



RAZONAMIENTO PROPORCIONAL CON ESTUDIANTES DE 5° GRADO DE PRIMARIA: UN PROGRAMA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA ENTORNOS TECNOLÓGICOS DE APRENDIZAJE

CRISTIANNE MARÍA BUTTO ZARZAR¹
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
cristianne_butto@hotmail.com
DEYSI CALDERÓN ARAUJO²
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
xim_dan03@hotmail.com

Resumen

Se reportan resultados de un proyecto de investigación sobre el razonamiento proporcional y entornos tecnológicos de aprendizaje. El estudio se realizó con niños de 5° de primaria, con edades entre 10-11 años de edad. Etapas del estudio: 1ª etapa: aplicación del cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional y entrevista clínica individual; 2ª etapa: aplicación de una intervención didáctica con Win-Logo y lápiz y papel y eXpresser; 3ª etapa: aplicación del cuestionario final sobre razonamiento proporcional. El marco teórico se fundamenta en los campos conceptuales de Vergnaud (1991). Los resultados revelan que los niños usan estrategias aditivas y paulatinamente transitan hacia estrategias multiplicativas.

Palabras clave: *razonamiento proporcional, entornos tecnológicos de aprendizaje, educación básica*

¹ Profesora de tiempo completo titular, Universidad Pedagógica Nacional Ajusco.

² Estudiante de la licenciatura en psicología educativa, UPN-Ajusco.





Introducción

El tema de razón y proporción ha sido uno de los temas más investigados en el campo de la educación matemática y existe una literatura muy extensa. La enseñanza del razonamiento proporcional en la escuela primaria enfatiza con frecuencia su carácter numérico y deja de lado el carácter geométrico. Esto trae como consecuencia una fragmentación del tema, que hace que los estudiantes adquieran habilidades principalmente en un contexto numérico, pero sin alcanzar un conocimiento integral.

En la instrucción escolar el concepto de proporcionalidad se reduce a un conjunto de algoritmos tales como proporción simple, versus compuestas. English y Halford (1995 citados en Butto 2005), argumentan que una característica esencial del razonamiento proporcional incluye relaciones de 2º orden, es decir, relaciones entre dos cantidades directamente inversas, esto define que la fase temprana del razonamiento proporcional en los alumnos, incluye un razonamiento aditivo, y están de acuerdo con Piaget que dice el razonamiento proporcional se da en las operaciones formales y es característica de la adolescencia, pero en la segunda etapa de su trabajo Piaget argumenta que puede aparecer a más temprana edad.

Por otro lado, Fiol y Fourtany (1990 citados en Butto 2012) señalan que la proporcionalidad es un concepto que se debe aprender y que es de gran relevancia en los últimos grados de la escuela primaria, pues ese contenido es utilizado en la mayoría de los contextos de la vida cotidiana. Para Raspetti (2003 citado en Alvarado 2009) afirma que este concepto no es sencillo de aprender, pues se requiere del alumno una serie de conexiones cognitivas de diferente complejidad numérica que en ocasiones se convierte en un obstáculo para avanzar y aprender contenidos escolares.

Piaget (1971) explica que el razonamiento proporcional aparece cuando el niño se aproxima a la adolescencia señala en las operaciones formales y las características son diferentes al razonamiento concreto. Para Piaget la noción de proporción empieza siempre de una forma cualitativa y lógica, antes de estructurarse cuantitativamente.

Piaget (1978), menciona que el sujeto puede construir el esquema de proporcionalidad cualitativa, cuando comprende que un incremento en una variable independiente da el mismo resultado que en decremento en la variable dependiente, es decir, cuando comprende que requiere de un elemento de compensación.





Butto (2005), señala que la postura de Piaget es cuestionada por diversos autores, pues Piaget decía que el razonamiento proporcional era característico en el estadio de las operaciones formales; aunque en estudios posteriores, el mismo Piaget reconoce que esa habilidad puede aparecer antes de las operaciones formales. Autores como Bryant y Spinillo (1990 y Spinillo y Bryant 1989 y Spinillo 1992, citados en Butto 2005), mencionan que el razonamiento proporcional puede darse en edades más tempranas que las mencionadas por Piaget, prueba de esto es el estudio realizado con niños de 4 a 6 años de edad, pues estos niños comprenden sin haber tenido ningún acercamiento numérico, el concepto de mitad y comparación de dos razones. En otros estudios iguales a estos son los de Lunzer y Pumfrey (citados en Butto 2005), donde observaron que los estudiantes preferían resolver los problemas de manera aditiva, las distintas razones que ellos utilizaron fueron 1:1, 2:1, 3:1. Otro estudio parecido al de Piaget fue el de Lunzer (1973 citado en Hart 1988) el objetivo principal de este autor fue el de observar que tal se desempeñaban los estudiantes en actividades de razonamiento proporcional y las estrategias que usaban, las actividades de esta investigación eran de proporcionalidad y usaban relaciones con sus inversos como: $a/b = c/d$, $ad = bc$, $a/c = b/d$.

Por ejemplo, Lesh y Cramer (1988, citados en Alvarado 2009), mencionan que los alumnos utilizan la multiplicación en varias tareas, esto es indicador de razonamiento proporcional. Vergnaud (1991), hace referencia a la teoría de los campos conceptuales y a los problemas de estructura multiplicativa, English y Halford (1995 citados en Butto 2005), menciona que se debe comprender que cuando se aborda el razonamiento proporcional se hace referencia a las relaciones entre dos cantidades.

Antecedentes: Micromundo Logo

Entornos tecnológicos de aprendizaje: Micromundo Logo. En este estudio se utilizaron entornos de aprendizaje tecnológicos: Logo. Considerando la experiencia reportada por Hoyles y Sutherland (1989), se considera el lenguaje Logo como idóneo para el razonamiento proporcional, Varios estudios han investigado el potencial del Logo para el aprendizaje de las matemáticas. (Ejemplo; Hoyles y Sutherland, 1987, 1989; Ursini, 1993). Butto, (2005), investigó su potencial para facilitar la comprensión, específicamente, sobre el razonamiento proporcional y los procesos de generalización. Shoenfeld (1985), citado en Hoyles y Sutherland (1989), destaca el papel de la meta-cognición: cuando los alumnos





son llevados a pensar sobre sus propias acciones y pensamientos, asumen también el control de sus actividades, son capaces de tomar decisiones por sí mismos, cambian sus estrategias y la manera como organizan y resuelven los problemas e influyen así, también, el conocimiento. De acuerdo con Noss (1986), el pensamiento matemático es algo que siempre tiene sentido en nuestra cultura y Logo es un ambiente donde las heurísticas y las ideas matemáticas son recreadas. De acuerdo con Clements (1986), Pea y Kurland (1985) citados en Hoyles y Sutherland (1989), programar en Logo aumenta el desempeño de la cognición específica; por ejemplo, la flexibilidad y el pensamiento divergente, así como también, el desarrollo de habilidades meta-cognitivas y medidas de creatividad. En este sentido, el uso del Logo crea un puente entre las acciones de los estudiantes y su entendimiento de las relaciones generales matemáticas que requieren para escribir el programa.

eXpresser

Expresser es un software de uso libre de Intelligent support for mathematical generalization (IMGGEN). Los líderes de este proyecto son Richard Noss y Alex Poulouvassilis y los miembros del staff del proyecto Celia Hoyles, George Magoulas, NiallWinters y Ken Kahn. Este software es un auxiliar en la construcción de los procesos de generalización. Los autores (Noss, Healy y Hoyles, 1997) plantean que es importante introducir distintos enfoques que permitan a los estudiantes construir sus propios modelos matemáticos. (Geraniou y otros, 2009). Este enfoque de modelación puede ser utilizado para trabajar el razonamiento proporcional como una vía hacia la generalidad.

OBJETIVO

- Identificar las principales dificultades con el razonamiento proporcional
- Identificar las estrategias que emplean los estudiantes para resolver problemas de proporcionalidad.
- Verificar la viabilidad de un modelo de intervención didáctica

MARCO TEÓRICO

El marco teórico está fundamentado en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1991)





Este autor considera que el conocimiento está organizado en campos conceptuales. El autor comenta que para que un sujeto domine a la perfección un campo conceptual requiere de un largo proceso, que conlleva la experiencia, la madurez cognitiva y el aprendizaje.

La teoría de los campos conceptuales estudia las relaciones y rupturas entre los conocimientos desde el punto de vista conceptual; ofrece un marco para la comprensión del aprendizaje que da cuenta de los procesos de conceptualización que se siguen en la construcción de los problemas matemáticos.

METODOLOGÍA

La metodología utilizada en esta investigación es de tipo observacional, explicativo y descriptivo. En este tipo de estudio solo se limita a medir las variables, el corte del estudio es de tipo cualitativo en un contexto real por lo que el acercamiento entre el alumno y la investigadora.

Participantes del estudio

Se trabajó con siete sujetos de 5° grado de entre 10 y 11 años de edad que cursan la educación primaria de una escuela de la Delegación la Magdalena Contreras del DF.

Etapas del estudio:

El estudio se realizó en tres etapas: 1ª etapa, Aplicación del cuestionario inicial de razonamiento proporcional, 2ª Etapa, Diseño de un modelo de intervención didáctica en dos ambientes; lápiz y papel y Micromundo Logo, 3ª etapa; aplicación de un cuestionario final de razonamiento proporcional.

Descripción de la primera etapa del estudio: **aplicación del cuestionario inicial de razonamiento proporcional seguido de entrevista clínica individual.**

Tabla 1. Descripción del cuestionario de razonamiento proporcional

Nº	Idea matemática	Inciso	Solicitud de la pregunta
----	-----------------	--------	--------------------------





1	Percepción intuitiva	a) Reconocer una figura que pueda ser la fotografía del modelo		Se les pide observar un dibujo y marcar la que sea una fotografía del modelo anterior.
		b) Argumento de similitud		
		c) Argumento de diferencia		
2	Proporcionalidad geométrica	(a)	Series de rectángulos	Se les solicita observar la serie de figuras con medidas proporcionales y escribir las medida faltante.
		(b)		
		(c)		
		(d)		
3	Escala 1 a 3	Dibujo		Se les pide dibujar una casita al triple a partir de un modelo dado
4	Proporcionalidad aritmética	(a) 8 personas		Se les solicita encontrar la proporción entre los litros de agua y el número de personas para realizar una receta de cocina.
		(b) 4 personas		
		(c) 32 personas		
		(d) Tabla de datos		
4	Proporcionalidad geométrica	(e) Gráfica de dos ejes		Se les pide registrar los datos obtenidos en una gráfica.
	Proporcionalidad algebraica	(f) Proporción		Se les solicita escribir la proporción y calcular la cantidad de agua para un número "x" de personas
		(g) "x" cantidad de personas		
5	Proporcionalidad aritmética	a) Argumento		Se les pide reconocer la proporción entre litros de agua y cantidad de





			limones para reconocer cuál limonada sabe más a limón.
6	Proporcionalidad geométrica	a) Dibujo	Se les solicita dibujar un carrito en proporción 1 a 3 siguiendo el modelo.
		b) Argumento	
		c) Crecimiento	
	Proporcionalidad algebraica	d) "x" de medida	Se les pide expresar una regla a partir de una medida "x" de la casa.
7	Proporcionalidad geométrica	a) Parejas de rectángulos	Se les pide unir las parejas de rectángulos que sean proporcionales.
		b) Argumento	
		c) Tabla de medidas	
		d) Argumento de proporcionalidad	

Entrevista clínica individual

De acuerdo a Delval (2011), la entrevista clínica es un método para investigar cómo piensan, perciben, actúan y sienten los niños. Se trata de descubrir aquello que no resulta evidente de lo que los sujetos hacen o dicen. La entrevista tuvo como objetivo indagar sobre las ideas que construyen los estudiantes respecto al razonamiento proporcional.

Descripción de la segunda etapa del estudio: programa de intervención didáctica en ambientes tecnológicos de aprendizaje Micromundo Logoy Lápiz y papel.

En la segunda etapa se aplicó un programa de intervención didáctica para el razonamiento proporcional al mismo grupo de quinto grado, el programa de intervención didáctica tenía varias sesiones. Este programa de intervención didáctica tuvo como finalidad proponer un conjunto actividades para trabajar el razonamiento proporcional.

La intervención didáctica se hizo en tres momentos:





1.- **Familiarización con el ambiente Logo y lápiz y papel:** El objetivo era que el alumno aprenda a utilizar el programa; aprender cada uno de los comandos y como deben ejecutarse para llegar al resultado esperado.

2.- **Actividades con el ambiente Logo y lápiz y papel:** El objetivo de estas actividades era trabajar los contenidos matemáticos sobre razonamiento proporcional en Logo.

3.- **Actividades de cierre:** El objetivo de estas actividades era para sistematizar los contenidos matemáticos trabajados con los estudiantes.

Tercera etapa del estudio: Aplicación del cuestionario inicial de razonamiento proporcional.

Análisis de los datos

Primera etapa del estudio: cuestionario inicial seguido de entrevista clínica individual.

El análisis de los datos se hizo a partir de la elaboración de niveles de logro y categorías de conceptualización matemática. Es importante aclarar que los niveles de logro surgen de las respuestas de los estudiantes al cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional y estos son vistos como parte del desarrollo del pensamiento de los niños. Estos niveles de logro no son estáticos ni fijos y cambian a medida que los niños avanzan en la instrucción escolar.

Segunda etapa del estudio: Programa de intervención didáctica

El análisis de los datos se hizo por medio de la elaboración de categorías de análisis para el trabajo en ambiente Winlogo y lápiz y papel, y eXpresser, el análisis clínico de las entrevistas individuales.

Tercera etapa del estudio: cuestionario final

El análisis de los datos se hizo a partir de la elaboración de niveles de logro y los niveles de conceptualización matemática.





Resultados

A continuación se reportan resultados de la primera y segunda etapa del estudio correspondiente a la aplicación del cuestionario inicial seguido de la entrevista clínica individual y del programa de intervención didáctica.

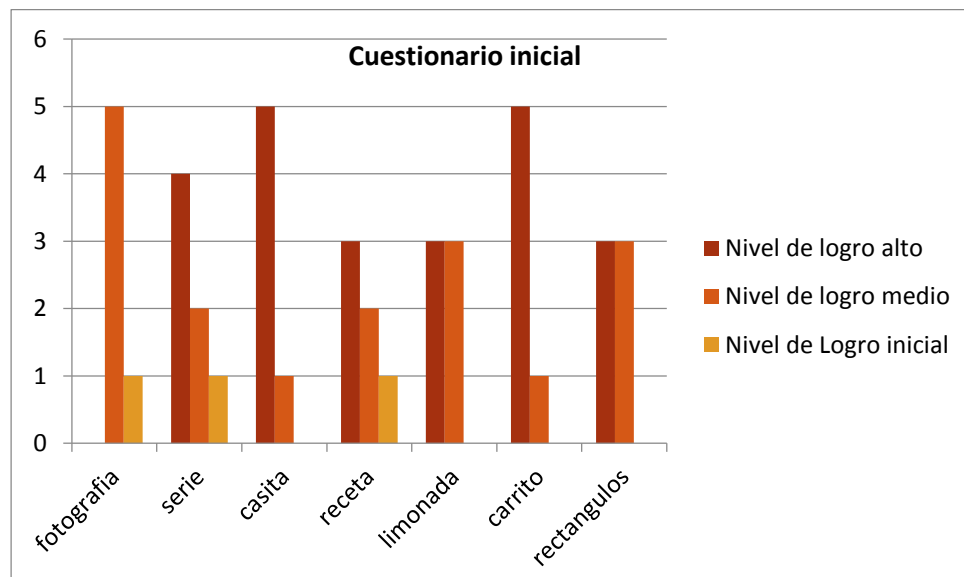
Primera etapa del estudio: cuestionario inicial

Niveles de logro: nivel de logro alto, nivel de logro medio, nivel de logro inicial.

Niveles de conceptualización matemática: pensamiento en transición, pensamiento intuitivo, pensamiento aditivo, pensamiento multiplicativo incompleto, pensamiento multiplicativo completo.

El análisis de los datos de la primera etapa se hizo a partir de los niveles de logro y los niveles de conceptualización. En la siguiente gráfica se muestra los datos encontrados.

Gráfica 1. Niveles de logro por pregunta





A continuación se presenta la descripción de los niveles de conceptualización del cuestionario de razonamiento proporcional.

1.- Percepción intuitiva: En esta categoría el alumno realiza una comparación cualitativa para identificar y reproducir dibujos o figuras semejantes.

2.- Pensamiento en transición: En esta categoría el alumno hace uso de su pensamiento intuitivo y toma en cuenta la información numérica, aún no aplica la misma estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución.

3.- Pensamiento aditivo: En esta categoría el alumno resuelve el problema utilizando una estrategia aditiva (suma).

4.- Pensamiento multiplicativo incompleto: En esta categoría el estudiante resuelve la tarea haciendo uso de la multiplicación sin considerar la relación de todos los datos del problema. Por ejemplo, en la casita el alumno multiplica las medidas externas de la paredes de la casa (escala 1:3), pero en lo que refiere a las medidas internas de la figura, ejemplo, medidas entre las ventanas y el techo y entre ventanas, no percibe la relación proporcional de las medidas. (ver figura 1)

3) Dibuja una casita como la de abajo, pero al triple



Figura 1 Respuesta del estudiante al cuestionario inicial, Idea matemática escala 1 a 3

5.- Pensamiento multiplicativo completo: En esta categoría el alumno alerta sobre la percepción geométrica, considera la información numérica, relaciona todos los datos o variables y resuelve el problema haciendo uso de la multiplicación y elaboran una regla que exprese la relación proporcional.





Resultados segunda etapa del estudio

En esta etapa del estudio se elaboraron categorías de análisis para el trabajo en el ambiente Logo y en Lápiz y papel. A continuación se describen sólo las categorías de análisis para Logo: adivinanza, instrucción directa, respuesta ensayo y error, respuestas aproximadas, reconoce comandos y usa programas aprendidos.

1. Adivinanza (1) En esta categoría el alumno empieza a hacer un ejercicio en la programación logo, de inmediato interactúa con la computadora y comienza a experimentar con los comandos para conseguir un dibujo, un ejemplo de esto es el dibujo que realizó Clara.

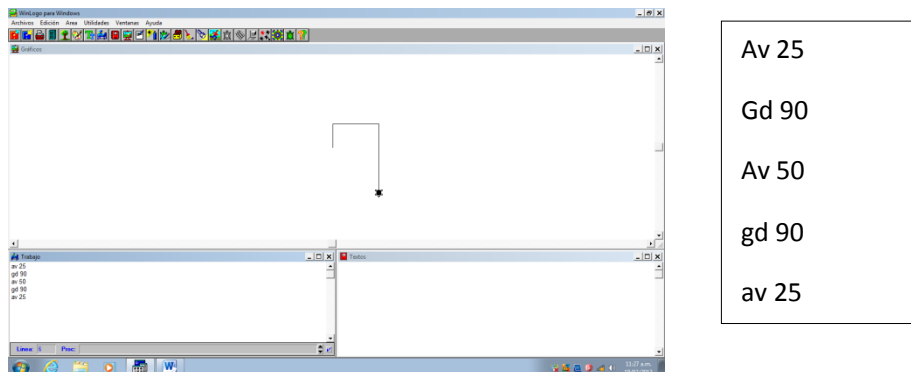


Figura. 2 Respuesta del estudiante al programa de intervención didáctica.

2. Instrucción directa (2): En esta categoría el alumno puede ir observando la figura que va realizando Ursini y Rojano (2005 citados en García de León 2012) argumentan que “trabajar de este modo permite a los alumnos comprobar inmediatamente el efecto de las órdenes tecleadas y acercarse al objeto prefijado por tanteo y aproximaciones sucesivas”.

3. Respuestas aproximadas (4): En esta categoría el alumno produce una figura se parece a la solicitada pero no es igual. **4. Reconoce comandos y usa programas aprendidos (5):** En esta categoría el alumno reconoce por una serie de instrucciones directas llamados programas, las instrucciones se pueden replicar en diferentes contextos sin repetir todas las instrucciones. Ursini y Rojano (2005 citados en





García de León 2012), afirman; “Logo es un ambiente que ofrece facilidad para producir patrones, descubrir regularidades y expresarlas de manera formal.

Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos en el cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional podemos concluir que los estudiantes presentan dificultades, esto se debe en parte a que la escuela primaria se enfatiza, la mayoría de las veces, el carácter numérico del razonamiento proporcional y se deja de lado el carácter geométrico, pero a partir del programa de intervención didáctico con Winlogo y lápiz y papel y eXpreser, nos percatamos que los estudiantes avanzan conceptualmente hacia el uso de estrategias multiplicativas y niveles de logro medio y alto, a medida que los estudiantes iban haciendo el tránsito de los problemas aditivos hacia los multiplicativos.

Agradecimientos

Este trabajo de tesis es parte de un proyecto de investigación denominado “Introducción Temprana al Pensamiento Algebraico en Entornos Tecnológicos de Aprendizaje: un estudio teórico-experimental en el nivel básico. Proyecto financiado por el fondo SEP-CONACYT. Proyecto no. 145906, cuya responsable técnica es la Dra. Cristianne Butto Zarzar.

Referencias bibliográficas

- Barroso, R (2001), *Winlogo, un lenguaje para una innovación en didáctica de la geometría*. Departamento de didáctica de las matemáticas Universidad de Sevilla.
- Butto, C y Rojano, T (2004). *Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría*. Educación matemática, Abril, año/vol. 16, numero 001. Santillana. Distrito Federal, México. PP. 113-148.
- Butto C. (2005). *Introducción temprana al pensamiento algebraico: una experiencia en la escuela primaria*. PH. D. tesis doctoral, doctorado en ciencias con especialidad en matemática educativa. Cinvestav-IPN. México.
- Butto, C y Delgado, J (2012). *Rutas hacia el algebra. Actividades en Excel y Logo*. UPN, CONACYT, México, Horizontes Educativos.
- Delval, J. (2000). *Descubrir el pensamiento en los niños. Introducción a la práctica del método clínico*. Barcelona: Paidós.





- García de León, M. (2012). *Procesos de generalización en ambiente Logo: estudio longitudinal con educadoras en formación inicial*. Tesis de maestría. México, D.F. CINVESTAV.
- Geraniou, E, M, Mavrikis, C, Hoyles, y R, Noss (2009). Design Decisions: A Microworld For Mathematical Generalisation. In M. Joubert (ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*. 29 (3). Retrieved on 28 feb. 2010 from <http://www.bsrlm.org.uk/lip29-3/BSRLM-IP-29-3-18.pdf>.
- Hoyles, C. y R. Sutherland (1989), *Logo Mathematics in the Classroom*. Londres y Nueva York: Routledge.
- Piaget, J. (1971). *Seis estudios de psicología*. Barcelona. Editorial Labor.
- Piaget, J e Inhelder, B (1978). *Las operaciones intelectuales y su desarrollo. Lecturas en psicología del niño* (Ed, pp. 70-119), Madrid: Alianza Editorial.
- Ursini, S y Rojano; M.T. (2005). *Enseñar álgebra con Logo: Conceptos básicos un enfoque didáctico*. Mc Graw Hill/Interamericana Editores, M
- Vergnaud, G (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad; problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, Berna, Suiza, Editorial Trillas.
- Vergnaud, G. (1983). *The Theory of Conceptual Fields; Human Development*, University Paris, Saint-Denis, France.

