



DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN AMBIENTES COMPLEJOS: UN ESTUDIO DE CASO

JAVIER ALATORRE RICO
FACULTAD DE PSICOLOGÍA, UNAM
alatorrerico@yahoo.com.mx

RESUMEN

Dada la problemática educativa con respecto al bajo desempeño del aprendizaje matemático en los alumnos mexicanos, donde los estudiantes no logran apropiarse de los conocimientos matemáticos curriculares y un precario desarrollo del razonamiento como lo muestran las evaluaciones tanto nacionales como internacionales, en los sistemas educativos actualmente se pretende promover el desarrollo de capacidades intelectuales complejas basada en el uso de los sistemas de conocimiento como las matemáticas. El presente estudio busca entender los procesos que contribuyen al surgimiento y desarrollo del razonamiento matemático en el nivel preescolar cuando los niños participan en actividades sociales que requieren el uso del sistema numérico, dentro de entornos de aprendizaje que fomenten la participación del alumno en la solución de problemas mediante la cooperación entre compañeros y guía docente para la promoción del razonamiento matemáticos. La aproximación al estudio de los procesos de desarrollo del razonamiento numérico en esta investigación pretende ser comprensiva. Por un lado, establecer si la exposición a actividades en ambientes complejos promueve cambios en la forma de razonar de los niños al utilizar el sistema numérico. Por otro lado, se indaga en los procesos que participan la comprensión del sistema numérico y el desarrollo del razonamiento que se despliega cuando el sujeto participa en actividades que descansan en el uso del mismo sistema. El diseño es un estudio de caso mixto que parte de la integración completa de un componente cuantitativo y uno cualitativo, de tipo longitudinal.

Palabras clave: Ambientes de aprendizaje; enseñanza de las matemáticas; educación básica; estudio longitudinal; Vygotsky





Como una consecuencia de las transformaciones sociales y económicas el conocimiento ocupa una parte fundamental en el desarrollo de cualquier país, por lo cual, se ha planteado la necesidad que de que los ciudadanos desarrollen capacidades de razonamiento basadas en sistemas de conocimiento como el científico y matemático, tanto para la vida escolar como para la vida laboral y pública, pues los individuos requieren capacidades para tomar decisiones, solucionar problemas y participar en actividades sociales que descansan en una forma de pensar particular. Es así, como en los últimos años ha habido una creciente preocupación por el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Las matemáticas han jugado un papel fundamental en el desarrollo de las sociedades y actualmente en diferentes países se han emprendido reformas en los sistemas educativos para promover el aprendizaje de las matemáticas junto con las ciencias naturales, pues se busca el desarrollo de soluciones tecnológicas ante los grandes problemas que enfrentan las sociedades, como la relación con el medio ambiente, la producción de alimentos y bienes, los problemas de salud, la energía. Sin embargo, el desarrollo social presenta profundas inequidades y los estudiantes de diferentes contextos socioculturales no tienen las mismas oportunidades para desarrollar las capacidades intelectuales complejas. En los países como México con más de la mitad de la población viviendo en condiciones de pobreza, los estudiantes en general no acceden a situaciones, en el hogar y en la escuela, que les permitan apropiarse de los conocimientos matemáticos formales y las formas de pensar basadas en estos conocimientos. La pobreza se presenta como un destino inexorable.

Las evaluaciones a nivel nacional muestran una preocupante situación en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes mexicanos. En primera instancia, se puede observar como la mayoría de los estudiantes no adquieren los conocimientos que el currículum establece (ENLACE, 2008). Se requiere que los alumnos no sólo realicen operaciones sencillas sino que resuelvan problemas en donde conecten más de un procedimiento y que la solución se relacione con una problemática real. Además, que realicen operaciones aritméticas complejas para resolver problemas mixtos, que los alumnos analicen las relaciones entre dos o más variables de un





proceso social o natural y resuelvan los sistemas de ecuaciones que las representan, identifiquen funciones a partir de sus gráficas para estimar el comportamiento de un fenómeno (SEP 2010).

Además, ya que los estudiantes no comprenden estos conocimientos básicos, muestran limitaciones en su dominio y aplicación en diversos problemas. Cuando llegan a secundaria ya el dominio sobre el álgebra, la geometría y la probabilidad es inalcanzable para la mayoría de los estudiantes mexicanos (INEE, 2009). Desde preescolar se observan los problemas, pero se agudizan en secundaria las dificultades para dominar la aplicación de los conocimientos matemáticos.

Finalmente, se observa que los estudiantes mexicanos presentan graves dificultades para usar el conocimiento matemático en situaciones reales, al terminar la educación básica en general, se detienen frente a problemas complejos en donde tienen que tomar decisiones fincadas en las matemáticas. En las comparaciones internacionales, México alcanza puntuaciones muy bajas en matemáticas y ciencia, más de dos tercios de los estudiantes se ubican en los niveles más elementales de desarrollo del razonamiento matemático (OECD, 2010).

Frente a esta situación, en México, se ha puesto en marcha una reforma curricular en la educación básica. La Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) tiene como propósitos principales, desarrollar competencias que han de ser desarrolladas desde el preescolar y han de continuar su desarrollo en la primaria, hasta el término de la educación secundaria. En el marco de la reforma educativa actual se entiende a la competencia como la habilidad para plantear, formular e interpretar problemas mediante las Matemáticas en una variedad de situaciones y contextos (INEE, 2008b). Se asume a los conocimientos matemáticos como herramientas para organizar los fenómenos del mundo físico y social resolviendo las situaciones que se enfrentan allí. Los procesos intelectuales que subyacen al uso de los conocimientos y habilidades matemáticas en situaciones extraescolares involucra el uso funcional del conocimiento matemático en situaciones diversas, de forma reflexiva y basada en una comprensión profunda, en respuesta a las condiciones y problemas que se le puedan presentar al sujeto en su entorno natural, social y cultural (Alatorre, 2008: Álvarez, Pérez y Suárez 2008: OCDE 2003)

Bajo esta problemática que se enfrenta en el aprendizaje de las matemáticas y la importancia de las matemáticas para la sociedad surge el presente proyecto de investigación, el cual tiene como propósito conocer los procesos de construcción del razonamiento matemático





dentro de ambientes de aprendizaje contruidos propositivamente bajo el enfoque constructivista sociocultural con un énfasis en la actividad.

Elementos del Ambiente Complejo de Aprendizaje que Favorecen el desarrollo del Razonamiento Matemático

Sigue siendo controversial el hecho de cómo promover el aprendizaje de las matemáticas, sin embargo, en los últimos años y con la atención que ha recibido la concepción constructivista, en especial con una perspectiva sociocultural, se han realizado una serie de estudios que han puesto de manifiesto aquellos factores que favorecen el aprendizaje de las matemáticas.

Considerando que los fundamentos principales de una visión constructivista sociocultural parte de la premisa que considera que el conocimiento es construido socialmente y está basado en las interpretaciones que el individuo realiza sobre el mundo, queda entendido que el conocimiento no puede ser transmitido. Es bajo este contexto que resulta importante reconocer que tipo de experiencias permiten generar en el individuo capacidades complejas con las cuales pueda interpretar y actuar en una dimensión de la realidad cuantitativa.

Diversos estudios realizados en los últimos años proponen el diseño de experiencias contextualizadas, que promuevan el desarrollo de los estudiantes hacia una participación competente en la sociedad, Herrington y Oliver (2000) y Jurdak (2006) han señalado que un factor que parece contribuir al surgimiento del razonamiento matemático, son las actividades situadas o contextualizadas, las cuales pueden ser implementadas dentro del aula

Las actividades auténticas son importantes para promover el razonamiento matemático, ya que brindan contextos de solución de problemas con altos grados de complejidad con la finalidad de desarrollar un entendimiento enriquecido sobre el mundo, que prepara a los estudiantes a participar de prácticas sociales valoradas por la comunidad (Prins, Bulte, van Driel y Pilot, 2008). Siendo lo auténtico uno de los elementos más relevantes resulta importante definir qué se debe entender por este tipo de experiencias.

Una forma de concebir lo auténtico recae en tareas que replican las estructuras particulares de una actividad en un contexto. Esta estructura de la actividad es referida a la teoría sociocultural en el contexto de la perspectiva sobre la Actividad (Leontiev, 1975) la cual se centra en actividades en las que se enlazan los miembros de una comunidad, los objetivos particulares





de la actividad, el escenario en donde ocurre ésta, las acciones que la articulan, así como las herramientas culturales que la median (Saxe, 2005).

La separación entre saber y hacer tradicionalmente ha sido el sello de la escuela pues el énfasis de ésta, ha sido por un lado, la extracción de los principios esenciales, conceptos o hechos; y por otro, la enseñanza dada en forma abstracta y descontextualizada desde hace muchas décadas (Carraher y Schliemann (2002) . En otras palabras, se hace caso omiso de la interdependencia de la situación y la cognición. En este sentido, Herrington y Oliver (2000) mencionan que cuando el aprendizaje y el contexto (actividades sociohistóricas) están separados, el conocimiento mismo es visto por los estudiantes como el producto final de la educación, en lugar de reconocerlo como una herramienta para ser utilizada de forma dinámica en la resolución de problemas.

En matemáticas la visión de actividades contextualizadas en la vida real asume que la actividad matemática significativa comienza con fenómenos que están en la experiencia real de los estudiantes (Jurdak, 2006). Se entiende por problema del mundo real, a la experiencia “real” de una situación “real” en donde se pide a la persona tomar una decisión sobre la base de todas las herramientas (incluidas las Matemáticas) que están disponibles y accesibles a ella. Es decir, no basta con la memorización de conocimientos, conceptos y técnicas para poder solucionar un problema real, si no falta saber y comprender el uso de éstos para lograr los objetivos propuestos en las actividades socioculturales.

Los ambientes situados o contextualizados guardan la oportunidad para que los conocimientos y habilidades matemáticos aparezcan en las formas en que estos son utilizados en la vida real, lo que facilita la construcción de significados y atribución de sentido (Harrinton y Oliver, 2000).

Jurdak (2006) menciona 3 puntos principales sobre las características de los ambientes que ofrecen actividades matemáticas reales: En primer lugar, la situación del problema tiene que ser real para la población de los estudiantes en cuestión. Con esto queremos decir, que la situación esté dentro del espacio de experiencia de los estudiantes. En segundo lugar, el problema debe ser formulado en un contexto en el sentido de que el solucionador de problemas puede establecer hipótesis y participar en un proceso de matematización para formular el problema en términos matemáticos. En tercer lugar, la tarea problema se presta a múltiples enfoques y distintos niveles de tratamiento.





En este sentido las actividades prácticas como elemento fundamental en el aprendizaje de las matemáticas han surgido en parte, de estudios que han puesto atención en los escenarios formales e informales de aprendizaje, los cuales han brindado una oportunidad para entender la manera en cómo las personas aprenden matemáticas en estos contextos y en consecuencia cómo es que se pueden favorecer formas de pensar correspondientes a la actividad matemática. Los individuos, de acuerdo con estos estudios, se vieron favorecidos por la interacción, negociación, intercambios discursivos y el uso de herramientas que surgen de esta actividad. Tanto los intercambios con compañeros al colaborar en la realización de una actividad real, así como la asistencia que le pueden brindar los adultos permiten al aprendiz entender las metas, los medios para alcanzarlas, el significado funcional de las acciones y el uso de herramientas simbólicas y materiales, como lo muestran los estudios con madres e hijos, docentes y alumnos en secundaria y jardín de niños (Saxe, Geahart y Guberman, 1984; Goss, 2004; Tarim, 2009).

Las actividades reales como ambiente de aprendizaje en el aula ofrecen las oportunidades para utilizar los sistemas simbólicos, como los sistemas numéricos, los esquemas, las representaciones geométricas y espaciales, las tablas y gráficas. Como señalan diversos autores el uso de estas herramientas simbólicas son las que posibilitan la internalización de los sistemas y su manejo, así como los sistemas de acción en donde se utilizan. Es en esta mediación en donde tiene lugar el razonamiento matemático. Se ha señalado que los sistemas simbólicos son los que sostiene la actividad abstracta y la conexión entre acciones y metas (Bekker y Hoffmann, 2005). El lenguaje matemático en general incluyendo los diagramas y otros recursos de representación simbólica facilitan la comprensión de los problemas y la reflexión sobre posibles abordajes para su solución como lo muestra el trabajo en cálculo (George, 2005). También, el lenguaje matemático usado por el docente ofrece a los alumnos posibilidades de comprensión e internalización del pensamiento matemático, como se mostró en un estudio sobre porcentajes (Planas y Edo, 2008)

En conclusión, se puede mencionar que el tipo de actividades antes descritas, representan un elemento fundamental en el desarrollo del razonamiento matemático, ya que se hace clara la importancia de adoptar y promover actividades matemáticas auténticas en las que los alumnos ponga en juego conocimientos, actitudes, herramientas y técnicas que el pensamiento matemático necesita.





Lo anterior brinda un marco para construir el tipo de escenarios que constituyan un ambiente complejo de aprendizaje, en donde el alumno forme parte de la actividad matemática, en la cual utilice el sistema y herramientas, a través de las acciones que ésta implica, además de interactuar con los participantes de la actividad social; desencadenándose así procesos que permitirán la reconstrucción de las formas de razonamiento matemático.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Dada la problemática educativa con respecto al bajo desempeño del aprendizaje matemático en los alumnos mexicanos, donde los estudiantes no logran apropiarse de los conocimientos matemáticos curriculares y un precario desarrollo del razonamiento como lo muestran las evaluaciones tanto nacionales como internacionales, en los sistemas educativos actualmente se pretende promover el desarrollo de capacidades intelectuales complejas basada en el uso de los sistemas de conocimiento como las matemáticas. El presente estudio busca entender los procesos que contribuyen al surgimiento y desarrollo del razonamiento matemático en el nivel preescolar cuando los niños participan en actividades sociales que requieren el uso del sistema numérico, dentro de entornos de aprendizaje que fomenten la participación del alumno en la solución de problemas mediante la cooperación entre compañeros y guía docente para la promoción del razonamiento matemáticos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Promover el desarrollo del razonamiento matemático a través del diseño e implementación de entornos complejos de aprendizaje.
- Evaluar el nivel del razonamiento matemático en alumnos de preescolar, con la finalidad de establecer la magnitud del cambio su desarrollo.
- Analizar la participación e interacción de los alumnos de preescolar en las actividades sociales recreadas en el aula, con la finalidad de reconstruir los procesos de desarrollo de las capacidades intelectuales, que constituyen formas de pensar particulares del razonamiento matemático





SUPUESTOS O PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Frente a las diferentes vertientes teóricas de raíces neovygotskianas que pretenden dar cuenta del origen y desarrollo de las capacidades cognitivas complejas se presume en este trabajo el papel fundamental de la actividad sociocultural en la articulación de los diferentes procesos que participan en el surgimiento de las capacidades intelectuales y su desarrollo progresivo. En este estudio se pretende recrear las condiciones bajo las cuales el razonamiento matemático puede surgir para llegar a constituirse en un sistema de acción mediado por instrumentos simbólicos como los sistemas numéricos. Las principales preguntas que organizan esta investigación son las siguientes:

¿Cómo la actividad social organiza el razonamiento matemático del estudiante?

¿Cómo surge el funcionamiento semiótico del sistema numérico y se transforma en el medio del razonamiento numérico?

¿Cómo influye la estructura y desarrollo de las acciones para alcanzar la meta de la actividad sobre la influencia de la ayuda docente en la internalización de los sistemas de conocimiento matemático?

¿Cómo la cooperación y colaboración propician el desarrollo del razonamiento numérico?

¿Cuál es el papel de las herramientas culturales en la comprensión de los sistemas de conocimiento matemático y de la actividad matemática?

PERSPECTIVA METODOLÓGICA

A continuación se presenta el desarrollo metodológico con el cual se llevará a cabo el estudio, para ello en un principio se muestra la perspectiva metodológica desde la cual será abordado y una síntesis del diseño de la investigación a realizar.

La aproximación al estudio de los procesos de desarrollo del razonamiento numérico en este estudio pretende ser comprensiva, con la intención de construir una conceptualización compleja aportando evidencia desde diferentes fuentes con el fin de dimensionar los cambios. En este sentido se pretende proveer comparaciones en el nivel cuantitativo para dimensionar los





cambios frente a otros niños dentro del mismo espacio educativo y con otros estudiantes de otros centros con condiciones diferentes. Los lineamientos metodológicos que estructurarán esta propuesta de investigación son:

Diseño e implementación de situaciones reales que requieren el uso del sistema numérico. A partir de la perspectiva evolutivo-experimental de Vygotsky se pretende propiciar en un ambiente diseñado exprofeso con la finalidad de entender los procesos responsables de surgimiento y los cambios paulatinos en las formas de razonar que requieren el conocimiento matemático. (Wertsch, 1988).

Perspectiva interpretativa de los mecanismos y procesos socioculturales en el aula. Tomando en cuenta que los principios ontológicos del objeto de estudio delimitarán la manera en cómo éste puede ser estudiado (Ratner, 1997), esta investigación optará por observar los patrones de interacción y el contexto sociocultural, donde se construye el conocimiento y se desarrollan formas compleja de pensamiento como el matemático (Lecompte, Preissle y Tesch, 1993; Leontiev, 1975, Rogoff, 1997; Mercer, 2001)

Aproximación Microgenética. Esta perspectiva de análisis retomada de la tradición vygotskyana se adoptará en este estudio para poder examinar el origen y desarrollo del razonamiento matemático, es decir se pretende entender como aparecen y se integran los conocimientos matemáticos en momentos y situaciones concretas. Las transformaciones en el pensamiento se estructuran dialécticamente en esos cambio microgenéticos.

Diseño de la investigación. Las decisiones metodológicas que se tomaron para la realización del presente proyecto de investigación, se basan en las premisas anteriores, con la intención de entender los mecanismos y procesos de aparición y desarrollo del razonamiento matemático en los niños preescolares; de tal forma, que se plantea un estudio de caso mixto de tipo longitudinal que parte de una integración completa de un componente cuantitativo y uno cualitativo, (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

El componente cuantitativo, tiene la intención de mostrar el cambio en el desarrollo del razonamiento matemático en el grupo de niños preescolares a lo largo de tres ciclos escolares. El estudio es descriptivo. Se aplicó un instrumento de rendimiento que evalúa el razonamiento numérico de forma contextualizada, en cuatro ocasiones cuando ingresaron a primer grado y





tenían tres años de edad y en tres ocasiones subsecuentes al finalizar primero, segundo y tercero de preescolar. Este instrumento se aplicó a los niños de otra generación del mismo centro y se podrá comparar con el grupo de seguimiento. Además, se aplicó a un grupo de niños de otro centro de mejores condiciones socioeconómicas.

Se aplicó un cuestionario en donde se tomaron datos sociodemográficos como: las características generales de los niños, la escolaridad de los padres, los ingresos económicos, familiares y de vivienda, con la finalidad de identificar las condiciones bajo las cuales se desarrolla la población de niños y niñas.

Con el segundo componente de la investigación, de corte cualitativo, se intenta, entender los procesos de cambio (Bogdan y Knopp, 2003) mediante la reconstrucción de los procesos y mecanismos de evolución del razonamiento matemático, desde una perspectiva interpretativa (Flick, 2007; Ratner, 1997).

Para la consecución de este objetivo, el estudio se basó en un paradigma interpretativo, que tiene como objetivo entender cómo los individuos dan sentido a su mundo, a través de la interpretación de los acontecimientos, contextos y situaciones (Howitt, Upson y Lewis, 2011; Merriam, 1998). El diseño de estudio de caso del presente proyecto de investigación, permitirá realizar una descripción holística, densa y profunda del fenómeno, teniendo un mejor entendimiento del mismo en el contexto donde ocurre, lo que brindará una interpretación compleja y completa del mismo (Bogdan y Knopp, 2003; Merriam, 1998; Yin, 1994), al comprender la interacción de los diferentes elementos del fenómeno, así como sus propiedades más importantes, permitiendo generar proposiciones teóricas, ampliar teorías y realizar generalizaciones analíticas (Bertely, 2000).

Para la recolección de los datos de este componente, se utilizarán diversas técnicas las cuales se constituirán como diversas fuentes que aportarán una mejor comprensión del fenómeno, así como validez al estudio (Flick, 2007; Merriam, 1998). Una de las técnicas será la observación la cual se realizará en dos sentidos, por un lado dentro del aula con la conducción de la actividad a través de la docente, de manera grupal, en donde se observará la dinámica del grupo total y de los equipos específicos en el aula y en otro sentido, fuera del aula donde la actividad será conducida por el investigador (Flick, 2007; Bogdan y Knopp, 2003). Se filmaron las actividades, se recopilaron los productos elaborados por los niños. Todo ello con la intención de





tener una densidad de las observaciones durante un período de tiempo, en el cual se piensa que los cambios ocurren y de esta manera indagar de manera más profunda y específica aquellas experiencias y elementos con los que cuenta la situación, que hacen que el niño desencadene el razonamiento matemático; para posteriormente articular lo observado, llevando a cabo un análisis que permita teorizar de manera más específica sobre la actividad social significativa y que permitirá comprender la naturaleza de los procesos de construcción del razonamiento.

Participaron en el estudio de caso 19 niños y niñas de preescolar, desde los tres a los seis años de edad. Fueron observados durante los tres ciclos escolares dentro del aula en 145 situaciones y en pequeños grupos fuera del aula en 12 actividades similares en total.

En la evaluación cuantitativa participaron 60 niños y niñas de dos centros de educación preescolar. En el estudio de caso se conformó un grupo de 19 preescolares del CENDI Granada ubicado en un Mercado público de la Delegación Miguel Hidalgo, en una colonia popular del Distrito Federal.

Las situaciones de aprendizaje se elaboran bajo diferentes modalidades: las rutinas. Talleres, juegos y proyectos. Las situaciones en el aula fueron implementadas por la maestra; para ello, también se les brindó asesoría; en términos generales, se realizó una asesoría previa a la realización de la actividad, un acompañamiento de manera no participante en su aplicación en el aula y finalmente se propició un momento de reflexión al final del día para retroalimentar sus prácticas.

AVANCES

Actualmente estoy realizando la sistematización y análisis cuantitativo (SPSS) y cualitativo (con el ATLAS.ti) de los datos. En los resultados preliminares se puede observar en las evaluaciones cuantitativas un incremento sostenido y consistente en los puntajes de los niños en las cuatro evaluaciones. La pendiente es muy pronunciada y es muy similar a otras generaciones anteriores. Y frente al otro CENDI de niños con mejores condiciones socioeconómicas, se observa que los niños de seguimiento inician ligeramente por debajo y alcanzan un desempeño, al final de los tres años, superior a los niños que terminaron también su formación en el otro CENDI de comparación.





El análisis cualitativo inicial muestra las transformaciones en la participación de los niños dentro de las actividades sociales matemáticas. En primer lugar, muestran cada vez mayor autonomía frente a la maestra para realizar las acciones de conteo, sobreconteo, suma y resta. Además, la colaboración y operación conjunta entre compañeros se muestra cada vez más intensa y diversa. Los niños utilizan herramientas cada vez más sofisticadas para realizar las operaciones aritméticas, pasan de la representación con los dedos de la mano al uso del ábaco, pasan de la representación icónica a la representación simbólica; transitan del razonamiento sobre cantidades pequeñas (<10) a cantidades mayores (decenas y centenas). La ayuda de la maestra se ajusta constantemente de acuerdo a los cambios en el razonamiento numérico, inicia con ayudas muy específicas y concretas transformándose en ayudas más generales y abstractas. Se puede anticipar la aparición incipiente de conocimientos y su integración paulatina, presentando transformaciones cualitativas en las que se vislumbra un sistema integrado de acción sostenido en el sistema numérico.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Alatorre, J. (2008). Entornos para el aprendizaje de las matemáticas en preescolar. Facultad de Psicología Coordinación de Psicología Educativa.

Alatorre, J. (2005) Las competencias matemáticas de los estudiantes mexicanos en PISA 2003. Cuarto Encuentro Internacional de Educación. El Informe de PISA 2003: Un enfoque Constructivo, Ciudad de México, 22 y 23 de Abril 2005.

Álvarez M., Pérez C., y Suárez, Á., (2008). Hacia un Enfoque de la Educación en Competencias. España: Consejería de Educación y Ciencia.

Bertely, M. (2000) Conociendo Nuestras Escuelas. Un Acercamiento etnográfico a la Cultura Escolar, México: Paidós.

Bekker, A. y Hoffmann, M. (2005). Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts: A semiotic analysis of students' learning about statistical distribution. Educational Studies In Mathematics, 60, 333–358.





Bishop, A. (1999) Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona:Paidós.

Bogdan, R. y Knopp, S. (2003) Qualitative Research for Education: An introduction to theory and methods. USA: Pearson Education.

Carraher, D. W. y Schliemann , A. D. (2002) Is Everyday Mathematics Truly Relevant to Mathematics Education? Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, Vol. 11, Everyday and Academic Mathematics in the Classroom , pp. 131-153 . National Council of Teachers of Mathematics Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/749968>

Daniels, H. (2003) Vygotsky y la Pedagogía. Traducción en castellano. Barcelona: Paidós.

Daniels, H. (2008) Activity Theory and Interventionist research. London: Routledge.

Ernest, P. (2006). A semiotic perspective of mathematical activity: The case of number. Educational Studies in Mathematics, (61), 67–101.

Espíndola, E. y León, A. (2002) La deserción escolar en América Latina: un tema prioritario para la agenda regional. Revista Iberoamericana de Educación, (30).

Flick, U. (2007) Introducción a la investigación cualitativa. España: Morata.

George, E. (2005). An Analysis of Diagram Modification and Construction in Students' Solutions to Applied Calculus Problems. Journal for Research in Mathematics Education, 36 (3), 248-277.

González, A. y Weinstein, E. (2001). ¿Cómo enseñar matemáticas en el jardín?, Buenos Aires Argentina: Colihue.





Goos, M. (2004). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35 (4), 258-291.

Gordon, W. (2007) Semiotic Mediation, Dialogue and the Construction of Knowledge. *Human Development*, 50, 244-274.

Gravemeijer, K. y Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum studies*, 32 (6), 777-796.

Herrington, J. y Oliver, R. (2000) An Instructional Design Framework for Authentic Learning Environments. *ETR&D*, 48 (3), 23-48.

Howitt, C; Lewis, S; Upon, E. (2011) 'It's a mystery!' A case study of implementing forensic science in preschool as scientific inquiry. *Australasian Journal of Early Childhood*, 36 (3), 45-55.

INEE (2008b). PISA en el aula: matemáticas. México: INNE.

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI)(2005) Segundo Censo de Población 2005, recuperado el 14 de enero 2010 en http://www.ceidas.org/documentos/Excelsior/Desercion_escolar_y_rezago_educativo.pdf

LeCompte, M; Preissle, J. y Tesch, R. (1993) *Ethnography and Qualitative Design in Educational Research*. USA: Academic Press.

Leontiev, A.N. (1975). *Actividad, conciencia y personalidad*. Cuba: Editorial pueblo y Educación.

Mercer, N. (2001) *Palabras y Mentes, como usamos el lenguaje para pensar juntos*. España: Paidós.

Jurdak, M. (2006) Contrasting Perspectives and Performance of High School Students on Problem Solving in Real World Situated, and School Context. *Educational Studies in Mathematics*, 63 (3), 283-301.





Merriam, S. (1998) Case Study Research in Education: A Qualitative Approach, The Jossey-Bass social and behavioral science series.

OCDE (2003). Marcos teóricos de PISA 200: Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas. OCDE: Inecse

OECD (2010) PISA 2009 Results: Executive Summary.

Planas, N. y Edo, M. (2008) Interacción entre discursos en una situación de práctica matemática escolar. *Cultura y Educación* 20 (4), 441-453.

Prins, G; Bulte, A; Van Driel J. y Pilot, A. (2008) Selection of authentic modeling practices as Context for Chemistry Education. *International Journal of Science Education*, 30 (14), 1867-1890.

Rogoff, B. (1993) *Aprendices del pensamiento, el desarrollo cognitivo en el contexto social*. Paidós: España.

Rogoff, B., y Wertsch, J., (Eds). (1984) Children's learning in the "zone of proximal development" (*New Directions for Child Development*, No.23) (pp. 19-30). San Francisco: Jossey-Bass.

Saada-Robert, M. (1994) Microgenesis and situated cognitive representation. *Infancia y Aprendizaje*, 72 (3), 55-64

Saxe, G., Geahart, M., y Guberman, S. (1984). The social organization of early number development. En B., Rogoff y J., Wertsch. (Eds). *Children's learning in the "zone of proximal development"* (*New Directions for Child Development*, No.23) (pp. 19-30). San Francisco: Jossey-Bass.





Saxe, G., Gearhart, M., y Suad, N. (2001). Enhancing students' understanding of mathematics: a study of three contrasting approaches to professional support. *Journal of Mathematics Teacher Education*, (4), 55–79.

Saxe, G. (2005) Studying Cognition in Flux: A Historical Treatment of Fu in the Shifting Structure of Oksapmin Mathematics. *Mind, Culture, and Activity*, 12(3 y 4), 171–225.

Siegler, R. y Crowley, K. (1991). The microgenetic method. A direed means for studying cognitive development. *American psychologist*, 46 (6), 606-620.

Tharp, R., y Gallimore, R., (1988) *Rousing minds to life: teaching, learning, and achooling in social context*. USA: Cambrige.

Tharp, R. (1991) *Rousing Minds to Life: Teaching, learning, and schooling in social context*. Cambridge University Press: USA.

Valsiner J. (1984). Children's learning in the zone of proximal development. En B. Van Eijck, M. y Roth W-M. (2010) *Theorizing scientific literacy in the wild*. *Educational Research Review*, 5 (2), 184-194.

Wertsch, J. (1988) *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós.

Yin, R. K. (1994) *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA:

Wertsch, J. (1997), *La necesidad de la acción en la investigación Sociocultural*, En J. Wertsch, P., Del Río, P. y A. Álvarez (1997), *La mente sociocultural, aproximaciones teóricas y aplicadas*.

Wertsch, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós Ibérica. 1ª Ed.

