



EL PAPEL DE LOS DIBUJOS DE LOS ESTUDIANTES EN LA COMPRESIÓN DE LA SITUACIÓN PLANTEADA EN UN PROBLEMA VERBAL DE MATEMÁTICAS

Manuel Ponce de León Palacios
Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla

José Antonio Juárez López
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Área temática: Educación en campos disciplinares.

Línea temática: El análisis cognitivo de la construcción, comunicación y desarrollo de conocimientos disciplinares.

Tipo de ponencia: Reportes parciales o finales de investigación.

Resumen:

La teoría relacionada al uso de representaciones para resolver problemas de matemáticas indica que los estudiantes pueden sacar provecho del uso de representaciones, sin embargo los hallazgos muestran que solo cierto tipo de representaciones serán útiles para resolver cierto tipo de problemas. Este estudio, que forma parte de la investigación de una tesis doctoral en proceso, realiza un análisis cualitativo de dibujos de estudiantes al resolver un problema verbal de área para analizar la utilidad de las representaciones gráficas en la comprensión de la situación que plantea el problema. Los participantes del estudio fueron 30 estudiantes de tercer grado de secundaria de una escuela pública ubicada en Puebla, México. El estudio encontró que los estudiantes tienen dificultad para construir adecuadamente el modelo a partir del problema verbal, presentan problemas para representar las proporciones de los objetos y no logran llegar a la solución correcta. Estos hallazgos sugieren que los estudiantes reconocen la utilidad del dibujo en la solución de problemas, sin embargo presentan algunas dificultades para sacar el máximo provecho de ellos, posiblemente por la falta de práctica con diferentes representaciones en el aula. De igual forma, se refuerza la importancia de las transiciones que realizan los estudiantes entre diferentes modos de representación como medio para comprender el uso efectivo del dibujo en la solución de problemas verbales de matemáticas.

Palabras clave: Solución de problemas, Enseñanza de las matemáticas, Geometría, Representación.

Introducción

Las situaciones de los problemas de matemáticas no pueden ser descritas en forma de números exclusivamente. Para describir una situación contextualizada es necesario el uso de palabras. Por esta razón es común que los estudiantes tengan que lidiar con una forma particular de texto que incluye la descripción de una situación y los datos necesarios para configurar ciertas operaciones matemáticas y resolverlas, estos son los problemas verbales de matemáticas. La tarea de resolver problemas verbales puede ser enriquecedora para la comprensión; sin embargo, requiere del desarrollo de conocimientos extra matemáticos, que incluyen competencias de interpretación y representación. La solución de problemas matemáticos y las tareas de modelización requieren que el estudiante aplique saberes que no son exclusivos de las matemáticas, sino también conocimientos del mundo real adquiridos a través de la experiencia (Vicente & Orrantia, 2007).

Un conjunto de habilidades que es esencial para resolver problemas verbales de matemáticas se refiere a la capacidad de construir puentes entre los dominios real y matemático, es decir modelar matemáticamente. Sobre el proceso de modelización matemática, varios autores han resaltado la importancia de construir un modelo de la situación como parte del proceso (Borromeo Ferri, 2006) ya que la construcción de este modelo facilita el entendimiento del problema (Cummins, Kintsch, Reusser, & Weimer, 1988), elevando los niveles de claridad sobre la situación y la tarea que derivan del texto.

Desarrollo

Marco teórico

Representaciones mentales de la situación

Cuando se lleva a cabo una tarea relacionada a la comprensión del lenguaje escrito, es necesario construir una representación de la situación descrita en el texto (Nesher, Hershkovitz, & Novotná, 2003; Zwaan & Radvansky, 1998). Tal es el caso de la solución de problemas verbales de matemáticas. La importancia del modelo de situación en la solución de problemas radica en su contribución al entendimiento del texto, “los estudiantes, primero necesitan entender la situación del problema a fin de que puedan construir un modelo matemático correcto” (Rellensmann, Schukajlow, & Leopold, 2016).

Los modelos mentales (Johnson-Laird, 1983), modelos situacionales (van Dijk & Kintsch, 1983), o representaciones mentales de la situación (Borromeo Ferri, 2006) emergen de la interacción con el texto y son el resultado de la información que proveen los enunciados más los conocimiento previos del mundo que posee el lector (Tapiero, 2007; van Dijk & Kintsch, 1983; Zwaan & Radvansky, 1998). Entender el problema implica tener una conciencia clara de la situación, sus elementos y la manera en que se relacionan entre sí. Para ello, es esencial tener un cierto nivel de claridad sobre los componentes que constituyen estas representaciones mentales.

De acuerdo con van Dijk y Kintsch (1983), el modelo de situación adquiere particular relevancia cuando se lee un texto con el fin de realizar una tarea específica, como es el caso de la solución de problemas de matemáticas. Esto, debido a que en el proceso de resolver un problema verbal lo que funciona como base no es el texto, sino el modelo que se construye a partir de él. Se debe poner particular atención a esto, ya que como lo apuntan los autores “las estrategias que se utilizarán para el entendimiento de problemas verbales de matemáticas son poco comunes: son tan poco comunes que deben ser enseñadas en la escuela” (van Dijk & Kintsch, 1983, p. 364). Un error frecuente en la enseñanza de las matemáticas es el dar por sentado que los estudiantes poseen todas las habilidades necesarias para procesar un problema verbal de manera adecuada y producir un modelo de la situación coherente (Tapiero, 2007), así como suponer que poseen el conocimiento para seleccionar y construir las representaciones apropiadas para la tarea.

Visualización

La visualización ha probado ser una herramienta útil para la comunicación, el pensamiento y el aprendizaje (Ainsworth, Prain, & Tytler, 2011; Schnotz, 2002). Las matemáticas son abstractas por naturaleza, lo cual hace que dependan en gran medida de sistemas de representación que permiten hacer visibles sus objetos y conceptos. La contribución de la visualización a la educación matemática es innegable: sin embargo, vale la pena notar que para hacer un uso efectivo de esta herramienta en la solución de problemas, el estudiante requiere desarrollar conocimientos previos y habilidades cognitivas específicas (Schnotz, 2002). De ahí la importancia de enseñar a los estudiantes “habilidades visuales y espaciales que apuntalan el éxito en matemáticas, especialmente en un repertorio particular –el de los diagramas y las representaciones esquemáticas” (Edens & Potter, 2007, p. 284).

Marco metodológico

Método de obtención de datos

El problema de investigación radica en el uso de los dibujos de los estudiantes como parte del proceso de solución de un problema verbal de matemáticas que requiere una comprensión de la situación. Con el análisis de los dibujos realizados por los estudiantes se busca responder a la pregunta: ¿cómo ayudan las características de los dibujos que realizan los estudiantes a comprender la situación de un problema de área en el que no se explicita la figura? Por lo que el objetivo de la investigación es analizar la relación que guardan los dibujos y sus características con la comprensión de la situación de un problema verbal de matemáticas.

Participantes

Los participantes fueron 30 estudiantes comenzando tercer grado de secundaria en una escuela Pública. La edad promedio de los estudiantes fue 14 años.

Procedimiento

Se desarrolló una hoja de trabajo que incluye un problema verbal de área implícita. La hoja de trabajo incluye las instrucciones de talladas, un espacio para los dibujos y un espacio para la solución del problema. La tarea aplicada en la investigación es un problema verbal, denominado “el perro guardián”, que aparece en el fichero de actividades didácticas de matemáticas para educación secundaria que la Secretaría de Educación Pública provee como herramienta de libre acceso (SEP, 2004). El fichero incluye el enunciado del problema junto con el modelo de situación correcto propuesto por el autor (figura 1 y 2). Aunque el fichero fue publicado en 1999, el problema sigue siendo utilizado en algunos libros de texto.

De acuerdo a la descripción de la actividad, tal como aparece en el fichero, el propósito del ejercicio es “practicar los trazos geométricos como una forma de acostumbrarse y de perfeccionar el uso de los instrumentos de dibujo y medición. Resolver problemas que conduzcan al cálculo de áreas de figuras usuales” (SEP, 2004, p. 42).

El problema del “perro guardián”:

Un perro está atado a una cadena que le permite un alcance máximo de 2 m, unida a una argolla, que se desplaza en una barra en forma de ángulo recto cuyos lados miden 2 m y 4 m. (SEP, 2004, p. 42)

La instrucción:

Se pidió a los estudiantes que leyeran con cuidado el texto, realizaran un dibujo de la situación y que resolvieran el problema en los espacios asignados.

A pesar de que en el fichero se incluye una representación gráfica (figura 1), en la hoja de trabajo se decidió no utilizar ningún tipo de representación más allá del texto, con el fin de no condicionar ni dirigir la actividad del dibujo.

Figura 1: El dibujo con características pictóricas propuesto por el autor (SEP, 2004, p.42)

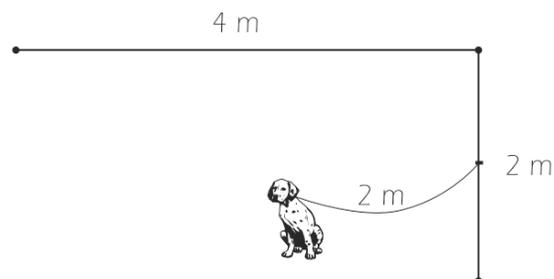
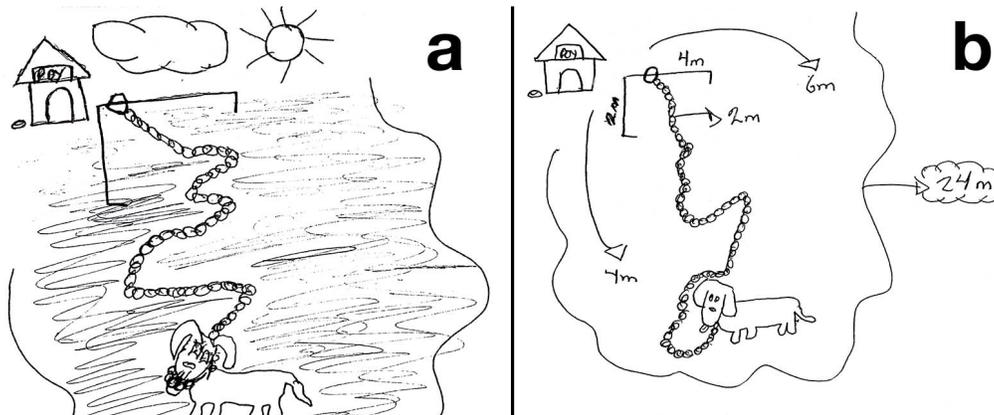


Figura 3: Ejemplo de la representación errónea de las proporciones, la prevalencia del dibujo pictórico en el espacio para la solución y la inclusión de elementos gráficos que son irrelevantes para la solución del problema

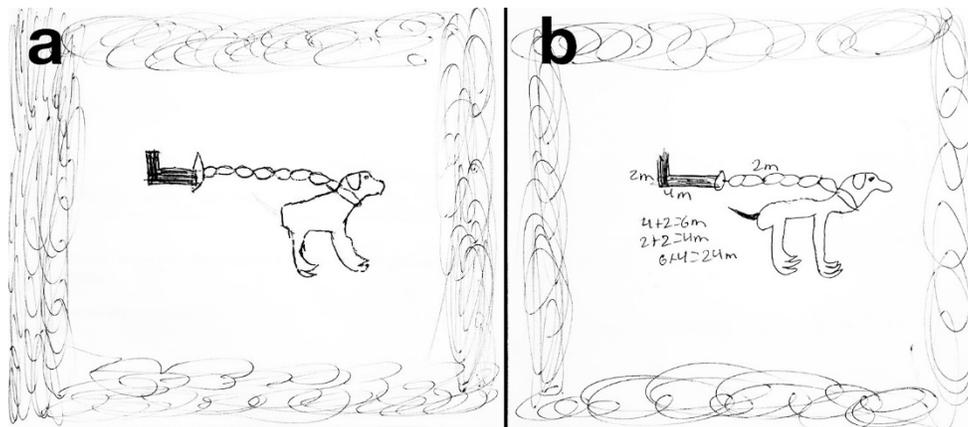


Cinco de los estudiantes incluyeron representaciones pictóricas con detalles irrelevantes para la solución del problema de área. En general, estos casos presentan un comportamiento mecánico, aislando la comprensión de la situación del resto del proceso.

Los estudiantes parecen responder adecuadamente a la primera parte del problema, en la cual los elementos y los protagonistas aparecen (presentados con los sustantivos); sin embargo, presentan un desempeño pobre para entender la segunda parte, que establece las relaciones entre los elementos del problema (presentada por los verbos). Los estudiantes parecen entender los elementos involucrados de manera clara, pero tienen problemas para representarlos proporcionalmente y comprender la parte “dinámica” del problema en la que se les requiere que modelen el movimiento del perro y hallen el área de la figura que se genera.

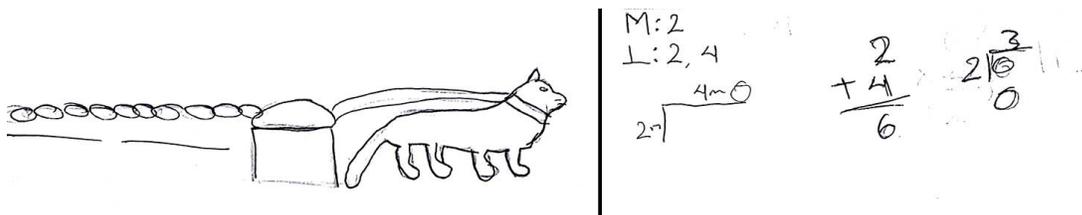
El análisis de los dibujos muestra cómo los estudiantes llevan a cabo las transiciones entre el dominio real planteado por el problema y el dominio matemático. Algunos estudiantes realizan una transición gradual, mientras que otros se mueven directamente de la representación de la situación a las operaciones matemáticas. En la figura 4 podemos observar un ejemplo de la transición gradual. En este caso, el estudiante usa la misma representación gráfica con características pictóricas en ambos espacios, tanto el asignado para los dibujos como el asignado para la solución, añadiendo algunos datos matemáticos en este último. El estudiante transfiere el dibujo de la situación al espacio para la solución, mostrando así que de alguna forma este tipo de representación le parece útil para el proceso de modelización matemática.

Figura 4: Ejemplo de la transición del estudiante del espacio de los dibujos (a) al espacio de la solución (b)



A partir de lo anterior es posible clasificar a las transiciones entre diferentes modos de representación en tres grupos: pictórico a pictórico con datos, pictórico a esquemático y pictórico a numérico (como se observa en la figura 5).

Figura 5: Ejemplo de un estudiante que pasa directamente de la representación situacional a las operaciones matemáticas



Conclusiones

La aparición de patrones en los resultados, así como la revisión de las operaciones que llevaron cabo, implica que los estudiantes realizan una suspensión del sentido y solamente se limitan a ejecutar operaciones básicas con las cantidades que aparecen en el problema. De manera similar, uno puede notar la suspensión de procesos específicos debido a la ausencia de la expresión “metros cuadrados” en la respuesta, una dificultad inherente de los problemas de área en los cuales se obtienen metros cuadrados a partir de operar con metros lineales, lo cual requiere de una construcción especial de modelo.

Debido a las limitaciones del estudio, aún quedan pendientes algunas preguntas en las que valdría la pena trabajar en futuras investigaciones. Tal es el caso de determinar las causas de la falta de entendimiento del problema. No es claro todavía qué es lo que ocasiona el bajo desempeño; ¿es un asunto de claridad, autenticidad o simplemente se trata de una suspensión del sentido fomentada por el contrato didáctico? (Ver Dewolf, Van Dooren, Ev Cimen, & Verschaffel, 2014; Dewolf, Van Dooren, & Verschaffel, 2017). Otras posibles razones tienen que ver con la dificultad del problema por tratarse figura implícita compleja, con la falta de conocimientos del mundo real para construir el modelo de situación o con la falta de conocimientos matemáticos para plantear un modelo matemático adecuado.

En este estudio se observa la utilidad de las representaciones gráficas, aunque al mismo tiempo coincide con lo que establecen los hallazgos de estudios previos en el tema sobre que esta herramienta de representación no ayuda de la misma forma en todos los casos. Además, el uso efectivo de los dibujos implica un conjunto de habilidades que los estudiantes deben desarrollar en el aula para poder sacar el mejor provecho de las ventajas que ofrece su uso en la solución de problemas de matemáticas.

Finalmente se infiere que el aislar la actividad de dibujar de la clase de matemáticas produce la percepción de que los dibujos no tienen una relación con la solución de problemas y que sirven a un propósito meramente decorativo. Si en las clases de matemáticas no se aborda el uso de los dibujos como una herramienta para el entendimiento, los estudiantes no serán capaces de usarlos estratégicamente para la solución de problemas verbales de matemáticas.

Las representaciones gráficas pueden ser una herramienta extremadamente útil para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, sin embargo es importante que se tenga una idea más clara sobre cómo funcionan en contexto, que se capacite a los estudiantes sobre su uso efectivo y que se practique en el aula aplicando los dibujos a la solución de problemas de manera cotidiana.

Referencias

- Ainsworth, S., Prain, V., & Tytler, R. (2011). Drawing to learn in science. *Science*, 333(6046), 1096–1097. <https://doi.org/10.1126/science.1204153>
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86–95.
- Cummins, D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, (20), 405–438.
- Dewolf, T., Van Dooren, W., Ev Cimen, E., & Verschaffel, L. (2014). The impact of illustrations and warnings on solving mathematical word problems realistically. *Journal of Experimental Education*, 82(1), 103–120. <https://doi.org/10.1080/00220973.2012.745468>
- Dewolf, T., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2017). Can visual aids in representational illustrations help pupils to solve mathematical word problems more realistically? *European Journal of Psychology of Education*, 32(3), 335–351. <https://doi.org/10.1007/s10212-016-0308-7>
- Edens, K., & Potter, E. (2007). The relationship of drawing and mathematical problem solving: “Draw for math” tasks. *Studies in Art Education*, 48(3), 282–298. <https://doi.org/10.1080/00393541.2007.11650106>
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental Models*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Nesher, P., Hershkovitz, S., & Novotná, J. (2003). Situation model, Text base and what else? Factors affecting problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 52(2), 151–176. <https://doi.org/10.1023/A:1024028430965>
- Ott, B. (2017). Children’s drawings for word problems – design of a theory and an analysis tool. In *10th Congress of European Research in Mathematics Education*. Dublin.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., & Leopold, C. (2016). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students’ mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95(1), 53–78. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9736-1>

Schnotz, W. (2002). Commentary: Towards an integrated view of learning from text and visual displays. *Educational Psychology Review*, 14(1), 101–120. <https://doi.org/10.1023/A:1013136727916>

SEP. (2004). *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas*. México: SEP.

Tapiero, I. (2007). *Situation Models and Levels of Coherence*. New York: Lawrence Erlbaum Associates.

van Dijk, T. A., & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.

Vicente, S., & Orrantia, J. (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación*, 19(1), 61–85.

Zwaan, R. A., & Radvansky, G. A. (1998). Situation models in language comprehension and memory. *Psychological Bulletin*, 123(2), 162–185. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.123.2.162>