



## DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES NORMALISTAS

**Silvia Eduviges Hinojosa Rizo**

Doctorado en Investigación Educativa Aplicada.  
Instituto Superior de Investigación y Docencia para el Magisterio (ISIDM)  
(Institución pública dependiente de la Secretaría de Educación Jalisco).

---

**Área temática:** 6) Educación en campos disciplinares

**Línea temática:** 2. El análisis cognitivo de la construcción, comunicación y desarrollo de conocimientos disciplinares

**Porcentaje de avance:** 50%.

a) Trabajo de investigación educativa asociada a tesis de grado

---

### **Resumen:**

El objetivo de esta investigación es estudiar cómo los estudiantes normalistas de tercer semestre de la Licenciatura en Educación Primaria de una Normal ubicada en la zona urbana del Occidente de Guadalajara, desarrollan el pensamiento algebraico y cómo influye para el desempeño de su práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Primaria. Para ello se requiere analizar los niveles de algebrización como objeto de aprendizaje y evidenciar el desarrollo del razonamiento algebraico por dichos estudiantes. La investigación se realiza desde un corte de investigación cualitativa. Como resultados parciales de la aplicación de los primeros instrumentos se identificaron formas de resolución en la identificación de patrones y las dificultades que presentan los estudiantes normalistas al trabajar con el reconocimiento de patrones y representar dicho patrón por medio de una expresión matemática.

**Palabras clave:** Desarrollo cognoscitivo, Proceso enseñanza aprendizaje, Álgebra, Aritmética, Enseñanza de las Matemáticas.

## Introducción

Esta es una investigación educativa que pretende describir cómo se desarrolla el pensamiento algebraico en estudiantes normalistas de tercer semestre de la Licenciatura en Educación Primaria y cómo influye para el desempeño de su práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria. Para ello se quiere analizar los niveles de algebrización como objeto de aprendizaje y evidenciar el desarrollo del razonamiento algebraico por dichos estudiantes.

Se parte del supuesto que los normalistas al desarrollar un pensamiento algebraico contarán con herramientas que les permita hacer mejores mediaciones para favorecer en sus alumnos de primaria una construcción de las matemáticas respetando los procesos cognitivos del niño y del aprendizaje de las matemáticas.

A partir de dichos supuestos se plantean tres objetivos para esta investigación los cuales consisten en analizar los niveles de razonamiento algebraico de normalistas de la Licenciatura en Educación Primaria; describir el desarrollo del pensamiento algebraico de dichos estudiantes y tercero diseñar una propuesta de un programa formativo que favorezca en los normalistas el desarrollo del pensamiento algebraico a través de la construcción de nociones, significados y procesos que les permita a su vez la didáctica para el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de primaria. Carraher y Schlie-mann, (Godino, y otros, 2015, pág. 39) afirman que “los maestros necesitan estar capacitados para crear oportunidades para promover el razonamiento algebraico: «algebrizar» problemas aritméticos, transformándolos de tal manera que ofrezcan oportunidades para desarrollar el razonamiento algebraico en los niños”.

La causa que originó la inquietud de realizar esta investigación fue al identificar que los estudiantes normalistas presentaban dificultad para resolver actividades en las que se requiere reconocer generalidades en un patrón y a su vez expresar estas generalidades a través de una expresión matemática. Hasta el momento se ha tenido un acercamiento a dos bases de datos y a investigaciones que se han realizado en relación con el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes normalistas, se destacan los estudios de Godino y Font, así como de Branco y Ponte, sus aportes y resultados dan evidencia de la necesidad de desarrollar en los estudiantes normalistas dicho pensamiento y la carencia que se presenta respecto a este contenido en la parte didáctica.

En esta investigación se considera la relevancia que tiene que los estudiantes normalistas desarrollen un pensamiento algebraico, y que ellos mismos conozcan estos procesos, para tener las posibilidades de desarrollar en el alumno de primaria un pensamiento algebraico, estableciendo una relación de este pensamiento con el pensamiento aritmético.

## Desarrollo

Las dificultades que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas han presentado para los escolares de educación básica es una situación que no sólo queda referida en el pasar de los años, sino que se evidencia en la sociedad actual y que se presenta a su vez en los diferentes niveles educativos. Con base en la experiencia de quince años como docente de estudiantes de la Licenciatura de Educación Primaria en el área de Matemáticas puedo afirmar que esta realidad no queda ajena a la situación que se muestra en este nivel educativo. Al respecto me pregunto ¿qué conocimiento o habilidades es necesario que los estudiantes normalistas adquieran en el campo de las matemáticas?

En las reformas que se han implementado en las Escuelas Normales por parte de la Secretaría de Educación Pública (SEP) esta problemática ha sido tomada en cuenta, y esto se ha visto reflejado en los programas que presentan en las diferentes reformas que se han llevado a cabo, buscando con ello que los estudiantes normalistas salgan mejor preparados en el campo de las matemáticas para mejorar el aprendizaje en esta asignatura.

Es importante destacar que en la reforma de 2012 se incrementó el curso de Álgebra y aprendizaje y enseñanza. En este curso el programa señala que:

“los futuros docentes fortalecerán los conocimientos previamente aprendidos para abordar el estudio de conceptos y procedimientos algebraicos que usarán y recrearán en el marco de la resolución de problemas. El curso se desarrolla en torno al concepto de función y refleja en su secuencia la concepción que se adopta para proponer el estudio del álgebra como objeto de aprendizaje para su enseñanza” (SEP-DGESPE, 2013, pág. 5).

Considero que al trabajar esta habilidad permitirá al estudiante normalista salir de una matemática repetitiva y sin significado, sin embargo, como inicio de esta investigación me pregunto ¿estos estudiantes tienen esta habilidad o se requiere desarrollarla? ¿qué implica desarrollarla?

Pensamiento algebraico, razonamiento algebraico:

Al realizar una indagación de cómo se conceptualiza el Pensamiento algebraico se identificaron los teóricos más citados: Kieran, Filloy, Kaput, Carraher y Schliemann. En los últimos 20 años se ha investigado sobre el pensamiento algebraico tratando de explicar y conceptualizar el pensamiento algebraico. Kieran y Filloy en 1989 presentaron un estudio sobre las investigaciones de los cinco años anteriores a la fecha de su publicación sobre el álgebra, en dicho artículo afirman que una de las “áreas de investigación en álgebra potencialmente fructíferas en el futuro. [...] es el desarrollo del pensamiento algebraico” (p. 237). De acuerdo con estos autores podemos confirmar que el estudio del pensamiento algebraico es un tema que empieza a ser abordado a partir de los años 90 con más intensidad.

De acuerdo con Kieran y Filloy (1989, pág. 238) “uno de los problemas es la falta de acuerdo sobre lo que es exactamente el pensamiento algebraico” sin embargo Love (citado por Kieran y Filloy 1989, pág. 238) sostiene que “hoy en día el álgebra no es meramente dar significado a los símbolos, sino otro nivel más allá de eso, [...] por ejemplo: manejar lo todavía desconocido, invertir y deshacer operaciones, ver lo general en lo particular. Ser consciente de esos procesos, y controlarlos” puede considerarse como pensamiento algebraico.

Para Kieran y Filloy (1989, pág. 229) “el álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética. Aprender álgebra no es meramente hacer explícito lo que estaba implícito en la aritmética” para estos autores el álgebra “requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones” (pág. 230). “Las primeras experiencias con el razonamiento algebraico se corresponden con la aritmética generalizada” (pág. 814).

Un aspecto que destacan estos autores es cómo los estudiantes de Secundaria “siguen usando los métodos que les funcionaban en aritmética” (Kieran & Filloy, 1989, pág. 230). Surge a su vez la interrogante ¿los estudiantes normalistas siguen usando estos métodos? En caso de utilizar estos métodos ¿qué los lleva a utilizar métodos aritméticos y no algebraicos?, indagar sobre estos aspectos permitirá dar cuenta del tipo de pensamiento que prevalece en los estudiantes normalistas y con ello confirmar la necesidad de trabajar el desarrollo de un pensamiento algebraico.

Mientras que para Radford y Kieran y Filloy (citados por Butto y Rojano, 2004) el pensamiento algebraico no es una generalización de la aritmética, para otros autores como Godino y Font (2003), Schliemann, Carraher y Brizuela (2011) y Butto y Rojano (2004, pág. 115) el razonamiento algebraico es una aritmética generalizada. Afirman estos autores “que la aritmética es algebraica, porque proporciona elementos para construir y expresar generalizaciones” y por ello le otorgan el nombre de aritmética generalizada. Godino y Font (2003, pág. 777) especifican que al hablar de una Aritmética generalizada no es “considerarla simplemente como una manipulación de letras que representan números no específicos”, es reconocer los objetos que se ponen en juego tanto en la aritmética como en la aritmética generalizada “son los mismos: números, operaciones sobre números y relaciones entre los números”.

## Metodología

Esta investigación educativa se trabaja desde la metodología de investigación-acción, entendida como lo plantea John Elliott cuyo objetivo “consiste en proporcionar elementos que sirvan para facilitar el juicio práctico en situaciones concretas y la validez de las teorías” (Elliott, 2005, pág. 88); se toma el modelo como una “espiral de ciclos”. El primer ciclo de actividades inicia con la identificación de la idea general, enseguida se pasa al reconocimiento de la situación que comprende un descubrimiento y análisis de los hechos, para posteriormente pasar a aplicar una planificación general, una vez desarrollada esta primera fase se pasa a la implementación para enseguida evaluar la acción y revisar el plan general, estas acciones permiten pasar a un segundo ciclo de la acción.


En el primer ciclo de esta investigación, la fase uno se realizó con dos grupos de estudiantes del segundo semestre de la normal, con un total de 40 alumnos. Se aplicó un instrumento que consistía en el reconocimiento de patrones con el fin de obtener la identificación de lo que pasaba respecto al desarrollo del pensamiento algebraico. En la fase dos se aplicó un instrumento también con reconocimiento de patrones, agregando la solicitud a los estudiantes que presentaran una expresión matemática. Hasta el momento me encuentro en la fase tres de reconocimiento que consiste en el descubrimiento y análisis de los hechos, para con ello pasar al diseño de un plan general de intervención y su aplicación.

## Consideraciones finales

Al implementarse el Plan de estudios 2012 de la Licenciatura en Educación Primaria trabajé esta asignatura inicialmente en 2013 con dos grupos integrados en promedio por 25 estudiantes cada uno. La dinámica de la clase era que primero respondieran en forma individual y luego compartieran en pequeños grupos para después trabajar grupalmente sus dificultades, con el fin de encontrar coincidencias. Uno de los ejercicios que se trabajó y se presentan en su programa fue el siguiente:

**PATRONES GEOMÉTRICOS 1**

Observa las siguientes figuras.



1. En el espacio de abajo dibuja las dos figuras que siguen en esa sucesión.

2. ¿Cuántos cuadrados se necesitan para construir la figura que va en el lugar número 17? \_\_\_\_\_

3. ¿Cuántos cuadrados se necesitan para construir la figura que va en el lugar número 100? \_\_\_\_\_

**Fuente:** Tomado de SEP, (2013)

Varios estudiantes expresaron que tuvieron dificultad para responder correctamente la pregunta tres y especificar el patrón por medio de una expresión matemática, y para responder al ejercicio dos en donde se les preguntaba ¿cuántos cuadrados se necesitan para construir la figura que va en el lugar 17? tuvieron que dibujar la secuencia hasta llegar a la correspondiente a dicho lugar. Esto llamó mi atención, y me pregunté ¿por qué los alumnos tuvieron estas dificultades?

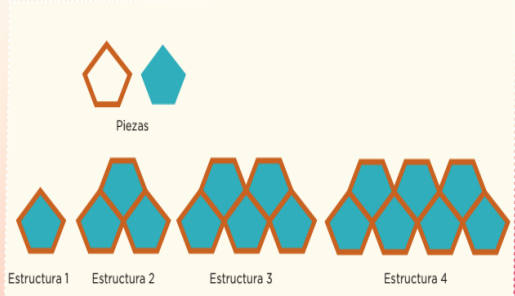
Otra actividad fue revisar los libros de texto *Desafíos matemáticos* para la educación primaria de la SEP para identificar algún ejercicio semejante al que ellos habían resuelto para luego aplicarlo a niños de primaria. Una vez aplicado el ejercicio los normalistas analizaron los retos que enfrentaron los niños de primaria y contrastaron sus dificultades y las de los niños de primaria, identificaron que eran similares

Este primer acercamiento llamó mi atención al identificar las dificultades de los estudiantes normalistas al resolver los ejercicios que se les presentaban, por lo que los siguientes semestres que me tocó trabajar en esta asignatura pude identificar que estas dificultades se repetían constantemente en los estudiantes. Con ello se puede especificar que los estudiantes normalistas al resolver ejercicios que implica un pensamiento algebraico, tienen diversas dificultades, como son:

- Sus respuestas presentan procesos mecanizados sin poder justificar el procedimiento empleado.
- Dificultad en la comprensión de un lenguaje matemático, para argumentar y validar sus procedimientos y resultados.
- Dificultad para identificar regularidades que se presentan en los patrones numéricos y expresarlos con funciones lineales.
- Existe un desconocimiento generalizado de las propiedades de las operaciones.
- Desconocen cómo representar el planteamiento a través de una expresión matemática.

Con este primer acercamiento y tomando en cuenta las orientaciones generales del programa del curso, Plan 2012 (SEP-DEGESPE, 2013, pág. 10) se “propone iniciar el estudio del álgebra a partir del análisis de patrones numéricos, para propiciar que las regularidades que se observan sean expresadas empleando un código algebraico (funciones) y asignen con ello gradualmente un sentido y significado a las expresiones algebraicas” surgió la inquietud por seguir indagando sobre las resoluciones y los procesos que seguían los estudiantes al trabajar patrones numéricos.

Partiendo de esta inquietud en 2018 se diseñó un instrumento para aplicar a los grupos con los que se estaba llevando esta asignatura. Para este instrumento se tomó un ejercicio del libro de texto *Desafíos Matemáticos* de 6° grado (SEP, 2014), este ejercicio es similar a los que vienen en sus hojas de trabajo propuestas en el programa de la asignatura, Plan 2012, pero la razón por la que se tomó de este libro, fue porque sus hojas de trabajo en donde vienen este tipo de ejercicios ya las habían resuelto. El objetivo era analizar estadísticamente las respuestas dadas por los estudiantes, forma que no se había hecho antes:



1. Las siguientes figuras representan estructuras armadas con tubos metálicos y hojas pentagonales de vidrio. Escribe la expresión matemática para obtener “n” tubos metálicos cuando me dan “x” estructura \_\_\_\_\_

2. Presenta la función inversa, es decir la función que me permita saber la estructura correspondiente al total de tubos que me dan \_\_\_\_\_

**Fuente:** Ejercicio tomado del libro de texto Desafíos Matemáticos 6° grado (SEP, 2014, pág. 141)

El ejercicio se aplicó a cuatro grupos de segundo semestre de la Licenciatura en Educación Primaria, un total de 124 alumnos; con los siguientes resultados. Primer ítem 73% lo resolvió correctamente y 27% de manera incorrecta, en el segundo ítem en el que se les pedía la función inversa 37% lo resuelven correctamente y 63% de manera incorrecta.

Entre los conflictos destacan dificultad para expresarse por medio de una expresión matemática, es decir, traducir de un lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático, otra de las dificultades que manifestaron en la segunda pregunta cuando se les pedía la función inversa fue la aplicación de las propiedades y la jerarquía de las operaciones. Estos resultados confirman que la resolución de situaciones matemáticas en la que se requiere de un pensamiento algebraico por parte de los estudiantes normalistas presenta conflicto para su resolución correcta.

La aritmética es una oportunidad para trabajar de manera biunívoca con el álgebra favoreciendo en los estudiantes experiencias que les permitan adentrarse de manera exitosa en el campo de las matemáticas. Por ello la pertinencia de trabajar los elementos del álgebra para contribuir a una práctica eficiente de los docentes, que incluya el pensamiento algebraico en las actividades de clase y no solo desde la aritmética. A partir de esta investigación se pueden generar diversas propuestas que inviten a los profesores a enseñar favoreciendo un pensamiento algebraico.

Una de las razones que impulsa la realización de este trabajo sobre el tema de álgebra, es la conexión que se da del Plan de Estudios de la Licenciatura en Educación Primaria y el Plan de Estudios de Educación básica, en ambos niveles se tiene como parte del programa favorecer el pensamiento algebraico. Estos resultados iniciales me motivan a emprender esta investigación con el tema de “Desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes normalistas”, con el fin de indagar y dar cuenta de qué niveles de algebrización se dan en los estudiantes y a su vez cómo desarrollan el pensamiento algebraico.

Diseñar una propuesta de un programa formativo que favorezca en los normalistas el desarrollo del pensamiento algebraico a través de la construcción de nociones, significados y procesos que les permita

a su vez la didáctica para el desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos de educación primaria. Con esto se espera aportar bases teóricas y conceptuales que contribuyan a desarrollar el pensamiento algebraico en estudiantes normalistas, como un antecedente necesario que les permita enriquecer su metodología en la enseñanza de las matemáticas en educación primaria.

## Referencias

- Butto, C., & Rojano, T. (abril de 2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico. Abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática.*, 16(001), 113-148.
- Godino, J., & Font, V. (2003). *Matemáticas y su Didáctica para Maestros. Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros.* ([https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7\\_Algebra.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf), Ed.) Granada: Proyecto Edumat-Maestros.
- Godino, J., Wilhellmi, M., Neto, T., Blanco, T., Contreras, Á., Díaz-Batanero, C. y Lasa, A. (Octubre-Diciembre de 2015). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental de futuros maestros. (C. y. Ministerio de Educación, Ed.) *Revista de Educación* (370), 199-228.
- Elliott, J. (2005) *El cambio educativo desde la investigación-acción.* Madrid: Ediciones Morata.
- Kieran, C., & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, 7(3), 229-240.
- Schliemann, A., Carraher, D., & Brizuela, B. (2011). *El carácter algebraico de la aritmética. De las ideas de los niños a las actividades en el aula.* (R. Biekofsky, Trad.) Buenos Aires, Argentina: PAIDÓS.
- SEP. (2014). *Desafíos 6° Primaria.* México.
- SEP-DGESPE. (2013). *Plan de Estudios 2012. Licenciatura en Educación Primaria.* México: SEP.