

EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES DE COMUNICACIÓN DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO DESDE LA EXPLORACIÓN DE REPRESENTACIONES GRÁFICAS NO ESTEREOTIPADAS

**CLAUDIA INZURRIAGA MARTELL
FERNANDO BERNAL ACEVEDO**

ESC. NORMAL RURAL "JUSTO SIERRA MÉNDEZ"

TEMÁTICA GENERAL: EDUCACIÓN EN CAMPOS DISCIPLINARES.

MATEMÁTICAS

RESUMEN

El presente trabajo de investigación busca establecer las principales características que debe reunir una situación didáctica para favorecer el desarrollo de las habilidades de comunicación del conocimiento geométrico. Se les planteó a un grupo de niños de entre 10 y 11 años de edad (5o grado de la escuela primaria) una situación que implicaba la descripción de figuras trazadas sobre el terreno (figuras de Nazca) tratando de asumir un lenguaje geométrico vinculado a la primera dimensión de este conocimiento. Los resultados obtenidos en la aplicación y el análisis de la situación didáctica, sugieren que la adquisición del lenguaje geométrico requiere de un proceso que va más allá de encontrar el equivalente convencional de algunas expresiones del lenguaje común. Nuestra investigación, sugiere que en la adquisición del lenguaje geométrico por parte del niño es importante que pueda explorar los conceptos en un contexto en el cual pueda analizarlos desde diferentes perspectivas y a partir de diversas representaciones, sobre todo de aquellas que se alejan de la presentación de conceptos en forma estereotipada.

Palabras clave: Geometría, didáctica, habilidades, comunicación

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo forma parte de un estudio didáctico más amplio con niños del nivel de educación primaria sobre el desarrollo de las habilidades de comunicación en las distintas dimensiones del conocimiento geométrico. En esta ponencia se analizan los resultados de una situación didáctica que plantea a los niños el reto de describir, en los términos del lenguaje geométrico, imágenes de figuras trazadas sobre el terreno.

Se ha señalado que la geometría tiene su origen como ciencia empírica en la solución de problemas prácticos como lo fue la necesaria reconstitución de los límites de los terrenos después de las crecidas anuales del río Nilo en el antiguo Egipto (Gálvez, 1994). El estudio de la geometría ha permitido desde entonces, la exploración y la descripción del espacio que percibimos. Muchas de las formas presentes en la naturaleza como las formas elípticas o espirales de las galaxias o de fenómenos climáticos como los huracanes pueden ser descritos mediante los conceptos abstractos que forman parte hoy en día del conocimiento geométrico (Godino, 2002). Sin embargo, la geometría en su estado actual, constituye un conjunto de proposiciones y conceptos que si bien partieron de la resolución de problemas prácticos, se ha constituido como un cuerpo de conocimiento estructurado fundamentalmente por la vía de la deducción (Gálvez, 1994; Godino, 2002).

La geometría supone también el desarrollo de habilidades intelectuales que constituyen herramientas básicas para estructurar y describir con éxito el espacio que nos rodea. García y López (2008) hacen referencia, dentro de las habilidades del conocimiento geométrico, a las habilidades visuales, de dibujo, lógicas o de razonamiento, de aplicación o transferencia y entre ellas destacamos la habilidad de comunicación del conocimiento geométrico, problemática central en el presente trabajo. El desarrollo de esta habilidad supone la apropiación de un lenguaje que refleje la construcción y comprensión de los términos y conceptos geométricos que va adquiriendo sentido en la medida en que sea necesario expresar o interpretar características o propiedades de cuerpos, figuras y líneas para describir el espacio que percibimos. Es sin duda, una operación cognitiva compleja que no se reduce únicamente a encontrar los equivalentes en el lenguaje geométrico de las expresiones del lenguaje común (García y López, 2008).

Aunque la geometría es una de las ciencias más antiguas y su enseñanza se ha ejercido también desde la antigüedad, es mucho lo que falta aún por indagar en torno a su didáctica. Varios autores coinciden en que desde hace algunos años la enseñanza de la geometría ha ido perdiendo importancia dentro de la enseñanza de las matemáticas y se le concede cada vez menos atención en comparación al trabajo con las matemáticas numéricas. Altman, Comparatore y Kuzrok (2009) han señalado, en este sentido, que existe en la actualidad un cierto desconocimiento acerca de cuál

debería ser el objetivo de su enseñanza, de sus propósitos y de la manera que debe ser introducida en el aula. García y López (2008) mencionan, por su parte, que a pesar de los avances que ha tenido la didáctica de las matemáticas y de la geometría, a partir de la reforma de 1993 en México, aun en la actualidad las prácticas de enseñanza de los docentes de educación básica son limitadas e incluso se sigue recurriendo a la memorización de conceptos y fórmulas. Moriena y Scaglia (2003) refiriéndose a los contenidos de los libros de texto, encuentran además, que la enseñanza de la geometría sigue partiendo de la memorización de conceptos y del análisis de figuras en representaciones estereotipadas.

En suma y a pesar de que en los últimos años se ha hecho un esfuerzo por “rehabilitar” la enseñanza de la geometría y otorgarle un lugar preponderante en la clase de matemáticas, en el presente existen pocas propuestas didácticas que aborden perspectivas novedosas para su enseñanza. De la misma manera, son escasos los trabajos que analizan y describen los procesos mediante los cuales el niño adquiere el lenguaje geométrico convencional.

En este trabajo hemos reflexionado acerca de la enseñanza de la geometría y nos hemos guiado por la inquietud de encontrar ¿Cuáles son las características principales que debe reunir una situación didáctica para favorecer el desarrollo de las habilidades de comunicación de conocimiento geométrico? Tratando de dar respuesta a nuestra pregunta de investigación pensamos, a manera de hipótesis, que las situaciones didácticas deben permitir a los sujetos explorar las propiedades geométricas desde un contexto que les dé significado y que propicie el pasaje de la utilización de un lenguaje cotidiano a la apropiación de un lenguaje geométrico más convencional. El objetivo de nuestro estudio es, entonces, establecer de qué manera las representaciones no estereotipadas pueden favorecer el desarrollo en el niño de un lenguaje geométrico convencional.

DESARROLLO

La adquisición y desarrollo de un lenguaje geométrico convencional puede situarse en la problemática más general de la adquisición por parte de los sujetos de registros semióticos de representación y expresión (Duval 2004, cit. por Oviedo y Kanashiro, 2012). Se trata en este caso del dominio de formas diversas de representación de los aspectos de un conocimiento, en nuestro caso del conocimiento geométrico, mediante signos y notaciones de diversa naturaleza.

El estudio de la manera en la cual se construyen estas representaciones es relevante si se establece, como se ha señalado, que los objetos matemáticos y en particular los conceptos de la geometría no son objetos reales u objetos en sí sino entidades abstractas accesibles solamente a partir de las diversas formas de representación (Duval 2004; Oviedo y Kanashiro, 2012). La comprensión de los conceptos matemáticos pasa entonces por su estudio a partir de las formas de

representación que los hacen accesibles. En términos de Duval (2004), para que exista una noética debe haber una semiótica, es decir, para que el alumno adquiera un conocimiento matemático, debe construir y utilizar diferentes registros de representación que le permitan comprender y utilizar dicho conocimiento.

En el aspecto metodológico, el presente estudio ha seguido los principios fundamentales de la ingeniería didáctica como metodología de investigación (Artigue, 1995). Esto es el diseño, la puesta a prueba y el análisis posterior de una serie de situaciones didácticas que en nuestro caso tienen la finalidad de acercar al niño a la apropiación de conceptos geométricos y al desarrollo de habilidades para la comunicación de dicho conocimiento.

La situación didáctica que aquí se reporta fue contextualizada en la descripción de las enigmáticas figuras monumentales trazadas en el desierto por la antigua cultura de Nazca en Perú (Figura 1). Se trataba de que los niños asumieran un rol como “arqueólogos” y exploraran las figuras para después construir una exposición tratando de explicar a sus compañeros las características de dichas figuras en términos de las propiedades de la primera dimensión del conocimiento geométrico. Esta situación propició que los estudiantes se esforzaran por hacer uso de un lenguaje geométrico y construyeran a partir de la reflexión de las diferentes propiedades de las figuras, un nuevo registro semiótico de representación.



Figura 1. Líneas de Nazca. “Mono” y “ave”.

En el diseño de las situaciones se consideraron relevantes algunas variables como la forma de comunicación empleada para referirse a las propiedades y relaciones de los objetos y por otro lado, las distintas dimensiones del conocimiento geométrico. En este trabajo en particular se abordaron solamente conocimientos relativos a la primera dimensión, es decir, aquellos que se refieren principalmente a los distintos tipos de líneas.

Para el análisis de las respuestas y los procedimientos de los niños dentro de las situaciones se contó con registros detallados de cada una de las sesiones de trabajo así como los productos derivados de dichas sesiones.

Se trabajó con niños de una escuela primaria pública que cursaban el 5° grado de educación primaria, con edades comprendidas entre los 10 y 11 años de edad. En razón del rango de edad y trayectoria dentro de la escolaridad, asumimos que todos ellos contaban con acercamientos previos al conocimiento geométrico pero sin oportunidades frecuentes de participar en situaciones que implicaran la comunicación de dicho conocimiento.

Al analizar las descripciones que hacen los niños para responder al reto planteado por la situación, pudimos dar cuenta de cómo hacen un esfuerzo por incorporar en ellas elementos propios de un lenguaje geométrico. Se muestra a continuación un fragmento de diálogo entre los integrantes de uno de los equipos en el cual se puede apreciar la utilización que hacen del concepto geométrico de líneas perpendiculares para tratar de describir un conjunto de líneas constitutivas de un dibujo que, sin embargo, cumplen sólo parcialmente con las condiciones necesarias para este concepto en su definición convencional.

Rutilo: La figura tiene 15 líneas perpendiculares y 16 líneas paralelas.

Maestra: ¿Cuáles serían las líneas perpendiculares?

Daniel: Todas éstas. (Señaló varias líneas de la figura)

Maestra: ¿Por qué creen que esas líneas son perpendiculares?

Daniel: Porque se cruzan.

Maestra: Sí así es, cumplen con una de las características de las líneas perpendiculares. Pero, ¿cuáles son las demás características?

Michel (de otro equipo): ¡No maestra! Esas líneas de la figura no son perpendiculares.

Maestra: ¿Por qué Michel?

Michel: Las perpendiculares miden 90° y esas no miden eso, lo'luego se ve porque están así (Con sus manos forma el trazo de las figuras).

Las respuestas de algunos de los niños del equipo nos dejan ver la utilización parcial que hacen del concepto de líneas perpendiculares para dar cuenta de las propiedades de una de las figuras observadas. En la explicación de dichas propiedades parece jugar, en primera instancia, la percepción visual más directa: “son líneas perpendiculares porque se cruzan”. La participación de Michel pone en juego la otra condición necesaria para que pueda considerarse a las líneas observadas en la figura como perpendiculares: que se crucen pero en un ángulo de 90° . Esta observación de Michel plantea al equipo la necesidad de revisar si el concepto geométrico utilizado es pertinente para describir de forma adecuada las características de la figura y suscita una reflexión tanto sobre la figura analizada como de la propia definición del concepto. Esta revisión plantea la necesidad de una comprobación matemática para verificar que los trazos de la figura cumplen, efectivamente, con dichas condiciones, sin embargo, esta comprobación no se realiza por el momento.

La utilización parcial de un concepto geométrico a partir de la consideración de propiedades en mayor medida derivadas de la percepción visual se puede apreciar, de igual manera, en las descripciones realizadas por los niños de este mismo equipo con respecto a la presencia en las figuras de un conjunto de líneas que son consideradas inicialmente como ángulos rectos. Esta consideración no parte, al igual que en el ejemplo anterior, de la necesidad de la comprobación matemática.

Daniel: La figura del monito también tiene nueve ángulos agudos, tres ángulos obtusos y sólo uno recto.

Camilo: (Integrante de otro equipo) ¡No es cierto! Tiene como tres ángulos rectos, ¿verdad maestra?

Maestra: A ver Camilo, pasa a señalar los tres ángulos rectos que mencionas.

Camilo: (Pasó y señaló los ángulos)

Se solicitó al equipo expositor que midiera con el transportador los tres ángulos señalados. (Los ángulos midieron 105, 100 y 90 grados)

Rutilo: Entonces la figura del mono sí tiene un ángulo recto como decíamos nosotros.

Camilo: Sí, pero no era el que ustedes decían.

Maestra: Así es. Sí hay un ángulo recto y ya se comprobó cuál es. ¿Por qué consideraron cómo recto el otro ángulo?

Rutilo: Porque parecen rectos.

Camilo: Sí maestra. Es que uno los ve y así parecen.

La introducción de la comprobación matemática en un momento dentro de la situación agrega mayor certeza a la decisión de utilizar la noción de ángulo recto para describir el conjunto de figuras analizado. No obstante, los niños parecen seguir confiando en el tratamiento de las figuras a partir de una percepción visual directa e inmediata. En ese sentido, las consideraciones adicionales sobre las propiedades de los ángulos rectos que se van introduciendo en la discusión, no se incorporan de manera inmediata al lenguaje utilizado para la descripción de las figuras.

En las respuestas de otro equipo encontramos la utilización por parte de los niños de un concepto geométrico ligado a una representación gráfica estereotipada del concepto de líneas paralelas que, como se ha señalado, puede observarse con cierta frecuencia en diversas prácticas de enseñanza. El siguiente diálogo de la exposición del equipo nos muestra que al abordar una figura en la que cambia un poco la representación habitual de las líneas paralelas, los integrantes del equipo muestran dificultad para determinar si cumplen o no con las características y propiedades de este tipo de líneas.

Eduardo Antonio: Tiene 15 líneas paralelas. (Señaló en la lámina de la figura las líneas que él consideraba paralelas)

Andrew: (Integrante de otro equipo) No es verdad maestra. No son paralelas

Maestra: ¿Por qué Andrew?

Andrew: Porque no miden lo mismo. (Se levantó de su banca y señaló la longitud de las líneas) Por ejemplo aquí, una está más larga que otra y las líneas paralelas miden lo mismo.

Maestra: ¿Cuáles son las características de las líneas paralelas Andrew?

Andrew: (Formó el trazo con su mano) Son así y miden lo mismo.

Maestra: ¿Alguien tiene otra idea de las líneas paralelas?

Joaquín: Son líneas que nunca se juntan.

Maestra: Muy bien. Las líneas paralelas son líneas que nunca se juntan. ¿Por qué creen que no se junten?

Andrew: ¿Puedo pasar al pizarrón para preguntarle algo maestra?

Maestra: Sí, adelante, pasa.

Andrew: Si están así. (Trazó dos líneas paralelas de longitud diferente) ¿También son paralelas?

Maestra: ¿Cumplen con las características de las líneas paralelas?

Andrew: Pues son dos líneas que están separadas igual. Pero es que no miden lo mismo.

Maestra: A ver, las líneas paralelas son dos líneas que por más que se prolonguen nunca se van a juntar.

Andrew: Éstas no se pueden juntar maestra, pero es que una es más pequeña que otra.

Maestra: Pero según sus características ese par de líneas ¿son paralelas o no?

Andrew: Pues sí, porque no se pueden juntar.

El uso de un lenguaje parcialmente convencional por parte de los estudiantes refleja que éste se deriva en mayor medida de la comprensión también parcial que han alcanzado de los conceptos geométricos. Se observa cómo algunos de los niños del equipo se aferran a una definición de líneas paralelas muy ligada a la representación habitual de este tipo de líneas mediante segmentos de igual tamaño. La observación de que las paralelas son líneas que por más que se prolonguen nunca se juntan y que se deriva de una conceptualización más profunda del concepto resulta en ese momento difícil de integrar para los niños.

Los términos utilizados en un primer momento en la descripción de la figura por parte de los niños provienen principalmente de la percepción visual inmediata de la representación gráfica observada. Sin embargo, la naturaleza de la situación didáctica planteada los lleva poco a poco a considerar otras propiedades más abstractas del tipo de línea en cuestión y que no se derivan de la observación inmediata. En otras palabras, la anotación que se hace durante la intervención de que las paralelas son líneas que por más que se prolonguen nunca se van a juntar tiene sentido solamente si comienza a contemplarse desde una conceptualización más abstracta, desligada en alguna medida de la percepción visual más directa.

Veamos finalmente la utilización que hacen los niños del concepto de circunferencia para intentar describir las propiedades de una figura (El mono) con abundantes líneas curvas, en algunas partes cercanas a la forma de espiral.

Brenda: El mono también tiene nueve circunferencias. (Señaló con su mano la cabeza y la cola del mono)

Maestra: ¿Esas serían circunferencias?

Brenda: Sí, esas son. Mire como están, las circunferencias son lo de afuera del círculo. (Respondió muy segura)

Maestra: Sí, podría decirse que la circunferencia es una línea que rodea al círculo. ¿Alguien recuerda que otra característica tenía esa línea?

Rutilo: Tiene que medir lo mismo todas las partes de la línea al centro.

Maestra: Sí, muy bien. La distancia del centro a cada punto que forma la circunferencia debe ser la misma. En el caso de la colita del mono por ejemplo, la primera línea ¿mide lo mismo desde cualquier punto al centro?

Yohana: Yo creo que no.

Maestra: Que les parece si comprobamos. Marquen un punto en el centro de la figura y midan a diferentes puntos de la línea curva.

Daniel y Yohana: (Midieron con una regla y fueron anotando las cantidades en el pizarrón)

Maestra: Después de comprobar las medidas de diferentes puntos de la línea con respecto al centro, ¿podemos decir que es una circunferencia?

Rutilo: No maestra. ¿Pero entonces qué serían esas líneas?

Maestra: ¿Cómo se le puede llamar a una línea que no sigue un trayecto recto?

Daniel: ¿Curva? (Preguntó con inseguridad)

Maestra: ¡Sí, muy bien Daniel! son trazos de líneas curvas.

Rutilo: Pero se ven muy bien maestra. Yo creo que ellos eran muy inteligentes porque están casi perfectas.

La discusión del equipo refleja los esfuerzos por utilizar conceptos geométricos para intentar describir las propiedades de la figura, sin embargo, parece claro que esta descripción toma todavía como punto de partida una percepción general de la figura. Esta percepción inicial los lleva a considerar de manera un tanto apresurada que la forma observada puede ser descrita en los términos de una circunferencia. Aquí como en la situación anterior, la pertinencia de intervenciones como la de Rutilo que exige una mayor precisión en el concepto por los resultados de la comprobación, los lleva

finalmente a determinar que quizá el concepto elegido no es el más pertinente para la descripción de la figura.

Vemos entonces una relación muy estrecha entre la conceptualización que han alcanzado y las posibilidades de incorporar las distintas condiciones de los conceptos geométricos dentro del lenguaje utilizado para llevar a cabo las descripciones.

El reto planteado por la situación lleva a los niños a someter a prueba el conocimiento geométrico que han construido hasta el momento y a tomar en cuenta con más precisión las condiciones necesarias de cada uno de los conceptos. Es en este sentido que consideramos que las formas observadas, al no aproximarse a representaciones prototípicas, inducen a los niños no solamente a precisar los conceptos utilizados sino a incorporarlos de manera más precisa en sus descripciones.

Para dar respuesta a las preguntas y a las demandas de la situación planteada, los niños recurren en primera instancia a un lenguaje común con apoyo, en algunos casos, de recursos de representación simbólica sin embargo, sus descripciones enfrentan retos importantes al no ajustarse a representaciones geométricas demasiado habituales. Esto es así, en nuestra apreciación, porque tratan de expresar propiedades y elementos que se derivan, como lo hemos señalado, de la percepción visual directa. Es solamente hasta que se encuentran en la necesidad de expresar propiedades más abstractas y que no se derivan de la experiencia visual cuando comienza aparecer en sus descripciones un lenguaje geométrico más elaborado.

Por otra parte, la posibilidad de la medición para llevar a cabo una comprobación matemática, brinda a los estudiantes la oportunidad de reconocer otro tipo de propiedades más allá de su percepción inmediata. La comprobación matemática tiene, no obstante, sus propios retos y dificultades y es importante que los niños desarrollen poco a poco habilidades específicas en el manejo de instrumentos de medición que les permitan realizar las comprobaciones y demostraciones necesarias.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha tratado de mostrar el potencial de la situación didáctica propuesta para generar en los niños la necesidad de utilizar un lenguaje geométrico más convencional. Los conceptos geométricos son conocimientos abstractos que requieren de una representación para poder ser enseñados. Consideramos que la adquisición del lenguaje geométrico en los niños, parece seguir un proceso de construcción en donde los términos utilizados en las descripciones van adquiriendo sentido en la medida en que resultan necesarios para expresar características y propiedades geométricas más abstractas. En razón de ello, pensamos que la adquisición de este lenguaje va más allá de la simple

sustitución por expresiones matemáticas más convencionales de términos presentes en el habla cotidiana de los niños.

La experiencia desarrollada con los niños de nuestro estudio nos permite suponer que es recomendable proponerles situaciones didácticas que les planteen la necesidad de explorar y analizar los conceptos geométricos desde representaciones gráficas no estereotipadas. Hemos visto la utilidad que tiene desde el punto de vista didáctico, el enfrentar a los niños a representaciones gráficas alejadas de las formas más habituales y recurrentes.

En geometría, se sugiere acompañar las argumentaciones y conceptos de demostraciones. Creemos que la posibilidad de comprobación matemática parece ser uno de los aspectos que favorece el aprendizaje geométrico. Pensamos que la comprobación con mediciones puede propiciar que los estudiantes usen en mayor medida un lenguaje geométrico y abandonen poco a poco las primeras ideas que han construido con base en su apreciación visual. En este sentido, cobra relevancia la pertinencia de darle un lugar primordial a la comprobación matemática dentro de las situaciones didácticas.

Este trabajo pretende constituir una aportación al conocimiento didáctico de la enseñanza de las matemáticas en general, y de la geometría en particular, en el sentido de buscar establecer como relevante las características de las situaciones didácticas que favorecen el proceso de construcción de las habilidades de comunicación del conocimiento geométrico. Consideramos que la situación didáctica desarrollada, las reflexiones derivadas del proceso de reconstrucción y el análisis de las respuestas y procedimientos manifestados por los estudiantes, contribuyen al logro de este esfuerzo por rehabilitar la enseñanza de la geometría.

REFERENCIAS

- Altman, S., Comparatore, C. y Kurzrok, L. (2009). "Geometría en el primer ciclo". *12ntes*. No 3. Año 1. (<http://ecaths1.s3.amazonaws.com/novedadesdocentespsol/12ntes-digital-3.pdf>)
- Artigue, M. (1995). "Ingeniería didáctica" En: *Ingeniería didáctica de la educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, pp. 33-60. México, Iberoamericana.
- Duval, R. (2004) *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Universidad del valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, GEM.
- Galvez, G. (1994). "La Didáctica de las matemáticas". En: Cecilia Parra e Irma Saiz (Comps.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y Reflexiones*, pp. 39-63. Buenos Aires, Paidós.
- Galvez, G. (1994). "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de geometría en la escuela elemental". En: Cecilia Parra e Irma Saiz (Comps.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y Reflexiones*, pp. 273-299. Buenos Aires, Paidós.
- García, S., López, O. (2008) *La enseñanza de la geometría*. México, Instituto Nacional Para la Evaluación.
- Godino, J. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada, Universidad de Granada.
- Guirette, R., Zubieta, G. (2010) "Lectura y construcción que hacen algunos profesores del diagrama o dibujo geométrico en el quehacer matemático". *Educación matemática*, vol. 22, no.2, México.
- Moriena, S., S. Scaglia (2003), "Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría", *Educación Matemática*, vol. 15, núm. 1, abril 2003,.
- Moriena, S., S. Scaglia (2005) "Prototipos y estereotipos en geometría", *Educación Matemática*, vol. 17, núm. 3, diciembre 2005.