LOS NÚMEROS DECIMALES: UN EPISODIO DIDÁCTICO EN QUINTO GRADO DE PRIMARIA

JESÚS MANUEL MENDOZA MALDONADO
ESCUELA NORMAL RURAL DE SAN MARCOS, LORETO, ZAC
jmendo@terra.com.mx

RESUMEN

Esta ponencia trata sobre las dificultades que tienen los alumnos de quinto grado de primaria para aprender los números decimales. Existen propiedades de los números naturales que no aplican a los decimales y esto les genera conflictos. En la investigación se destacan los momentos en que los saberes personales de los alumnos les originan dudas y contradicciones al advertir la forma distinta en que operan esos *nuevos números*. Lo que se presenta es sólo un episodio didáctico de una investigación más amplia sobre el extenso recorrido conceptual que hacen los alumnos para comprender los números decimales y diferenciarlos de los números naturales. Dicho proceso se documenta a partir de entrevistas, exámenes y registros de observación.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, números decimales, educación básica.

INTRODUCCIÓN

Lo que esta ponencia aborda es un fragmento de una investigación más amplia sobre la enseñanza de los números decimales en quinto grado de la educación primaria y cuyo objetivo es indagar las características de la relación didáctica que propicia el docente para que los alumnos se apropien de los números decimales. Esta investigación se realiza bajo la dirección de la Doctora Alicia Ávila Storer. Aquí se presenta sólo una parte de la investigación, aunque se hará referencia al proceso seguido durante un ciclo escolar, que es en lo que consiste la investigación completa. Los números decimales se estudian también en cuarto y sexto, pero es en el quinto grado donde se profundiza en sus propiedades numéricas.

Objeto y Método

Durante la educación primaria resulta complejo para los alumnos asimilar la relación entre las propiedades numéricas de los números decimales y lo que ya saben sobre otras nociones matemáticas, la más evidente: las propiedades de los números naturales y sus diferencias y semejanzas al operar con los decimales. No es fácil de desentrañar cómo se va construyendo el concepto de número decimal a partir de las situaciones de aprendizaje que propone el profesor. Tampoco es claro cómo se articulan -en los conocimientos de los alumnos- los diferentes aspectos del concepto de número decimal: densidad, orden, equivalencia, lectura, escritura, representación gráfica, la operatoria. Esto implica para los alumnos un trabajo cognitivo, y para los profesores un trabajo didáctico que es preciso documentar en detalle. Se hace necesario explorar en los salones de clase lo que acontece con el tiempo de la enseñanza y cómo deviene en tiempo de aprendizaje. El aprendizaje de los números decimales conlleva la evolución de los conocimientos anteriores que los alumnos han construido, y esto demanda la reestructuración de los saberes anteriores, lo cual es fundamental en el éxito o fracaso en el aprendizaje de los números decimales (Centeno, 1997).

En diversos estudios (Mopondi, 1981; Resnick et al, 1989; ENLACE, 2011, Bolón 1996; Brousseau, 1998; Ávila, 2013) se ha encontrado que la comparación, el orden y la equivalencia al operar con números decimales, se les dificultan a los alumnos. Las causas son atribuibles a la forma incompleta (como extensión de los naturales) en que se introduce el aprendizaje de los decimales, al dominio inacabado de los números naturales y sus operaciones y a la forma como se gestiona la enseñanza. No obstante, queda por profundizar en las particularidades de estas confusiones y conocimientos incompletos que acompañan el aprendizaje de los números decimales. Esta ponencia trata una parte de este trayecto cognitivo y didáctico.

Un *episodio didáctico* es el momento en que el alumno se enfrenta a un saber que desconoce y que el profesor le demanda aprender (ignorancia institucional), esta exigencia de aprendizaje el alumno la supera a partir de sus saberes personales. Se trata, entonces, de identificar en una situación de aprendizaje los episodios didácticos y sus efectos (Mercier, 1995) ¿Cómo adquiere sentido, desde sus saberes personales, un saber que desconocen los alumnos?

Se trata de olvidar los *"primeros reflejos y aprender lo contrario de aquello que nos ha permitido resolver numerosos problemas prácticos."* (Centeno, 1997:13), esto es necesario porque los números decimales son unos números *nuevos.*

El orden, la equivalencia y la representación gráfica de los números decimales se superponen en una compleja amalgama que explica las dificultades que tienen los alumnos al construir la noción de números decimales.

La metodología de la investigación consiste en la observación de clases, exámenes y entrevistas a los alumnos -previas y posteriores a la clase- sobre las nociones que van aprendiendo sobre los números decimales. Se observó a un grupo de quinto grado compuesto por 22 alumnos, 8 niñas y 14 niños.

UN EPISODIO DIDÁCTICO: ORDEN, RELACIONES DE EQUIVALENCIA Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Este episodio didáctico muestra que en un inicio los alumnos tienen la idea que los décimos son más pequeños que los centésimos y que el número con más cifras es el que tiene más valor ("*el número más grande*"), pero después de la clase y la explicación que les presenta el docente transitarán a una idea opuesta: el número que tiene más cifras "*es más pequeño, porque es el que está más dividido*".

(Luego de hacer intentos por leer y por ubicar la separación de los números escritos en el pizarrón)

M: (...) Leemos por última vez el número. (2,348,910.11121)

T: Dos millones trescientos cuarenta y ocho mil novecientos diez pesos, once mil ciento veintiún centavos.

M: Centavos y todavía le podíamos agregar el tres, y el cinco, y el ocho, o sea son pedacitos de centavo ¿qué es más los pesos o los centavos?

A: Los pesos.

M: ¿Ustedes qué preferirían que les dieran? ¿Centavos o pesos?

A: Pesos.

A: Centavos.

M: ¿Tú (dirigiéndose a un alumno) preferirías los centavos?

A: Sí, que me den más centavos que pesos, o sea...

M: Se está refiriendo a centavos, centavos como veintes, como dieces...

A: Que me den 100 centavos y que (refiriéndose a sus compañeros de al lado) les den 5 pesos, a mí me dan más centavos que a ellos.

M: ¡Ah! fíjense bien lo que está planteando su compañero, dice que él prefiere que le den 100 centavos y que a su compañero le den 5 pesos porque él va a tener más (...)

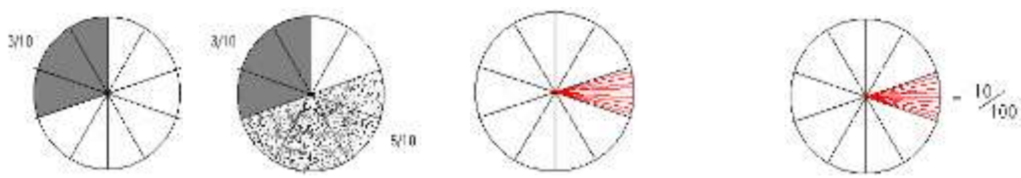
Este comentario, al parecer aislado, durante la clase tendrá otros momentos para confirmarse. La idea de que el valor de un número decimal está determinado por la cantidad de cifras después del punto se presentó desde el inicio del ciclo escolar. De acuerdo a un examen que se aplicó, el 72% de los alumnos del grupo donde se desarrolló la investigación tenía al inicio esta concepción. Pero en esta clase, "algo" sucede que los hace cambiar su idea anterior por una opuesta; y esta concepción los acompañará durante muchas clases más sobre el tema de los decimales. Veamos otros momentos en que tal idea se modifica. La clase continuó con la representación gráfica de las fracciones decimales.

(*La maestra les pidió dibujar dos círculos para acompañar lo que ella realiza en el pizarrón*)

M: (...) A ver iluminen ustedes ahí 3/10, de su pastel que hicieron póngale sombrita así con su lápiz a 3/10

A: ¿A 3 maestra?

M: Si 3/10 estamos agarrando, 3/10. Ahora en ese mismo pastel, ¿ya le pusieron? póngale la cantidad ya sea adentro o afuera no le hace. Le ponemos cantidad, ¿Qué cantidad iluminaron? ¿Qué cantidad sombrearon? Puede ser por fuera o puede ser adentro, 3/10, 3, eso es, muy bien (*los alumnos van iluminando por partes "el pastel", iluminan 5/10, en otro círculo trabajan con un décimo para llegar a los centésimos y luego a los milésimos*)



Esta actividad permite a los alumnos advertir que un entero sólo tiene 10 décimos y que un centésimo representa una parte menor a un décimo. De manera que hasta aquí, la maestra les ha planteado dos momentos didácticos, antes de llegar a las equivalencias entre décimos, centésimos y milésimos: la lectura de números (naturales y decimales) y la representación gráfica de las fracciones decimales.

M: Bien, como ya terminaron listos acá al pizarrón, ¿listos?

A: Síí.

M: Si aquí lo dividimos en diez pedacitos, ¿a cuántas personas?, porque acuérdense que es un pastel, ¿a cuántas personas les podemos dar si dividimos todos los décimos en diez pedacitos?

A: A cien personas.

M: Dice su compañera que a cien, también acá dicen a cien.

A: A cien, a cien.

M: Si, si, si

M: ¿Por qué?

A: Porque se dividiría en cien.

M: A ver contamos.

A: Diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa y cien.

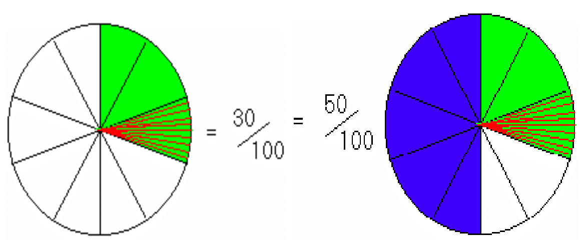
M: ¡Ah! le podemos dar a cien, porque lo... oigan y ¿qué será más, que me den un pedacito de aquí (centésimo) o que me den un décimo?

A: Un décimo.

M: ¡Ah bueno!, cuando vamos a dividir en cien pedacitos iguales ¿le vamos a llamar...? ¿Alguien sabe cómo se le llama? Porque a estos se les llama décimos, pero ahora...

A: Centésimos.

(...) ahora, sin dividirlo porque ustedes ya saben que cada uno va dividido en diez, como iluminarían ustedes 30/100, fíjense bien, listos, a ver ilumínenmelo 30/100.(...) (luego iluminan 50/100)



La representación gráfica de las fracciones decimales permite advertir las relaciones de equivalencia, más allá de que el modelo "de pastel" dificulta la partición exacta, sobre todo de los milésimos. Quizá hicieron falta contraejemplos donde se mostrara que 30 milésimo es mayor que dos centésimos, por poner un caso.

M: (...) ahora voy a agarrar una partecita de estas, ¿cuántas teníamos aquí?, ¿en los centésimos?

A: Cien.

M: Cien, a esta partecita la voy a dividir en diez pedacitos chiquitos, claro que aquí me quedaría bien amontonado porque está muy chiquito, necesitaría ser una cosa más grande, pero sí se puede dividir en diez pedacitos chiquitos. Fíjense, ¿el centésimo es más grande que el décimo?

A: Más chiquito.

M: Más chiquito, ¿y ahora si agarramos un pedacito de éstos y lo dividimos en diez, dice su compañera, lo llamaríamos, cómo?

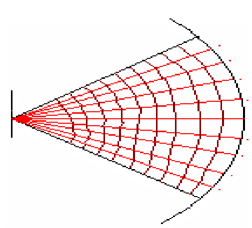
A: Milésimo.

M: Milésimo, quiere decir que ¿cuántas partes va a tener el pastel? ¿Para cuantas personas va a ser?

A: Cien.

A: Para cien mil.

M: Para cien serían centésimos, pero ahora van a ser mil.



M: Vimos entonces que (un milésimo) se va haciendo más chiquitito, decíamos si es pastel, ¿qué preferimos que nos den? ¿un milésimo o un décimo?

A: Un décimo.

M: ¿Qué va a ser más, tres milésimos o un décimo?

A: Un décimo.

M. ¡Quién va querer un milésimo! Es una partecita chiquita, (...)

La representación gráfica de las fracciones decimales y el tratamiento didáctico que hace la maestra, permite que la mayoría de los alumnos adviertan que un décimo es mayor que un centésimo y que un milésimo, pero al mismo tiempo esto los lleva a la idea que un número entre más cifras tenga a la derecha del punto será de menor valor "*porque está más dividido*", lo cual no siempre resulta cierto.

Veamos qué sucede en las entrevistas con las relaciones de equivalencia:

(Rubén. *Entrevista previa a la clase*)

M: ¿por qué un milésimo es más grande que un centésimo?

R: ¿Un milésimos más grande?

M: Sí, mira, en esta pregunta (se refiere a un examen aplicado al inicio de la clase), dice: "¿qué es más grande un centésimo o un milésimo?", le escribiste "un milésimo", ¿por qué?

R: Porque el milésimo estamos hablando de mil y el centésimo estamos hablando de cien.

M: ¿De cien?

R: Sí, entonces es más grande un milésimo.

M: En la siguiente pregunta, "¿cuántas veces es más grande un décimo que un centésimo? Tú dices que ni una, ¿por qué dices eso?

R: Un décimo estamos hablando de diez y un centésimo estamos hablando de cien, entonces es más grande un centésimo.

M: ¿Es más grande un centésimo que un décimo?

R: Ajá

M: ¿Cuántas veces es más pequeño un milésimo que un centésimo?

R: Ni una.

M: ¿Por qué?

R: Porque es más grande un milésimo que un centésimo.

Encontrar las relaciones de equivalencia se les dificulta porque en cuanto al valor y la posición entre *décimos y centésimos* existe una relación inversa a la que conocen entre *decenas y centenas*. ¿En qué momento advierten los alumnos la singularidad de los números decimales? ¿Cómo superan este obstáculo epistemológico? ¿Qué sucede con sus conocimientos anteriores?

Las entrevistas posteriores a la clase muestran los conocimientos contradictorios, las dudas y, sobre todo, la dificultad que representa para los alumnos superar la idea de que un número decimal es más grande entre más cifras tenga a la derecha del punto.

(Miguel. *Entrevista posterior a la clase*)

M: De estos dos números (6.112 – 6.89) ¿cuál crees tú que sea más grande?

A: Éste (6.89)

M: ¿Por qué piensas que este número (6.89) es más grande?

A: Por lo que ya le había dicho...

M: ¿Porque tiene menos números?

A: Ajá, sí, y creo que entre menos números tenga, mayor es -¡creo!- por la clase anterior que tuvimos el otro día, creo que entre más pequeño es este número (señala 6.89) más grande es la cantidad.

Pero más adelante Miguel entra en contradicción y duda, parece ser que cuando la diferencia entre las cifras de la derecha del punto (.487 - .1) es muy evidente, vuelve a sus concepciones anteriores.

M: ¿Y de estos dos números (9.487 – 9.1) ¿Cuál es más grande?

A: Éste (9.487)

M: ¿Por qué es éste (9.487) más grande?

A: Porque creo que ahora sí la mayor cantidad de números lo hace superior

M: ¿Y por qué en éste la mayor cantidad lo hace superior y en los otros no?

A: Porque aquí tiene un 1 (9.1) y aquí tiene 487 (9.487) y entre más números tenga la cantidad, más grande es el número... Es que no estoy seguro cuál es más grande.

M: ¿Cuál es tu duda?

A: Por lo que le acabo de decir, que entre menos sea la cantidad de aquí (9.1) más grande es el número...

M: ¿Pero en estos no? (9.1 y 9.487)

A: Ajá, en estos no.

Una de las alumnas entrevistadas es menos dubitativa, al parecer las explicaciones de la maestra le resultaron convincentes y ahora se instala en una nueva concepción, distinta a la que tenía antes de la clase.

(Flor. Entrevista posterior a la clase)

M: De estos dos números (12.9 – 12.1356) ¿Cuál es más grande?

A: Es más grande éste (12.9), porque éste (12.1356) está dividido en más partes que éste (12.9)

M: El otro día un niño me dijo que el número más grande es el que tiene más cifras ¿Tú qué piensas?

A: Pues ese niño estaba equivocado

M: ¿Por qué?

A: Porque se supone que si quiere que esté más grande, debe de estar menos dividido, por poner un ejemplo, si yo tengo 4 personas y les voy a dar esto (12.9), les tocaría más si estuviera menos dividido que esto (12.1356)

M: ¿Cómo le explicarías a un niño que le hiciera para elegir los números más grandes?

A: Pues le diría “mira, si quieres agarrar el número más grande, ¿cuál te gustaría más que te dieran, el que tuviera más cifras o el que tuviera menos” Pues que el niño me dijera que él se pondría a pensar y agarraría el de más (cifras), yo le diría: “¿Por qué?, si éste (12.1356) está más dividido”

M: ¿Y luego?...

A: Y luego que él diga que “mejor éste” (12.9), le diría que está en lo correcto, porque éste (12.9) está menos dividido que éste (12.1356), porque éste (12.9) sólo tiene 9 partes y éste (12.1356) tiene 1356.

La clase les ha despejado dudas sobre el valor de los décimos, centésimos y milésimos, pero este conocimiento, valioso en sí, los lleva a la contradicción con otro de los conocimientos que ya poseían. Estamos ante la presencia de conocimientos incompletos, en efecto, un décimo es más grande que un centésimo, pero eso no quiere decir que *siempre* el número con menos cifras represente una cantidad mayor. No importa tanto la unidad de referencia, sino cuántas partes se tomen de ellas. Por otro lado, también es incompleto el conocimiento sobre las relaciones de equivalencia, puesto que 12.4 sería menor que 12.645 si se advirtiera que 12.4 = 12.400, pero estos nuevos conflictos, estaban por venir.

CONCLUSIONES

Una situación de aprendizaje pone a los alumnos ante un saber que desconocen y participan en ella a partir de sus saberes personales. En ocasiones los alumnos no poseen algunos de los saberes que se requieren para intervenir pertinentemente en una situación de aprendizaje. El sentido de una buena situación de aprendizaje consiste en enfrentar a los alumnos a saberes nuevos, o bien, a relaciones nuevas de saberes ya estudiados.

Una sola situación no basta para instalar un concepto o una propiedad numérica de los decimales, son necesarias varias situaciones para que un concepto o una propiedad funcionen en diversos contextos y para que se establezcan las relaciones que tienen con otros conceptos o propiedades.

La complejidad progresiva en la inclusión de los números decimales en la escolaridad obligatoria nos lleva a preguntarnos ¿Cómo iniciar el estudio sistemático de los números decimales? ¿Cómo graduar el aprendizaje de sus propiedades matemáticas? ¿Cuáles serían las situaciones didácticas apropiadas? ¿Se trata de evitar las dudas y contradicciones al aprender los decimales, o bien, de incorporarlas a la gestión de la relación didáctica?

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

ÁVILA, Alicia. (2001) La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar. Tesis Doctoral, UNAM, México

__ (2013) Conocimientos en construcción sobre los números decimales : los resultados de un acercamiento conceptual. En : Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Vol. 18, IREM de Strasbourg, pp. 29-59

BOLON, Jeanne (1996). "L'enseignement des decimaux a l'école elementaire". Article de Grand No. 52, IUFM de Versailles, www.crdp.ac-grenoble.fr/imel/nx/n52_5.htm

BROUSSEAU, Guy. (1998) "Chapitre 2: Obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique." En Théorie des situations didactiques. (didactique des mathématiques 1970-1990). Ed. La pensée Sauvage, Grenoble, Francia, pp. 115-160

CENTENO, Julia. (1997) Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué? Ed. Síntesis, España, 211 p.

MERCIER, Alain (1995) "La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement". En Recherches en didactique des mathématiques. La Pensée Sauvage Éditions, Francia, pp.97-142

MOPONDI, Bendeko (1981) Le décimal mesure, le décimal opérateur au CM2. Mémoire de D.E.S. de Didactique des Mathématiques, Université de Bordeaux I, IREM de Bordeaux, 94 p.

RESNICK, Lauren B. et al. (1989) "Conceptual bases of arithmetic errors: the case of decimal fractions". En: Journal for Research in mathematics Education. Vol. 20, No.1, pp.8-27

SEP (2011). ENLACE. Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros escolares. Características generales e información de los reactivos aplicados para su uso pedagógico. Sexto grado de primaria. Secretaría de Educación Pública, México