



# EL CONOCIMIENTO DEL MAESTRO: UN NUEVO ENFOQUE EN LA INVESTIGACIÓN DE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA

**MARÍA DE LOS ÁNGELES CRUZ QUIÑONES/ OSIEL RAMÍREZ SANDOVAL**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CIUDAD JUÁREZ  
[maria.cruz@uacj.mx](mailto:maria.cruz@uacj.mx)/ [osiel.ramirez@uacj.mx](mailto:osiel.ramirez@uacj.mx)

**MARÍA DOLORES CRUZ QUIÑONES**

NEW MEXICO STATE UNIVERSITY  
[mdcruz@nmsu.edu](mailto:mdcruz@nmsu.edu)

## RESUMEN

La aproximación teórica del conocimiento del maestro fundamentada en el modelo de Shulman (1986) no solo se centra en el conocimiento del contenido matemático del maestro, sino también en los diferentes tipos de conocimiento que un maestro debe poseer para enseñar de una forma efectiva para que sus estudiantes puedan construir su conocimiento. Existen diferentes categorías del conocimiento del maestro: el conocimiento del contenido matemático, el conocimiento pedagógico, el conocimiento didáctico del contenido matemático, el conocimiento tecnológico, el conocimiento del mapa curricular, el “saber actuar”, entre otros. Este documento se centrará en especificar dos tipos de conocimiento: el conocimiento del contenido matemático del maestro y el “saber actuar” (Mason y Spence, 1999) de maestros de matemáticas. Este nuevo enfoque en la investigación educativa de las matemáticas aporta conocimiento y evidencia que pueda ayudar a reestructurar los programas de formación docente para con ello poder impactar en el proceso de enseñanza y aprendizaje en México. El conocimiento generado de este nuevo enfoque puede asistir en la reestructuración de programas de formación docente, a involucrar y motivar a estudiantes-maestros (estudiantes para ser maestros) a enfocarse y fortalecer su “saber actuar” mediante observaciones y actividades que los estudiantes-maestros llevan a cabo durante su formación así como también durante sus prácticas docentes.





**Palabras clave:** Conocimiento del maestro, conocimiento del contenido matemático, tipo cognitivo de conocimiento, el “saber actuar”, conocimiento pedagógico.

## INTRODUCCIÓN

El conocimiento del maestro es un tema fundamental para la enseñanza, aprendizaje y cultura. El proceso de enseñanza y aprendizaje es un aspecto crítico para moldear la cultura de las personas. Por lo tanto, enfocarse en componentes de este proceso como lo es el conocimiento del maestro es relevante para el campo educativo. Debido a que el conocimiento del maestro tiene un impacto en el aprendizaje de los estudiantes, investigar acerca del conocimiento del maestro es una línea de investigación digna y valiosa de estudiar. En los últimos 25 años, un creciente número de estudios enfocados a investigar el conocimiento del maestro han sido desarrollados (Shulman, 1986; Tchoshanov, 2011). Sin embargo, esta línea de investigación ha tenido una muy limitada demanda en México (Cruz Quinones, 2014).

Es relevante resaltar que el conocimiento del maestro es muy amplio e incluye diferentes tipos de conocimiento. El análisis y la clasificación de los diferentes tipos de conocimientos que un maestro debe tener para enseñar matemáticas efectivamente es relevante para los maestros, los programas de formación docente, investigadores educativos y las autoridades educativas que crean y promulgan políticas y/o reformas educativas. Las clasificaciones y conceptualizaciones del conocimiento del maestro permitirán a maestros frente a grupo o estudiantes-maestros estar conscientes del conocimiento que se necesita tener como conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas. Basándose en investigaciones enfocadas a esta línea de investigación, autoridades educativas y programas de formación docente como la maestría de matemática educativa podrán tomar decisiones acerca de cómo maestros deben estar preparados para ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas.

En el área de la educación matemática o también conocido como matemática educativa o didáctica de las matemáticas, investigadores han estudiado cierto tipos del conocimiento del maestro y sus componentes (An, Kulm, y Wu, 2004; Davis, y Simmt, 2006; Tchoshanov, 2011). Sin embargo este enfoque no se ha logrado en México. Algunas categorizaciones del conocimiento del maestro en matemáticas son: el conocimiento del contenido matemático del maestro (Tchoshanov, 2011); el conocimiento pedagógico del contenido (An et al., 2004); el conocimiento de la currícula de matemáticas (Ball, Thames, and Phelps, 2008; Shulman, 1986);





el “saber actuar” (Mason, 1998); entre otras. La compleja naturaleza del conocimiento matemático para la enseñanza de matemáticas pone a prueba a investigadores educativos a investigar y definir con precisión cada tipo del conocimiento del maestro. Además, las interacciones entre estos tipos de conocimiento del maestro son cruciales como parte del conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas. Es por ello, que investigadores han reconocido la importancia de esta línea de investigación y se han enfocado en estudiar algunas de las interacciones entre tipos de conocimiento (An et al., 2004; Koehler and Mishra, 2009).

Por lo tanto, más investigación es necesaria acerca de la naturaleza de las interacciones entre tipos de conocimiento matemático del maestro. Adicionalmente, saber qué tipos de conocimientos tienen una influencia directa en la práctica docente puede ayudar a mejorar los programas de formación docente y las prácticas de la enseñanza de matemáticas. Esta aproximación teórica proveerá argumentos a los programas de formación docente y a las autoridades educativas para tomar decisiones importantes acerca de lo que los maestros necesitan saber para enseñar matemáticas en una manera efectiva.

Considerando la falta de investigación acerca de las interacciones de los diferentes tipos de conocimiento matemático del maestro, ciertos tipos de conocimiento pueden explorados como lo son: el conocimiento del contenido matemático y el “saber actuar”. El conocimiento del contenido matemático es el primer tipo de conocimiento que es digno de estudio debido a su importancia para la enseñanza de las matemáticas. Existe una suposición de que los maestros de matemáticas que estudiaron más alto nivel de matemáticas tienen más habilidades y conocimiento pedagógico, es decir, a mayor estudio avanzado de las matemáticas mayor el conocimiento pedagógico (Sorto, Marshall, Luschei and Carnoy, 2009). Sin embargo, investigaciones acerca del conocimiento del maestro (Sorto et al., 2009) muestran que esta suposición o creencia no siempre es verdad. Y con este nuevo enfoque hacia conocimiento del maestro se puede verificar esta suposición.

Alrededor del mundo existe un interés de hacer investigación acerca de la formación docente para brindar información relevante como los tipos de conocimiento del maestro que tengan un impacto más fuerte en el aprendizaje del estudiante (Tchoshanov, 2011) a las autoridades educativas que realizan las políticas en la educación. Algunos estudios internacionales se enfocan en la formación docente del área de matemáticas en países como





Rusia, Estados Unidos, Singapore, Finlandia, etc. (TEDS-M Study, 2012). Investigaciones muestran que la mayoría de los programas de formación docente en los Estados Unidos se enfoca en el conocimiento del contenido matemático. A pesar de intentos, estos programas tienen clases que principalmente se enfocan en un solo tipo de conocimiento, el contenido matemático o el pedagógico (Davis y Simmt, 2006). Los programas americanos de formación docente usualmente hacen una separación entre conocimiento del contenido matemático y el conocimiento de educación. Las clases de matemáticas de estos programas son ofrecidas por el departamento de matemáticas y las clases de educación son ofertadas por el departamento de educación de la universidad (Davis y Simmt, 2006; Sorto et al., 2009). Por lo tanto, la mayoría de los programas de formación docente no ofrecen una preparación completa donde la pedagogía del contenido matemático sea proporcionada para que los maestros estén preparados para dar clases de matemáticas (Grossman, 2008).

En México, este problema también existe. Por ejemplo, un análisis del plan de estudio utilizado para formar maestros de matemáticas de secundaria en la escuela “Normal superior” (DGESPE, 2010) fue realizado (Cruz Quinones, 2014). Esta escuela es la principal institución encargada de la formación docente en México. Este análisis mostro que la formación docente de matemáticas a nivel secundaria tiene el mismo patrón en la estructura que los programas de formación docente en los Estados Unidos (Davis y Simmt, 2006). Es fundamental para los maestros estar preparados con el conocimiento del contenido matemático, pedagógico, y con la mezcla de los dos, es decir, conocimiento pedagógico del contenido matemático, entre otros aspectos importantes para la enseñanza de las matemáticas (Shulman, 1986; Ball et al., 2008). La formación docente necesita proveer la preparación necesaria para que los maestros sean capaces de ayudar a sus estudiantes a construir un significado de los temas matemáticos en vez de solo proveer a los maestros herramientas para presentar secuencias de instrucciones en el aula de matemáticas.

## **NUEVA APROXIMACIÓN TEÓRICA: EL CONOCIMIENTO DEL MAESTRO**

Esta aproximación teórica no solo se centra en el conocimiento del contenido matemático del maestro, sino también en los diferentes tipos de conocimiento que un maestro debe poseer para enseñar de una forma efectiva para que sus estudiantes puedan construir su conocimiento. Estos tipos de conocimiento del maestro son: el conocimiento del contenido matemático, el





conocimiento pedagógico, el conocimiento didáctico del contenido matemático, el conocimiento tecnológico, el conocimiento del mapa curricular, el “saber actuar”, entre otros. Este documento se centrará en especificar un poco más acerca de dos tipos de conocimiento: el conocimiento del contenido matemático del maestro y el “saber actuar” (Mason y Spence, 1999) de maestros de matemáticas. Esta nueva aproximación teórica se fundamenta en el modelo del conocimiento del maestro desarrollado por Shulman (1986). Shulman (1986) distinguió tres tipos o categorías del conocimiento del maestro: a) conocimiento del contenido; b) conocimiento pedagógico del contenido; y c) conocimiento de la currícula.

Él definió el conocimiento del contenido como “la cantidad de organización del conocimiento como tal en la mente del maestro” (Shulman, 1986, p.9). Esta categoría de conocimiento incluye conocimiento de hechos, conexiones, modelos, generalizaciones y de cómo el mismo conocimiento es estructurado y generado. Esta investigación se enfocará en esta categoría del conocimiento del contenido pero específicamente en el contenido matemático que los maestros necesitan adquirir para enseñar matemáticas efectivamente. Algunos investigadores se han enfocado a estudiar esta categoría en el área de matemáticas (Ball, Thames, y Phelps, 2008). Sin embargo, pocos estudios han analizado los tipos cognitivos del conocimiento del contenido matemático (Tchoshanov, Lesser, y Salazar, 2008) y su relación con el aprovechamiento académico del estudiante (Tchoshanov, 2011). Los tres diferentes tipos cognitivos del conocimiento del contenido matemático se detallarán en este documento.

El tipo cognitivo 1 se refiere al conocimiento del contenido matemático del maestro sobre hechos, datos, y procedimientos. El tipo 1 este tipo de conocimiento requiere la memorización y aplicación de reglas, datos y algoritmos básicos de matemáticas para resolver procesos rutinarios.

Por ejemplo, si un maestro es capaz de recordar la regla para la división de fracciones, o si sabe resolver una simple división de fracciones como:

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$$

Entonces podemos decir que el maestro tiene el conocimiento de procedimientos de la división de fracciones. La noción del conocimiento de procedimientos es bien conocida y presentada en trabajos de Skemp (1978), Stein, et al. (2000) y otros.





El tipo cognitivo 2 (es el conocimiento de conceptos y conexiones matemáticas. Conocimiento del tipo 2 éste es diferente del conocimiento del tipo 1 en el sentido de que este tipo se enfoca en el entendimiento conceptual de las matemáticas a través del incremento de cantidad y calidad de las conexiones entre procedimientos matemáticos e ideas.

Ejemplo: “resuelve la  $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$  siguiente división de fracciones en más de una forma (ejemplo, dibuja un diagrama o ilústrala con manipulativos o inventa una historia para este problema de división de fracciones” este problema requiere más que solo saber el procedimiento se necesita tener un conocimiento conceptual. Skemp (1987) le llamo a este tipo de conocimiento como entendimiento relacional o conocimiento conceptual. Stein, et al. (2000) nombró este tipo de problemas como problemas de procedimientos y conexiones. Davis (2008) usó el término estudio conceptual para mejorar el conocimiento conceptual del maestro.

El conocimiento tipo 3 es más teórico: esté tipo de conocimiento requiere probar conjeturas, generalizar, demostrar teoremas, etc. Por ejemplo, más de la mitad de los maestros encuestados tuvo dificultades para responder correctamente a la siguiente pregunta “la siguiente proposición es verdadera? (si  $a, b, c, y d$  son números enteros positivos):

$$\frac{ac}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd}$$

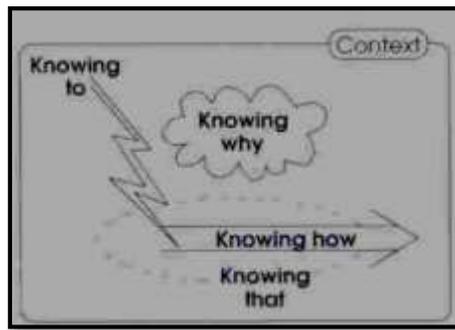
Problemas como este requieren un tipo diferente de conocimiento. A este tipo de conocimiento se le llama conocimiento de modelos y generalizaciones. Doerfler (1991) y otros investigadores exploraron este tipo de conocimiento y sus componentes así como la relación entre la generalización y los diferentes modos de representación. De acuerdo con Tchoshanov (2011) el tipo cognitivo 3 del conocimiento del contenido matemático del maestro requiere que el conocimiento y razonamiento del maestro sea capaz de generalizar enunciados matemáticos, diseñar modelos matemáticos, hacer y probar conjeturas, y probar teoremas.

El otro tipo de conocimiento en el que este documento se concentra es en el “saber actuar” del maestro. Considerando el trabajo de Mason y Spence (1999), se utilizará el término “saber actuar” como el “conocimiento activo que es presente en el momento que se requiere.”(p.135). Mason y Spence (1999) mencionan que este constructo depende de la estructura de la atención en el momento, en otras palabras, “saber actuar” depende de lo que uno está consciente. También fueron identificadas las diferentes formas del saber que son el enfoque central de la





educación institucionalizada. Estas formas del saber son: el “saber-que” (knowing-that) que se refiere al conocimiento de los hechos; el “saber-como” (knowing-how) que se refiere al conocimiento de las técnicas y procedimientos; y el “saber-porque” (knowing-why) que significa tener la capacidad de explicar los fenómenos y las acciones” (Mason y Spence, 1999, p.137). Estas tres formas del saber constituyen el “saber-acerca de” (knowing-about) como se puede observar en la siguiente figura 1.1.



**Figura 1.1: La interacción del “saber actuar” y el “saber-acerca de” (Mason y Spence, 1999, p.145)**

La naturaleza de las interacciones de estas formas del saber es compleja como se puede observar en la figura anterior (Figura 1.1). Se puede identificar que el “saber-como” es influenciado directamente por el “saber-que”, el “saber actuar” depende del “saber-como”, y el “saber-porque” incluye el “saber-que” y el “saber-como” (Mason y Spence, 1998). En otras palabras podemos decir que el “Saber actuar” (knowing-to act) es un conocimiento activo que es mandado llamar y utilizado por los maestros en el momento que es requerido. Este tipo de conocimiento depende de la situación en clase o del contexto donde se da la enseñanza de matemáticas, y también del nivel de conciencia que el maestro tiene. Por ejemplo, cuando un estudiante pregunta si la solución de un problema es correcta, esta situación es común durante el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula de matemáticas.

## CONCLUSIONES

Este nuevo enfoque en la investigación educativa de las matemáticas aporta conocimiento y evidencia que pueda ayudar a reestructurar los programas de formación docente para con ello poder impactar en el proceso de enseñanza y aprendizaje en México. Se identificó en una revisión





bibliográfica que efectivamente existen muy pocas investigaciones enfocadas a estudiar el conocimiento del contenido matemático del maestro y la relación con sus prácticas docentes. Se identificaron los trabajos de Mochon y Andrade (2009) donde se hace una comparación de instrumentos para explorar los diferentes aspectos de MKT en aritmética. Así mismo, Dueñas (2010) analizó la construcción social de los profesores de educación secundaria ante la enseñanza de las matemáticas. Castañeda, Rosas, y Molina (2011) estudiaron el discurso del salón de clases en la enseñanza de las Matemáticas. También Mochon y Hernández (2011) se enfocaron en el conocimiento matemático para la enseñanza de normalistas y su mejora a través de un especial curso final. Y por último, Inzunza y Guzmán (2011) estudiaron el dominio que muestran los profesores de secundaria acerca de los conceptos de probabilidad.

Como se puede observar hay mucho trabajo que realizar en el área de la matemática educativa en México. Estas son algunas preguntas de investigación que son propuestas por este nuevo enfoque de la investigación de la matemática educativa son:

1. ¿A qué medida se relacionan ciertos tipos de conocimiento del maestro en la enseñanza de las matemáticas?
2. ¿Qué tipos de conocimientos son mostrados en las clases de matemáticas por los maestros?
3. ¿Cómo ciertos tipos de conocimiento del maestro influyen el aprovechamiento académico del estudiante o el aprendizaje de los estudiantes?

Existen varios aspectos del conocimiento del maestro que indudablemente tiene un impacto en el aprendizaje del estudiante. Por lo cual, este nuevo enfoque contribuye al campo de la matemática educativa con el análisis de ciertos tipos o categorías del conocimiento del maestro.

El conocimiento generado de investigaciones bajo este nuevo enfoque de la investigación educativa en matemáticas puede ayudar a reestructurar programas de formación docente, a involucrar y motivar a estudiantes-maestros (estudiantes para ser maestros) a enfocarse y fortalecer su “saber actuar” mediante observaciones y actividades que los estudiantes-maestros llevan a cabo durante su formación así como también durante sus prácticas docentes.





## **BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS**

- An, S. Kulm, G., y Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China y the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 7, 145-172.
- Ball D., Thames, M., y Phelps G.(2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Castañeda, A., Rosas, A. y Molina, J.G. (2011). Mathematics teaching, 20-26. Institutionalization of knowledge in the mathematics classroom: a study on classroom discourse. In Wiest, L. R. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Reno, NV: University of Nevada, Reno.
- Cruz Quinones, M. (2014). Relationship between cognitive types of teacher content knowledge and knowing-to act: A mixed methods study of Mexican borderland middle school teachers Retrieved from <http://0-search.proquest.com.lib.utep.edu/docview/1658240888?accountid=7121>
- Davis, B.(2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School (NCTM)*, 14(2), 86–91.
- Doerfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A. Bishop, S. Mellin-Olsen, & J. van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching*. Dordrecht: Kluwer.





- Davis, B., y Simmt, E.(2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 293–319.
- Dirección General de Educación Superior para Profesionales de la Educación (2010). Licenciatura en educación secundaria, plan 1999. Retrieved on February 10, 2012 from: [http://www.dgespe.sep.gob.mx/sites/default/files/planes/les/mod\\_esc/matematicas.pdf](http://www.dgespe.sep.gob.mx/sites/default/files/planes/les/mod_esc/matematicas.pdf)
- Dueñas, A.(2009). La construcción social de los profesores de educación secundaria ante la enseñanza de las matemáticas (primer reporte de investigación). En X Congreso de Investigación Educativa. Veracruz, México: COMIE.
- Inzuna, S. & Guzman, M.(2011). Comprensión que muestran profesores de secundaria acerca de los conceptos de probabilidad: un estudio exploratorio. *Revista Educación Matemática*, 23(1), 63-95.
- Koehler, M. J. y Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.
- Mason, J. (1998). Enabling Teachers to be Real Teachers: Necessary Levels of Awareness and Structure of Attention. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(3), 243-267.
- Mason, J. y Spence, M. (1999). Beyond Mere Knowledge of Mathematics: The Importance of knowing-to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1), 135-161.
- Mochon, S. & Andrade, S. (2009). A comparison of instruments to explore different aspects of MKT for arithmetic. In Swars, S. L., Stinson, D. W., & Lemons-Smith, S. (Eds.) *Proceedings of the 31st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Atlanta, GA: Georgia State University.
- Mochon, S. & Hernandez, M. (2011). Mathematical knowledge for teaching of student teachers and its enhancement through a special final course. In Wiest, L. R. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Reno, NV: University of Nevada, Reno.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9–15.
- Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.





Stein, M., Smith, M., Henningsen, M., & Silver, E. (2000). Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development. Foreword by Deborah Ball. New York, NY: Teachers College Press.

Tchoshanov, M. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 141-164.

