



PRAXEOLOGÍAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES: LAS TÉCNICAS DE RESOLUCIÓN ENTRE LA PRAXIS Y EL LOGOS

MARICELA SOTO QUIÑONES

BENEMÉRITA ESCUELA NORMAL “MANUEL ÁVILA CAMACHO”
soquima@gmail.com

LUIS MANUEL AGUAYO RENDÓN

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
l_aguo@yahoo.com.mx

CLAUDIA DEL CARMEN PIÑA ROBLES

BENEMÉRITA ESCUELA NORMAL “MANUEL ÁVILA CAMACHO”
maestraclaudia_48@hotmail.com

RESUMEN

En este trabajo se presenta un estudio sobre las praxeologías matemáticas reconstruidas por estudiantes para profesor de educación primaria a su egreso de una escuela normal. Específicamente se analiza la praxis y el logos que se hacen visibles en las técnicas que utilizan cuando resuelven una tarea matemática asociada a la noción de razón, las categorías se analizan desde la perspectiva de la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Palabras clave: Praxeologías matemáticas, Formación de profesores, Técnicas de resolución, Tareas matemáticas.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la formación de profesores transcurre por una reforma curricular que, en lo que corresponde a la enseñanza de las matemáticas, intenta priorizar el saber matemático como su eje fundamental, de ahí que resulte necesario el análisis de trabajos que evidencien el desarrollo del conocimiento de los alumnos frente a la resolución de tareas en este campo del conocimiento.





En el presente estudio, que es parte de un proyecto de mayor envergadura, se intenta explorar ¿Cuáles técnicas de resolución utilizan los estudiantes para profesor ante una tarea que involucra al concepto de razón?. La construcción de saberes matemáticos específicos por parte de los alumnos es relevante en la medida que potencia y permite que éstos generen, seleccionen y adapten situaciones didácticas cada vez más puntuales y praxeologías del profesor más sistemáticas en sus prácticas en la escuela primaria.

En este sentido cabe mencionar que los alumnos poseen ciertas nociones sobre los saberes matemáticos que han construido a lo largo de su formación en una institución dada, pero lo interesante es analizar dichos saberes a través de su *praxis*, comprender su estructura, conocer cuáles son las técnicas que ponen en juego cuando los usan en la resolución de tareas y documentar si éstos coinciden con los planteamientos del perfil de egreso que se establecen en un currículum formal institucionalizante propio de las Escuelas Normales.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante TAD), constituye una vía idónea para explorar los saberes puestos en juego en la *praxis*, pues en la medida en que se distinguen, caractericen y evidencien las praxeologías de los alumnos se generará un campo de posibilidades para reconocer los saberes matemáticos con puntualidad.

ORGANIZACIONES PRAXEOLOGÍAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Desde la TAD las dimensiones matemáticas y didácticas se consideran parte de una unidad inseparable, esta codeterminación matemático-didáctica es el núcleo central de los estudios en didáctica y es también una codeterminación presente en el sistema de formación de profesores. El enfoque que permite la integración de dichas dimensiones es la TAD que pugna por considerar como objeto primario de investigación la actividad matemática desde una perspectiva epistemológica e institucional (Carrillo, 2013).

Este enfoque parte de la premisa de que toda actividad humana se puede modelizar mediante la noción de praxeologías y uno de los postulados básicos de esta teoría es que toda práctica (aún la más sencilla) se encuentra siempre ligada a un discurso o saber y es éste quien permite la descripción o explicación de lo qué se hace, de cómo se hace y de por qué se hace.





En el sistema de formación de profesores se hace manifiesta una gran diversidad de praxeologías matemáticas que dan cuenta de los saberes del profesor por ello y según Chevallard (1999) la TAD asume que el saber matemático constituye una respuesta a situaciones problemáticas y surge como producto de un proceso sistematizado de estudio, donde se supone que toda actividad humana se describe como un modelo único que se resume en el término de praxeología.

LA NOCIÓN DE PRAXEOLOGÍA

Como se ha mencionado, uno de los conceptos clave de la TAD es la noción de praxeología u organización praxeológica. Siguiendo a Chevallard (2005) una praxeología es, de cierta manera, la unidad básica en la que se puede analizar la acción humana en general, de ahí que sea posible analizar cualquier acto humano tomando en cuenta dos componentes interrelacionados: la *praxis*, la parte práctica y el *logos*, es decir el pensamiento o razonamiento humano.

Otro principio fundamental de la TAD es que no pueden existir acciones humanas sin ser explicadas o justificadas, la *praxis* implica el *logos* y éste implica regresar a la *praxis* en un proceso dialéctico, esta relación es imprescindible ya que no hay acción humana que no llegue a ser cuestionado, si bien una praxeología podría ser deficiente en una situación dada, puede resultar adecuada para otro contexto. La noción de organización praxeológica surge como respuesta a un conjunto de cuestiones pero también como medio para realizar dentro de una institución determinadas tareas problemáticas. En toda praxeología se distinguen dos aspectos inseparables:

El nivel de la práctica o «*praxis*» (saber-hacer), conjunto de tareas materializadas en diferentes tipos de problemas (T) y de un conjunto de técnicas (τ) o «maneras de hacer», más o menos sistemáticas y compartidas en la institución, que son útiles para llevar a cabo las tareas citadas. Las técnicas matemáticas sólo excepcionalmente tienen un carácter algorítmico.

El discurso razonado sobre la práctica o «*logos*» (saber), en un primer nivel se sitúa el discurso (tecnológico θ) que describe, explica y justifica la técnica y en un segundo nivel, la fundamentación de la tecnología, lo que llamamos teoría (Θ) y que respecto de la tecnología asume el mismo papel descriptivo y justificativo que el de la tecnología respecto de la técnica. (Serrano, 2013, 18)





Se puede afirmar que si en una institución determinada existe un cierto tipo de tareas es porque en esa institución hay una técnica que permite no sólo realizar dicha tarea sino generar otras similares.

Según Chevallard (1999) no hay técnica que pueda persistir en una institución si no aparece un discurso que la hace comprensible, que la justifica, por ello su existencia requiere de un discurso interpretativo que desde la TAD se define como tecnología, discurso que además de justificar la técnica y hacerla inteligible aporta elementos para desarrollarla y para posibilitar la generación de nuevas técnicas. En esta función, la tecnología incluye proposiciones que describen el alcance de la técnica, la relación con otras técnicas y sus generalizaciones y posibles limitaciones. Esta tecnología también requiere de una justificación institucional, es aquí donde la teoría se presenta como un discurso que la explica, constituyendo así el último nivel de justificación de la actividad.

Los componentes de una praxeología se encuentran fuertemente vinculados aunque también manifiestan una dualidad relativa (Serrano, 2013).

En primer lugar, son relativos a una institución de referencia. Esto significa que lo que es considerado como un tipo de tarea (técnica, tecnología o teoría) en una institución no tiene por qué serlo en otra. De hecho, en una institución dada, solo se consideran como tipos de tareas (T) aquellos para los cuales se dispone de alguna técnica (τ) con un discurso tecnológico (θ) mínimo más o menos explícito (aunque sea del tipo «lo hacemos así porque siempre se ha hecho así»).

Por simetría, se podría decir que las técnicas siempre dan respuesta a alguno de los tipos de tareas que se pueden plantear en una institución, aunque a veces puedan existir maneras de hacer que respondan a cuestiones que ya no se plantean.

En segundo lugar, los tipos de tareas, técnicas, tecnología y teoría, son nociones relativas a la función que cumple cada una en una actividad determinada. Esta es una de las propiedades de la noción de praxeología: el hecho de permitir distinguir las diferentes funciones que pueden tomar los objetos en las instituciones sociales y en las actividades institucionales, porque por lo general, las praxeologías no son construcciones individuales, la TAD asume que el carácter institucional o colectivo de las praxeologías determina su razón ya que las instituciones son el





dispositivo social donde viven ciertas formas de hacer y de pensar y son también el lugar donde los sujetos se insertan para identificar el espacio apropiado para el desarrollo de sus actividades.

PRAXEOLOGÍAS MATEMÁTICAS Y FORMACIÓN

En el sentido de las ideas anteriores, puede decirse que desde la institución formadora donde se inscribe un curriculum particular se promueve que los estudiantes para profesor utilicen praxeologías derivadas de estructuras teóricas, principios y categorías de la matemática. En el caso de la razón, ésta se aborda de manera conjunta con el estudio de la proporcionalidad, de sus aplicaciones y procesos de formalización. Posteriormente, se espera que los futuros docentes formalicen los conocimientos aprendidos mediante procedimientos algebraicos que idealmente serán empleados en la resolución de problemas, con ello se busca partir de lo semántico para arribar a lo sintáctico, es decir se busca llegar a la institucionalización de reglas formales para operar con las expresiones algebraicas después de haber utilizado y analizado procedimientos no convencionales (SEP, 2011).

La formación entonces implica la necesidad de que los formados reconstruyan diversas praxeologías tanto matemáticas como didácticas, en el caso de las primeras el objetivo es lograr que reconstruyan las praxeologías propias del nivel (primaria) donde se desarrollarán profesionalmente, lo que implica la necesidad de que reconozcan y utilicen las técnicas necesarias para resolver los diferentes tipos de tareas incluidos en esas praxeologías, es decir, los formados requieren de utilizar y comprender técnicas que se utilizan para resolver tareas ligadas a la razón y la proporción, pero además requieren de utilizar y comprender técnicas más sofisticadas que las que usarían sus eventuales alumnos, unas que les permitan la transición de un modelo aritmético hacia un modelo algebraico en este tipo de tareas. Es en el análisis de esa transición de las técnicas donde se focaliza el presente trabajo.

LAS ACCIONES PLANEADAS

El estudio se llevó a cabo con ocho estudiantes de la Licenciatura en Educación Primaria de la Escuela Normal “Manuel Ávila Camacho” en Zacatecas, México, que estudian el último semestre (octavo) de la carrera y que habían cursado ya cuatro asignaturas relacionadas con la enseñanza de las matemáticas: Aritmética y su enseñanza, Álgebra y su enseñanza, Geometría y su





enseñanza y Procesamiento de Información Estadística. Durante el desarrollo de estas asignaturas los alumnos se enfrentaron, entre otras, a diferentes tareas matemáticas con el objetivo de que sus técnicas pasaran de lo aritmético a lo algebraico.

Se les pidió que resolvieran una tarea basada en la noción de razón, porque se consideró que en la malla curricular de las Escuelas Normales dicho concepto constituye la articulación entre la aritmética y el álgebra. La tarea implicaba la resolución de la siguiente situación:

Durante el último cuatrimestre del 2014 el costo de un barril de petróleo Olmeca era de \$995 y el de un barril de petróleo Maya era de \$865. En un cargamento hay 200 barriles con los dos tipos de petróleo, si por cada 3 barriles de petróleo Maya hay un barril de petróleo Olmeca, ¿cuántos barriles de petróleo Maya hay en el cargamento?

Cabe señalar que esta situación es parte de un recorrido de estudio más amplio en el que se plantearon tareas ligadas a praxeologías matemáticas (proporcionalidad) y didácticas, sin embargo para efectos de este trabajo se considera sólo esta tarea matemática ligada a la razón. Como puede apreciarse en la tarea, por tres barriles de petróleo Maya hay un barril de petróleo Olmeca, la comparación de estas dos cantidades es la razón 3 a 1 que también puede representarse como $3/1$ y se puede leer como “tres es a uno”, al comprender que ésta es la razón constante se pueden generar técnicas para encontrar los valores desconocidos de una relación proporcional. Precisamente a analizar las técnicas que utilizan los estudiantes se focaliza este trabajo.

LAS TÉCNICAS DESPLEGADAS

Los resultados muestran que aunque la institución mediante el curriculum planteado señale como idónea la utilización de técnicas de carácter más generalizable ligadas al álgebra, en su mayoría los estudiantes utilizan técnicas que se justifican por un un *logos* aritmético. Seis estudiantes resuelven correctamente la tarea utilizando técnicas aritméticas; solamente uno intenta emplear una técnica de naturaleza algebraica aunque no logra establecer la relación con el modelo y termina por usar técnicas aritméticas y; un estudiante más reconoce la relación entre la tarea y la noción de razón pero no logra desplegar técnica alguna que lo lleve a la resolución (Tabla 1). A continuación analizamos las técnicas utilizadas.

a) Primera técnica. Aproximación multiplicativa y razón constante.





En este caso, el estudiante de inicio subraya el precio de cada tipo de petróleo, acción poco eficaz porque estos datos constituyen sólo una información adicional, luego identifica que la razón constante es 3 y comienza a realizar aproximaciones como $80 \times 3 = 240$; $70 \times 3 = 210$; $68 \times 3 = 204$; $67 \times 3 = 201$ y a $66 \times 3 = 198$, cuando observa que no hay posibilidades de obtener como producto a 200 abandona la tarea. Como se ha mencionado, él identifica la razón pero no hace lo mismo con las magnitudes (cantidad de barriles de cada petróleo) que se están comparando mediante esa razón.

b) La técnica basada en el valor unitario

Esta técnica fue utilizada por cuatro estudiantes, primero establecen la cantidad total de barriles (4) en la proporción con valor unitario para petróleo Olmeca, luego consideran la relación proporcional entre petróleo Olmeca y carga total, por efectos de tal proporción dividen 200 entre 4 y obtienen el número de barriles (50) de Olmeca en la carga total. Una vez obtenido ese valor y teniendo en cuenta que la razón es $3/1$ multiplican 50×3 y obtienen la cantidad de barriles de petróleo Maya en la carga.

c) La razón fraccionaria

Una técnica similar a la anterior en el sentido de establecer inicialmente el número de barriles en la proporción con valor unitario para Olmeca es utilizada por un estudiante, en ésta, una vez que se ha identificado la cantidad de barriles (4), la utiliza como denominador de las fracciones $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$ que no son otra cosa que las “partes” de petróleo que componen la proporción en una carga de cuatro barriles. Luego convierte $\frac{3}{4}$ en 0.75 de 200, los multiplica y obtiene 150 barriles de petróleo Maya, posteriormente deduce los 50 barriles de petróleo Olmeca.

d) La técnica tabular

Sólo un estudiante utilizó esta técnica que resultó muy efectiva porque de inmediato le permitió visualizar la progresión determinada por la aplicación de la razón constante. Primero estableció en una tabla la relación entre un barril de petróleo Olmeca más 3 barriles de petróleo Maya es igual a 4 barriles. Una vez establecida esa relación fue considerando ciertos atajos que le permitieran llegar lo más rápido posible al total (200), por ejemplo inició con las relaciones 1-3; 2-6; 3-9; 4-12 pero de ahí se pasó a la relación 10-30; 20-60; 30-90 y 50-150. A pesar de lo efectivo





de su técnica, debe resaltarse que en un inicio este alumno intentó utilizar una técnica algebraica que abandonó rápidamente.

e) Modelo algebraico

Por último, un estudiante utilizó una técnica algebraica, plantea el modelo $(1a + 3b)x=200$, si bien la suma interna entre a y $3b$ indica el total de los barriles de petróleo la inserción de x expresa el manejo de un factor común, luego la desarrolla como $ax+3bx = 200$ y la abandona, finalmente opta por simplificar la expresión en términos de razón $\frac{1}{4}$ de Olmeca más $\frac{3}{4}$ de Maya igual a 200 barriles, esta última técnica lo lleva al resultado correcto.

De los resultados se deduce que los estudiantes que resuelven la tarea cuentan con pocas técnicas eficientes para resolverla, esto puede derivarse de que los estudiantes reciben una profesionalización docente diversificada en lo conceptual y asociada a su perfil profesional, lo que no resulta exclusivo de un saber matemático

CONCLUSIONES

Los procesos de formación de profesores constituyen un objeto de estudio que es necesario explorar con más profundidad y no sólo en las actividades en las aulas, sino también en las praxeologías que el alumno pone en juego cuando resuelve tareas matemáticas. Respecto al análisis de las técnicas que los alumnos pusieron en juego durante la resolución de la tarea, se encontró que son más los alumnos que la resolvieron correctamente, sin embargo hay un buen número de ellos que al parecer no comprenden la tarea, hay evidencias de caminos pero estos no muestran seguimiento, además los alumnos que no acertaron, en esta etapa usan mejores técnicas respecto a la evidencia de procedimientos, (por ejemplo en el uso de la regla de tres), lo que plantea un dato interesante: al no tener claridad del *logos* matemático hay una elección aleatoria sobre el procedimiento, lo que se traduce en una elección poco eficiente.

La institución concretada en un curriculum oficial ha pugnado por el desarrollo de un *logos matemático* más especializado, sin embargo la *praxis* mostrada por los estudiantes es indicativa en su mayoría de un dominio por la técnica aritmética misma que es justificada desde una





tecnología implícita que se hace presente cuando algunos estudiantes inician la resolución de la tarea con un modelo algebraico pero lo abandonan por la falta de precisión en su funcionalidad.

De lo anterior se deduce que las organizaciones praxeológicas de los estudiantes se circunscriben de manera particular a las técnicas que utilizarán como enseñantes en la escuela primaria y que la institución formadora deberá precisar la formalización y dominio de técnicas generalizantes que puedan ser explicadas desde un discurso tecnológico y teórico con una visión prospectiva de aquellas praxeologías que lleven a la transición de un modelo aritmético a un modelo algebraico.

TABLAS Y FIGURAS

TÉCNICA	ACERTÓ	NO ACERTÓ
Aproximación multiplicativa y razón constante	0%	12.5%
Valor unitario	50%	0%
Razón fraccionaria	12.5%	0%
Técnica tabular	12.5%	0%
Modelo algebraico	0%	12.5%
Total	75%	25%

Tabla 1. Técnicas de resolución de la Tarea Matemática.





BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- Carrillo, F. I. (2013). Un estudio de la organizaciones matemáticas del objeto función cuadrática en la enseñanza superior. Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), pp. 221-266.
- Chevallard, Y. (2005). Steps towards a new epistemology in mathematics education. IV Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4). Sant Feliu de Guíxols (Spain).
- Serrano L. (2013). La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica. Tesis Doctoral. IQS School of Management. Barcelona.
- SEP. (2011). Documento base para la consulta nacional de la Reforma Curricular de la Educación Normal: Licenciatura en educación primaria, Licenciatura en educación preescolar y Licenciatura en educación preescolar intercultural bilingüe. México. D.F.

