

# TIPOS DE RAZONAMIENTOS ASOCIADOS A LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA. ESTUDIO CON ESTUDIANTES DE 3° DE SECUNDARIA Y DOCENTES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN

**YOLOTLCALLI PINO MÁRQUEZ  
MIRELA RIGO LEMINI**

*DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, CENTRO DE INVESTIGACIÓN  
Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.*

**TEMÁTICA GENERAL:** EDUCACIÓN EN CAMPOS DISCIPLINARES

## RESUMEN

El presente estudio tiene como propósito distinguir las estrategias a las que recurren alumnos de tercer grado de educación secundaria y docentes de matemáticas en formación cuando se les plantean situaciones problemáticas que involucran proporcionalidad directa. Particularmente, reconocer si las soluciones nacen del terreno matemático y, en tal caso, si son de tipo relativo o absoluto. A la par, fue posible discernir que, mediante los planteamientos propuestos, se puede persuadir a los participantes para apelar a razonamientos de tipo relativo.

**Palabras clave:** Proporcionalidad directa, razonamiento absoluto, razonamiento relativo, argumento extra – matemático.

## INTRODUCCIÓN

*Justificación y planteamiento del tema de investigación.*

La didáctica de la proporcionalidad es un tema complejo, tanto que las dificultades asociadas a este contenido se presentan no sólo en el alumnado que se encuentra cursando los niveles básicos sino, incluso, en los docentes encargados de la enseñanza del mismo (Fernández, 2009; Sánchez, 2015). Quien esto escribe, durante los años como estudiante y docente, ha observado que es un tema malentendido al que no se da la importancia que merece y, por lo mismo, su enseñanza y aprendizaje se limita al llenado de tablas, al cálculo parcial de la constante de proporcionalidad y a la aplicación indiscriminada de la famosa *Regla de tres* (Fernández, 2009; Sánchez, 2015).

El trayecto formativo planeado por la Secretaría de Educación Pública (SEP) contempla la enseñanza explícita de la proporcionalidad desde el nivel Primaria pues considera que “la proporcionalidad provee de nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información, como el porcentaje y la razón” (SEP, 2011a). El Programa de estudio 2011 de la asignatura de Matemáticas para el Nivel Secundaria establece que los contenidos matemáticos a enseñar se organicen en tres ejes temáticos, que son: 1) Sentido numérico y pensamiento algebraico, 2) Forma, espacio y medida y 3) Manejo de la información; este último subdividido (a su vez) en tres temas, el primero de los cuales es nombrado, simple y llanamente: Proporcionalidad y funciones. El mismo referente curricular instituye que uno de los ocho propósitos de la formación en la disciplina es que, como resultado de esta fase de aprendizaje, los alumnos “identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente y, con base en ellos, calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad” (SEP, 2011b). Es decir, la formación académica de cualquier ciudadano que concluye la educación básica contempla que el individuo en cuestión estudió y es capaz de comprender nociones y relaciones que involucren proporcionalidad y aplicar dichas nociones y relaciones en la resolución de problemas específicos.

Debido a que la proporcionalidad se relaciona con múltiples conocimientos matemáticos como el porcentaje o la probabilidad, y considerando que los alumnos del tercer grado de Secundaria ya han cursado seis ciclos escolares en los que se estudió explícitamente el tema de la proporcionalidad, es importante indagar:

¿A qué estrategias aluden los alumnos de tercer grado de Secundaria para solucionar problemas que involucren proporcionalidad directa?

¿Poseen los alumnos de tercer grado de Secundaria, próximos a concluir con su formación académica básica, razonamientos de tipo relativo al solucionar problemas?

Por otro lado, la acción de los docentes en esos aprendizajes es un factor clave ya que “son quienes generan ambientes propicios para el aprendizaje, plantean situaciones didácticas para despertar el interés de los alumnos e involucrarlos en actividades que les permiten avanzar en el desarrollo de sus competencias” (SEP, 2011b). Es decir, el papel del profesor es fundamental en el

aula debido a que es el encargado de diseñar acciones encaminadas a coadyuvar en los procesos cognitivos de los educandos, para que estos procesos converjan en la conformación del conocimiento.

Para ser capaces de proponer tareas que contribuyan a la enseñanza y el aprendizaje del tema que ocupa a la presente investigación y, con ello, desarrollen adecuadamente el razonamiento proporcional de los estudiantes, es necesario que los docentes analicen dichas situaciones de manera correcta y, por ello, se considera importante averiguar:

¿A qué estrategias aluden los docentes de matemáticas en formación para solucionar problemas que involucren proporcionalidad directa?

Los futuros docentes de matemáticas de nivel Secundaria, quienes serán en buena medida, responsables de la adquisición de estos conocimientos ¿Resuelven problemas matemáticos haciendo uso del razonamiento relativo?

## DESARROLLO

### *Constructos teóricos de sustento*

De acuerdo con Lamon (1999), el razonamiento proporcional es un proceso de pensamiento que abre la puerta a las matemáticas avanzadas y que es resultado de la construcción de competencias en una serie de áreas prácticas y matemáticas. La autora citada afirma que uno de los requerimientos más importantes para razonar proporcionalmente es la habilidad de analizar las cantidades no sólo en forma absoluta sino también en términos relativos pues, mientras la primera forma de pensar alude a equiparar cantidades relacionándolas mediante adiciones (cuánto más es una que la otra), la segunda manifiesta un cotejo en el cual se considera el significado de una cantidad particular comparándola multiplicativamente en términos de otra, es decir, cuántas veces una cantidad es la otra. La autora enuncia:

*El pensamiento relativo también es llamado pensamiento multiplicativo [...] concede importancia o sentido a una cantidad determinada al compararla con otra cantidad.*

### *Aspectos de la metodología y recuperación de datos*

El análisis realizado para la investigación es de naturaleza cualitativa (Corbin y Strauss, 2015). La toma de datos se llevó a cabo en la Ciudad de México en dos escenarios distintos: el primero en un grupo de tercer grado perteneciente a una secundaria general cuyos ingresos provienen del erario. Se eligió esta institución debido a las facilidades otorgadas por las autoridades y docentes para que el alumnado fuera partícipe de la presente investigación. Algunas características de la escuela son que, en la zona donde se ubica, destaca por poseer prestigio y recibir mayor cantidad de solicitudes de ingreso que las escuelas aledañas, este renombre y preferencia se cimentó en el hecho de ubicarse dentro de los primeros 150 lugares de la capital del país en las evaluaciones nacionales (ENLACE,

cuando esta prueba se llevaba a cabo) y que más del 50% de los egresados consigue colocarse en una de sus tres primeras opciones en el Concurso de Asignación a la Educación Media Superior (COMIPEMS) de la zona metropolitana de la Ciudad de México.

El segundo escenario fue una institución de estudios superiores cuya misión es formar a futuros docentes de secundaria en las diversas asignaturas que en este nivel se imparten. El grupo en el cual se aplicó el instrumento fue uno de 4º semestre de la especialidad en Matemáticas; esta población se consideró importante debido a que, al concluir sus estudios profesionales, se desempeñarán como profesores de la disciplina y es elemental para su práctica que posean un adecuado razonamiento proporcional.

La toma de datos se llevó a cabo dentro de cada plantel, en el aula rutinaria de cada grupo, durante el horario escolar y en el tiempo correspondiente a la clase de matemáticas. En ambas aplicaciones, los profesores titulares de la asignatura estuvieron presentes e hicieron hincapié en la importancia de que los participantes respondiesen el ejercicio con la mayor seriedad y compromiso posibles.

#### *Instrumento y definición de categorías de análisis*

Para recabar los datos se diseñó un instrumento escrito que consistió en el planteamiento de dos ejercicios, cada uno seguido de diversas preguntas cuya finalidad primaria fue identificar si los participantes tienden a razonar de forma absoluta o relativa; en el presente documento sólo se reportan los resultados del primer problema.

La tarea con la que recabaron los datos y de la que se reportan los hallazgos es la siguiente:

Omar Bravo anotó 7 goles en 17 partidos y Javier “El Chicharito” Hernández 3 goles en 5 partidos.

- ¿Cuál de los dos anotó más goles?
- Si tú fueras Director Técnico ¿Qué jugador te convendría más contratar?
- ¿Por qué?

Cada una de las tres preguntas que acompañan al planteamiento tiene una función específica. Mediante revisiones sucesivas de las respuestas dadas por los participantes, que condujeron a la identificación de relaciones significativas y patrones, se definieron categorías particulares que, de forma iterada, se cotejaron con los datos (Bertely, 2013; Corbin y Strauss, 2015). Las redefiniciones surgidas de dichas confrontaciones permitieron construir las categorías que posteriormente se presentarán.

#### *Ejemplificación de categorías de análisis*

Pregunta uno: ¿Cuál de los dos anotó más goles? Este ítem se encaminó a detectar el tipo de estrategia (absoluta o relativa) al que tiende el participante. Las respuestas dadas por los sujetos pertenecieron a dos tipos de razonamientos:

Absoluto: Los participantes que eligen al jugador que anotó mayor número de goles, sin considerar la cantidad de partidos jugados.

Relativo: Los sujetos que para responder toman en cuenta la relación existente entre los goles anotados y los encuentros en que tomó parte cada jugador.

Pregunta dos: Si tú fueras Director Técnico ¿Qué jugador te convendría más contratar? El cuestionamiento intenta forzar a los participantes a realizar una comparación entre el desempeño de ambos jugadores, de manera que consideren los goles anotados y los partidos jugados, no sólo la cantidad total de anotaciones de cada atleta; es decir, tratar de inducirles a que empleen un razonamiento de tipo relativo.

En esta pregunta, a las dos categorías del planteamiento 1, se anexó una nueva clasificación:

Fuera de las opciones: Alude a quien, por motivos desconocidos, elige un jugador que no es mencionado en el enunciado de la tarea.

Pregunta tres: ¿Por qué? La tercera pregunta abrió camino para identificar no sólo si la afirmación hecha por los estudiantes tiene un fundamento relativo o absoluto, también permitió ubicar cuándo se encuentra en un camino entre ambos, incluso permitió determinar si dicho fundamento es extra-matemático o mezcla de estos juicios con nociones matemáticas.

Algunas afirmaciones hechas por los participantes y que permiten ejemplificar las categorías utilizadas son las siguientes:

Relativo: Al sacar un promedio aproximado de goles por partido él [Javier Hernández] es el que tiene los resultados más altos siendo así que en 10 partidos anotará 6 goles.

En transición-cualitativo: Su promedio [el de Javier Hernández] de goles por partido es mayor.

Extra-matemático: [Javier Hernández] Da más desempeño en cada partido y más efectividad.

Extra-matemático y en transición-cualitativo: [Javier Hernández] Es muy efectivo, mete goles. Tiene mayor número de goles en menos partidos.

Extra-matemático y absoluto: [Omar Bravo] Tendría más técnica para anotar goles porque anotó 7 goles en 17 partidos.

La diferencia significativa entre los argumentos considerados como Relativos o En transición-cualitativos consistió en que, en los ubicados en la primera categoría, los participantes dejaron un registro numérico de su proceder y en la segunda se limitaron a explicitar que el rasgo que compararon (promedio, razón, número de goles, porcentaje, etc.) es mayor. Debido a que no utilizan una comparación cuantificable, se consideró que se encuentran en el terreno cualitativo.

Las afirmaciones categorizadas como Extra-matemáticas aluden a juicios no matemáticos que involucran el desempeño del jugador en la cancha, su velocidad, eficacia, fama, etc. La mezcla de estas impresiones con razones matemáticas dio origen a las dos categorías finales.

Las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta también permitieron reconocer las estrategias (matemáticas o no) puestas en práctica por los participantes para tomar su decisión, algunos ejemplos de ellas son:

Building up: “El Chicharito” Hernández porque en menos partidos anotará más goles que Omar Bravo y si Chicharito jugara 17 partidos con ese patrón, metería entre 9 y 10 goles.

Comparación de razones: El Chicharito  $\frac{3}{5} = \frac{10}{17}$ . En menor número de partidos anotó más a comparación de Omar Bravo que a pesar de que son más goles fueron casi más (sic) del triple de partidos.

Comparación de porcentajes: [Javier Hernández] Anota con mayor facilidad que Omar Bravo ya que el promedio de gol de cada uno es el siguiente:

Omar Bravo 0.411

Javier Hernández 0.6

Comparación de razones y porcentajes: “El Chicharito” Hernández

$$O = \frac{7}{17} \quad C = \frac{3}{5}$$

$$\frac{7}{17} = .41\% \quad \frac{3}{5} = .6\%$$

Extra-matemáticos y comparación de razones: Anotó 3 goles en 5 partidos, así que me convendría que anotaran en menos partidos que más goles, prefiero que sean menos goles y menos partidos a más goles y más partidos.

Extra-matemáticos y comparación de porcentajes: Omar Bravo tiene más continuidad o sea que tiene un porcentaje más alto al meter gol.

En complemento a lo ya mencionado, las explicaciones ofrecidas por los alumnos permitieron identificar las razones y sustentos con base en las cuales los participantes tomaron su decisión. Gracias a esto, fue posible definir su respuesta como:

Matemática: Las respuestas que sólo toman en cuenta juicios matemáticos.

Extra-matemática: Afirmaciones nacidas de percepciones no matemáticas.

Extra-matemática – matemática: Contestaciones que contemplaron análisis matemáticos y creencias ajenas a este ámbito.

#### *Análisis cuantitativo*

En la Tabla 1 se muestra una síntesis de los resultados obtenidos en la primera pregunta. En ella es posible observar que el porcentaje de participantes tendientes a recurrir a estrategias de tipo relativo (cuando el planteamiento no les induce a ello) parece incrementarse conforme lo hacen los años estudiados, pasando del 51.6% en alumnos de tercer grado de secundaria al 80% en estudiantes que ya concluyeron su educación media superior y han finalizado el primer año de su formación profesional como docentes de matemáticas.

¿Cuál de los dos anotó más goles?				
	Relativo		Absoluto	
	Participantes	%	Participantes	%
Secundaria	16	51.6	15	48.4
Docentes en formación	8	80	2	20

Tabla 1

La tabla 2 muestra los porcentajes de respuestas cuando el planteamiento está diseñado para inducir el proceder de los participantes hacia el razonamiento relativo; en ella se observa que, tanto en el grupo de los estudiantes de secundaria como en el de los docentes en formación, el porcentaje de razonamientos absolutos disminuye, elevándose los juicios con tendencia relativa en un 20% en docentes en formación y en casi 26% en estudiantes de secundaria. En la tabla 2, también sobresale que los docentes en formación ya no eligen como respuesta una de tipo absoluto.

Si tú fueras Director Técnico ¿Qué jugador te convendría más contratar?						
	Relativo		Absoluto		Fuera de las opciones	
	Participantes	%	Participantes	%	Participantes	%
Secundaria	23	77.4	6	19.3	1	3.2
Docentes en formación	10	100	-	-	-	-

Tabla 2

Las justificaciones ofrecidas por los participantes en la tercera pregunta permitieron identificar si el razonamiento que llevaron a cabo fue de tipo relativo, absoluto, en transición, extra – matemático o una mezcla de esta última con las primeras dos. Lo encontrado, a ese respecto, se muestra en la tabla 3.

¿Por qué? – Tipo de respuesta										
	Relativo		En transición		Extra - matemático		En transición y Extra - matemático		Absoluto y Extra matemático	
	#	%	#	%	#	%	#	%	#	%
Secundaria	6	19.3	9	29	10	32.3	3	9.7	3	9.7
Docentes en formación	8	80	2	20	-	-	-	-	-	-

Tabla 3



Es importante destacar el hecho de que ningún alumno recurrió a juicios extra-matemáticos a la par que llevara a cabo un procedimiento que involucrase razonamientos de tipo relativo.

La misma pregunta tres posibilitó identificar las distintas estrategias utilizadas por los participantes al hacer sus afirmaciones, siendo la práctica matemática más recurrente (tanto en estudiantes de secundaria como en docentes en formación) la comparación de razones.

¿Por qué? – Estrategia utilizada															
	Building up		Porcentaje		Razón		Razón y porcentaje		Extra-matemático y porcentaje		Extra – matemático y razón		Extra - matemático		
	#	%	#	%	#	%	#	%	#	%	#	%	#	%	
Secundaria	3	9.7	1	3.2	1	32.0	3	1	3.2	2	6.4	4	12.9	10	32.3
Docentes en formación	2	20	3	30	4	40	1	10	-	-	-	-	-	-	

Tabla 4

Es importante destacar el hecho de que los estudiantes que recurrieron a motivos extra-matemáticos en añadidura a comparación de porcentajes o razones, si bien implican estos procedimientos en sus redacciones, no explicitaron cálculos que soportasen sus análisis.

Un análisis de las justificaciones expuestas por los participantes permitió identificar si la naturaleza de sus razones se encontró en el campo de la matemática o no. En la Tabla 5 aparece el concentrado de la información correspondiente, en ella se reafirma algo que se hizo presente en las tablas 3 y 4, y es que más del 50% de los estudiantes (16 de 31) aluden a motivos extra-matemáticos (en mezcla con otros o no) para justificar su respuesta a la pregunta que se les planteó.

Razones subyacentes a la última respuesta						
	Matemáticas		Matemáticas y Extra -matemáticas		Extra - matemáticas	
	Participantes	%	Participantes	%	Participantes	%
Secundaria	15	48.4	6	19.4	10	32.3
Docentes en formación	10	100	-	-	-	-

Tabla 5

Llama la atención el hecho de que, de los 16 participantes del nivel secundaria que recurren a motivos extra – matemáticos, 12 dieron una respuesta clasificada como absoluta en la primera pregunta.



## CONCLUSIONES

La estrategia matemática empleada con mayor frecuencia, tanto en docentes en formación como en estudiantes de secundaria, fue la comparación de razones; sin embargo, es necesario destacar que (en el caso de los estudiantes de secundaria) las respuestas extra – matemáticas obtuvieron el mismo número de contestaciones (10 respuestas, equivalentes al 32.3%).

En consideración a lo registrado en las preguntas uno (cuando el planteamiento no les orilla a razonar de manera relativo) y la segunda pregunta (cuando el problema les induce a hacer comparaciones en las que equiparen cuántas veces una cantidad es la otra, razonamiento de tipo relativo), el incremento del porcentaje de quienes recurren a estrategias relativas en la pregunta dos, permite afirmar que los alumnos son sensibles a los planteamientos que se les proponen y responden a los requerimientos que éstos les exigen. De manera que las tareas que les planteen los profesores pueden coadyuvar a que la totalidad de los estudiantes que concluyen su Educación Básica sean capaces de comprender y aplicar nociones y relaciones que involucren proporcionalidad.

Dado que los futuros docentes de matemáticas evidencian razonamientos de tipo relativo en mayor porcentaje que los estudiantes de secundaria y ninguno de ellos recurrieron a argumentos extra-matemáticos, presumiblemente serán capaces de elaborar instrumentos que fomenten análisis de tipo relativo.

Es de suma importancia destacar el hecho de que ningún participante (estudiante de secundaria o docente en formación) apeló a afirmaciones extra-matemáticas a la par que explicitara un razonamiento de tipo relativo. Por otro lado, los estudiantes que sí recurren a motivos ajenos a las matemáticas ¿Por qué lo hacen? ¿Es posible que, al no explicitar hechos cuantificables, necesiten complementar sus afirmaciones con juicios nacidos fuera del ámbito matemático? Las razones se desconocen y su búsqueda puede quedar para investigaciones futuras.

## REFERENCIAS

- Bertely, M. (2013). *Conociendo nuestras escuelas. Un acercamiento etnográfico a la cultura escolar*. México: Paidós, p.54.
- Corbin, J. y Strauss, A. (2015). *Basics of qualitative research. Techniques and procedures for developing Grounded Theory. Fourth edition*. Estados Unidos: SAGE, p.64.
- Fernández, A. (2009). *Razón y proporción. Un estudio en la Escuela Primaria*. España: Departament de didàctica de la Matemàtica Universitat de Valencia.
- Lamon, S.J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Estados Unidos: Lawrence Erlbaum, Associates Publishers.
- Sánchez, C. (2015) *Caracterización de las definiciones, problemas y estrategias utilizadas en el estudio del razonamiento proporcional en la escuela secundaria*. (Tesis de maestría). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
- Secretaría de Educación Pública (2011a). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Primaria. Primer Grado*. México: SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, p. 84.
- Secretaría de Educación Pública (2011b). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria. Matemáticas*. México: SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, p. 14