencia para identificar una reorganización cognitiva.

## **PARTICIPANTES**

El estudio se llevó a cabo en un plantel de una escuela de Ingeniería del Instituto Politécnico Nacional.

Los profesores–investigadores forman parte de la planta docente, como profesores de matemáticas en el mismo plantel en que se efectuó el estudio.

El profesor–investigador forma parte de la planta docente en el mismo plantel en que se efectuó el estudio. Participaron 25 estudiantes, cuyas edades oscilan entre 18 y 19 años, provenientes de un bachillerato tecnológico, quienes ya habían tomado cursos de Álgebra, Trigonometría, Geometría Analítica y Cálculo Diferencial e Integral.

El trabajo de los estudiantes presentó las siguientes características:

- Elaboraron reportes escritos individuales y de pareja. El trabajo efectuado con Excel fue almacenado en discos flexibles.





El trabajo del profesor-investigador presentó las siguientes características:

- Durante el trabajo individual y en pareja, intervino sólo a solicitud de los estudiantes.
- Elaboró un reporte del comportamiento general del grupo, así como de las intervenciones individuales.
- Grabó en video y en audio las sesiones.

## **MATERIALES Y PROCEDIMIENTOS**

Los estudiantes trabajaron en ocho problemas durante ocho sesiones y en dos etapas; en la primera, interactuaron en equipos de tres estudiantes, y en la segunda, se realizó una exposición plenaria. En este documento se analiza el trabajo de los estudiantes en uno de los problemas. Los materiales empleados para la recolección de datos incluyeron lápiz y papel, calculadora científica y pizarrón; las sesiones fueron grabadas con equipos de audio y video.

## **LOS PROBLEMAS**

Los problemas fueron diseñados para que los estudiantes identificaran, interpretaran y analizaran el comportamiento local y global de funciones.

El contenido matemático de los problemas corresponde al concepto variación, al respecto diferentes autores mencionan que para su estudio es importante que los estudiantes lleven a cabo dos tipos de análisis del comportamiento de las funciones, uno local y otro global (Bowers & Doerr, 2001; Nemirovsky 1992 y Hauger 1995).

## **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

El elemento que se consideró central para identificar que los estudiantes llevaron a cabo una reorganización cognitiva fue: identificar en qué momento y de qué forma transitan de un análisis puntual a uno global para analizar el comportamiento de la función que representa el problema.

El problema: considera dos planes para contratar un servicio de telefonía celular

Plan 1: Pago de \$350 mensuales por 120 minutos de tiempo aire. Después de los 120 minutos el costo por minuto adicional es de \$2.50

Plan 2: Pago de \$300 utilizando una tarjeta de prepago con un costo de \$4.00 por minuto de tiempo aire.

¿En cuánto aumenta el costo por minuto de una llamada en cada plan?





Encuentra una función que relacione el costo por el tiempo de llamada.

¿Para qué tiempo el plan 1 es más conveniente para el consumidor, que el plan2?

Retomando el trabajo de Dörfler (1993), quien considera que el delegar un trabajo físico o mental a una computadora o calculadora se puede reconocer como un tipo de reorganización cognitiva y se identifica mediante las instrucciones que el estudiante introduce en la herramienta para que ésta lleve a cabo una serie de acciones que produzcan un resultado esperado; lo realizado por estudiantes como Elisa, Luis, Juan y Lalo es un ejemplo de reorganización cognitiva. El trabajo realizado por estos estudiantes se representa en el diagrama 1.

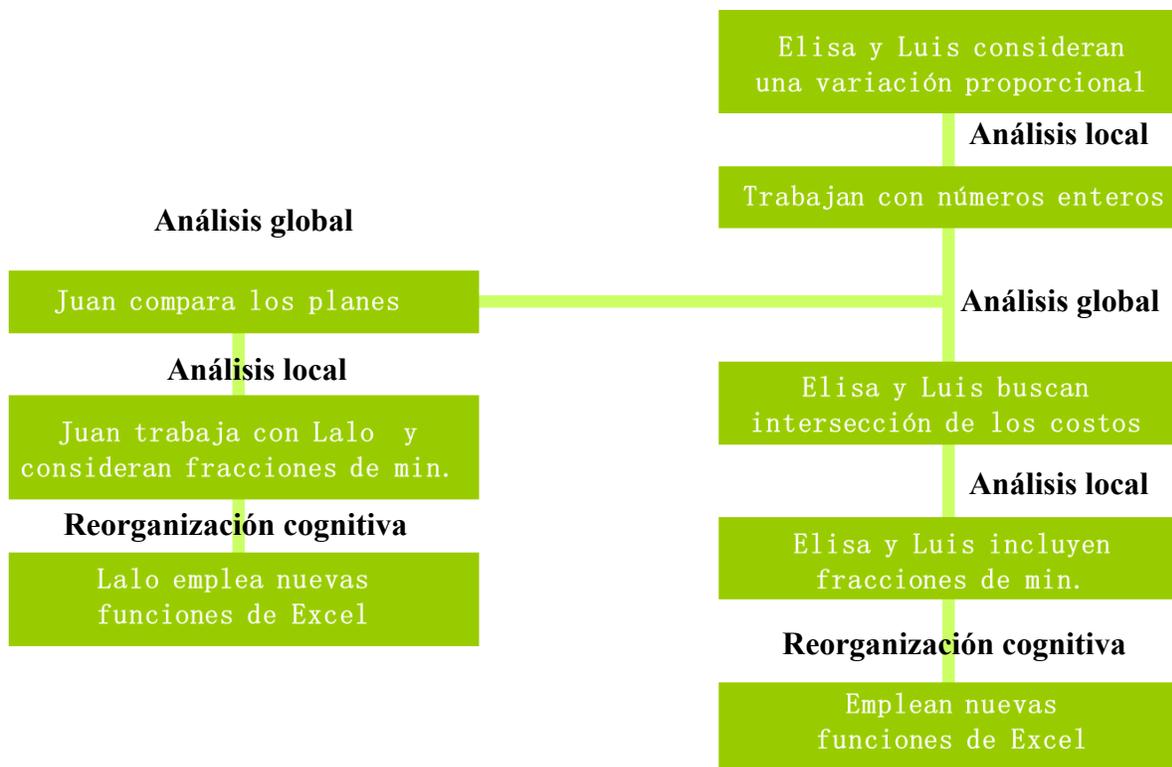


Diagrama 1. Trabajo de los estudiantes en el problema de los planes de telefonía.

Inicialmente Elisa y Luis consideraron una variación proporcional directa para calcular los costos de las llamadas en los planes 1 y 2. Los modelos matemáticos propuesto por Elisa y Luis muestran un primer nivel de comprensión del problema y un análisis local, obtuvieron un costo por minuto de \$2.91 en el plan 1, dividiendo \$350 entre 120 minutos. Para el costo de 2 minutos, multiplicó \$2.91 por 2 y así sucesivamente.

Elisa: Para el plan 1 aumenta de \$2.91 en \$2.91 hasta 120 minutos.





En un momento posterior intervino otro compañero, Juan, quién jugó un papel central para el análisis de Elisa y Luis, como se identificó en su reporte de pareja. Al parecer la intervención de Juan hizo reflexionar a Elisa y a Luis en el hecho de que en el plan 1 gaste o no gaste los 120 minutos deberían pagar \$350, y consideraron que debía existir un tiempo para el que pagarían lo mismo en los dos planes, como lo señalaron en su reporte de pareja:

Elisa: Por lo cual tratamos de buscar un punto de intersección de los dos precios.

Para buscar el punto de intersección trazaron dos gráficas (figura 1), una para cada plan; el punto de intersección es la evidencia de que cambiaron de enfoque, de un análisis local a uno global.

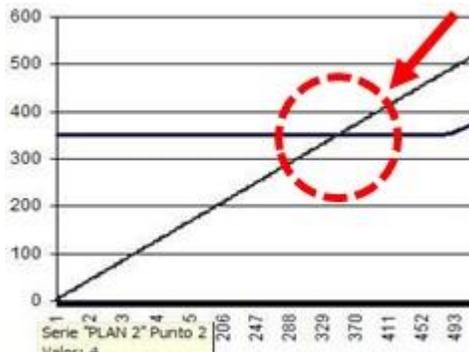


Figura 1. Elisa y Luis buscan la intersección de los dos precios en forma gráfica.

Un nuevo cambio de enfoque se identificó cuando los estudiantes refinaron la tabla de valores que construyeron para trazar las gráficas (figura 1), en la nueva tabla incluyeron fracciones de minutos (Tabla 1) y realizan un análisis local del costo en cada plan para diferentes valores del tiempo.

Tabla 1. Costos de los planes calculados por Elisa y Luis

Tiempo	Costo en el plan 1	Costo en el plan 2
120.25	352.5	484
120.5	352.5	484
120.75	352.5	484
121	352.5	484





Este de cambio de un análisis local a uno global y de nuevo a un análisis local, favoreció el que los estudiantes comprendieran la variación de la función que modela este problema. La reorganización cognitiva en los estudiantes se identifica cuando los estudiantes utilizan una función en la hoja electrónica de cálculo para modelar el problema. Los estudiantes introducen instrucciones en la herramienta para que ésta lleve a cabo una serie de acciones que produzcan el resultado esperado (figura 2).

B	C	D	E	F	G	H
120.00	350	480.00				
120.20	352.5	484.00				
120.40	352.5	484.00				

Figura 2. Elisa y Luis emplean nuevas funciones en la hoja electrónica de cálculo.

## CONCLUSIONES

En esta investigación la hoja electrónica de cálculo sirvió como una ventana para conocer sobre los procesos de pensamiento de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos referentes a situaciones cotidianas que involucran cambio o variación, en este caso el problema de los costos de dos planes de telefonía.

El esquema de utilización de los estudiantes de la hoja electrónica de cálculo está en función de la herramienta, el usuario y el problema. Las características del problema favorecieron el manejo de múltiples representaciones de la información, lo que contribuyó para que los estudiantes pasaran de un análisis local a uno global.

Para que se lleve a cabo una reorganización cognitiva en el estudiante, es necesario que el estudiante haya comprendido el fenómeno a estudiar, para la selección y aplicación de las opciones del software, que sean adecuadas a la actividad; como fue la construcción de una tabla de valores o las gráficas de los costos de cada plan.





## **BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS**

- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction* 16 (2006) 183-198.
- Arcavi, A. & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5(1), 25-45.
- Baker, J. & Sugden, S. (2003). Spreadsheets in education—the first 25 years. *Journal of Spreadsheets in Education*, 1(1), 18-43. Recuperado el 17 de octubre de 2006, de <http://www.sie.bond.edu.au>
- Bowers, J. & Doerr, H. (2001). An analysis of prospective teachers' dual roles in understanding the mathematics of change: eliciting growth with technology. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 115–137.
- Dörfler, W. (1993). Computer use and views of the mind. En C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from Computers: Mathematics education and technology*, (pp. 159-186). Berlin: Springer-Verlag.
- Goldin, G. & Kaput, J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. *Theories of Mathematical Learning*, (pp. 397-430). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hauger, G. (1995). Rate of change knowledge in high school and college students. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. San Francisco, CA. Recuperado el 18 de julio de 2006, de: [http://www.eric.ed.gov:80/ERICWebPortal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?\\_nfpb=true&\\_ERICExtSearch\\_SearchValue\\_0=ED392598&ERICExtSearch\\_SearchType\\_0=eric\\_accno&accno=ED392598](http://www.eric.ed.gov:80/ERICWebPortal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?_nfpb=true&_ERICExtSearch_SearchValue_0=ED392598&ERICExtSearch_SearchType_0=eric_accno&accno=ED392598)
- Nemirovsky, R. (1992). Students' tendency to assume resemblances between a function and its derivative. *Reports-Research/Technical* (143). Recuperado el 16 de mayo de 2006, de <http://edres.org/eric/ED351193.htm>
- Parnafes, O. y diSessa, A. (2004). Relations between patterns of reasoning and computational representations, *International Journal of Computers for the Mathematics Learning*: 9, 251-280.
- Verillon, P. & Rabardel, P. (1995). Cognition and Artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*. 10(1), 77-101.

