La refutación en el contexto de la argumentación compleja

Jonathan Cervantes Barraza

Guadalupe Cabañas Sánchez

Área temática: Educación en campos disciplinares.
Línea temática: Implementación de estrategias y documentación de experiencias pedagógicas.

Resumen:

La investigación doctoral presenta un estudio sobre la argumentación matemática en el salón de clases. La problemática que aborda se limitó desde la frontera de investigación en el campo de la Matemática Educativa, con base en la necesidad de promover la argumentación como una competencia matemática básica transversal al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. La ausencia de investigaciones que abordan el análisis del contenido y estructura de la argumentación en el contexto de la argumentación compleja y la refutación en lo colectivo. Se adopta un marco conceptual sobre argumentación matemática, argumentación colectiva, argumentación compleja, refutación de argumentos, tipos de argumentos y estructuras argumentativas complejas. La metodología de la investigación, se basa en el experimento de enseñanza, conformado por seis tareas matemáticas formuladas en principios de diseño con el objetivo de fomentar la argumentación en el salón de clases desde la refutación. El método retoma dos propuestas metodológicas que atienden a los objetivos de la investigación, una referente al análisis del contenido de los argumentos y la otra sobre la reconstrucción de la argumentación compleja. Los resultados parciales resaltan que las estructuras argumentativas, se caracterizan por argumentos paralelos que contienen argumentos de refutación en función de soportar una conclusión o el consenso de toda la clase. Se identificaron diferentes argumentos en el experimento de enseñanza, basados en propiedades, de clasificación, de tipo práctico, visual y conceptual.

Palabras clave: Argumentación, refutación, matemáticas, primaria, compleja.

Introducción

Uno de los temas de interés en la investigación en Matemática Educativa es la argumentación matemática (Solar y Deulofeu, 2016). Caracterizado como la actividad central de presentar conclusiones, razones y refutaciones en contra de los presentados (Toulmin, 1958/2003). En el salón de clases, esta no ocurre en un sentido lineal donde se establecen conclusiones en un orden determinado, sino que es un proceso complejo donde estudiantes y profesor trabajan juntos para construir un conceso matemático. A este proceso se le denomina como argumentación compleja (Knippping y Reid, 2015). Desde una perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, la argumentación propicia oportunidades para que los estudiantes conecten conceptos nuevos con previos, compartan respuestas, justifiquen ideas matemáticas, sean capaces de contraponerlas con la de los demás y desarrollar una comprensión conceptual (Conner, Singletary, Smith, Wagner y Francisco, 2014). Además, se reconoce su importancia desde el supuesto sobre el aprendizaje de las matemáticas, el cual ocurre desde de la interacción social, contribuye a que los estudiantes participen en matemáticas con argumentos, exploren, conjeturen y justifiquen sus ideas (Krummheuer, 2015). En el contexto curricular, los planes de estudios de matemáticas de diversos países (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000; Secretaria de Educación Pública (SEP), 2011;) enfatizan en la importancia de promover la formulación de argumentos desde educación primaria, en el diseño de estrategias y procesos que contribuyan en la toma de decisiones.

Una síntesis de la revisión a la literatura especializada y de algunas propuestas curriculares nos permite identificar la frontera de investigación enmarcada por los siguientes puntos: 1) la necesidad de promover la argumentación a nivel primaria desde la refutación de conclusiones, garantías o datos, 2) se desconocen las implicaciones de refutar en la argumentación matemática en primaria. 3) numerosas investigaciones han estudiado la refutación en el contexto de la prueba (Lakatos, 1976) y 4) varias cuestiones han sido reportadas sobre la refutación en el salón de clases, sin embargo, pocos se han enfocado en la estructura y los tipos de argumentos que construyen estudiantes de primaria. Por tanto, esta investigación toma como centro de estudio la refutación de argumentos construidos por estudiantes de quinto grado de primaria, en el contexto de la argumentación compleja. Los objetivos generales que orientan la problemática planteada son:

O. G1: Caracterizar la naturaleza de los argumentos que construyen estudiantes de primaria para refutar conclusiones, garantías o datos.

O. G2: Describir las estructuras argumentativas complejas emergentes desde la argumentación colectiva en un aula al refutar conclusiones, garantías o datos.

Los anteriores implican las siguientes preguntas de investigación.

***P1**: ¿Qué argumentos construyen estudiantes de primaria al refutar la conclusión, garantía o el dato en el contexto de la argumentación compleja?*

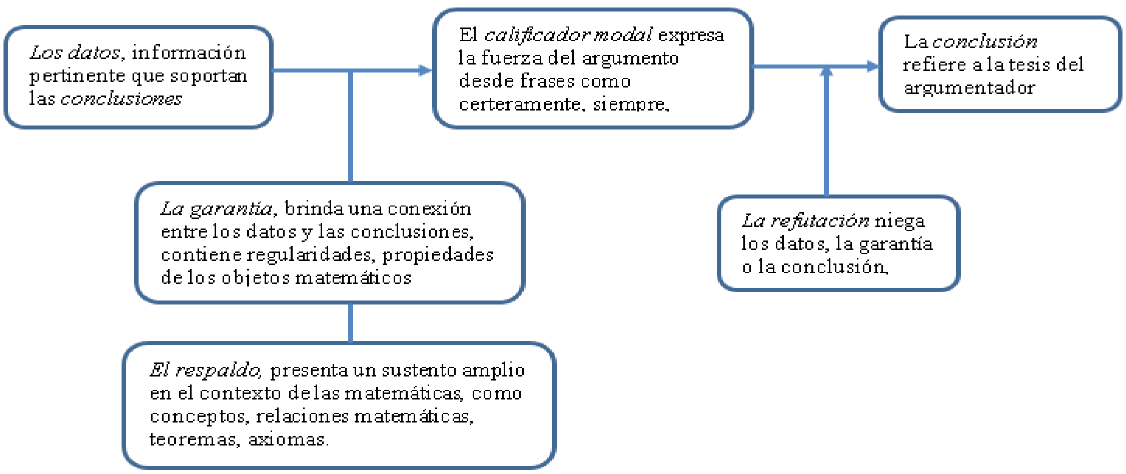
***P2**: ¿Qué estructuras argumentativas complejas se evidencian en una clase de matemáticas de primaria cuando se refuta la conclusión, la garantía o el dato?*

2. Conceptos fundamentales

2.1 Argumentación matemática

En educación matemática el concepto de argumentación es de carácter polisémico y se caracteriza por ser una actividad social y racional cuyo fin es convencer a una audiencia (Goizueta y Planas, 2013). Lo concebimos como la actividad central de presentar conclusiones, razones que las soporten, recibir refutaciones que cuestionen la validez de los mismos (Toulmin, 1958/2003). En el salón de clases de matemáticas, la argumentación está ligada con las interacciones entre estudiantes y profesor, a este tipo de argumentación se le conoce como argumentación colectiva (Krummheuer, 2015). Toulmin (1958/2003) establece que los argumentos tienen una estructura que incluye seis elementos ver Figura 1).

Figura 1: Estructura argumentativa de Toulmin (1958/2003).



2.2. Argumentación compleja

La argumentación compleja involucra estructuras argumentativas en la reconstrucción del significado de declaraciones matemáticas en términos de datos, garantías, refutaciones o conclusiones y genera una imagen global de la argumentación. Las estructuras se basan en el modelo argumentativo de Toulim y retoman elementos base: datos, conclusión, garantía, respaldo y refutación (Knipping y Reid, 2015). Estos autores reportan cuatro estructuras argumentativas reconocidas en una clase de matemáticas, de fuente, espiral, reserva y unificación. Las *estructuras de fuente* contienen argumentos paralelos, estos son secuencias de argumentaciones con diferentes argumentos que respaldan una misma conclusión. Las conclusiones se fundamentan en más de un dato y se identifica la refutación (ver Figura 2). Por cuanto a las *estructuras en espiral* (ver Figura 3), incluyen argumentos paralelos que prueban una conclusión de diferentes formas e incluyen refutaciones (Knipping y Reid, 2015).

Figura 2: Estructura de fuente, tomado de Knipping y Reid (2015)

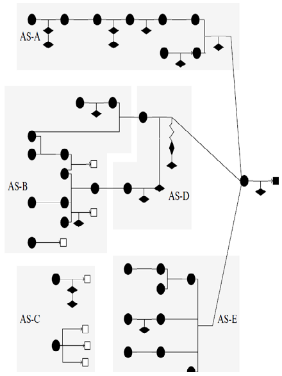
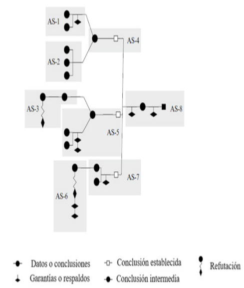


Figura 3: Estructura en espiral, tomado de Knipping y Reid (2015)



La estructura de reserva tiene argumentos que fluyen a una conclusión intermedia y modela la argumentación en partes diferentes y autónomas (Figura 4). También, se caracteriza por una conclusión que marca la transición de dos partes, con el objetivo de purificar la argumentación. La *estructura de unificación* (Figura 5) reúne una cantidad de datos que soportan conclusiones relacionadas, no tiene argumentos paralelos y los estudiantes adicionan datos y conclusiones nuevas (Reid y Knipping, 2010).

Figura 4: Estructura de reserva tomado de Knipping (2008)

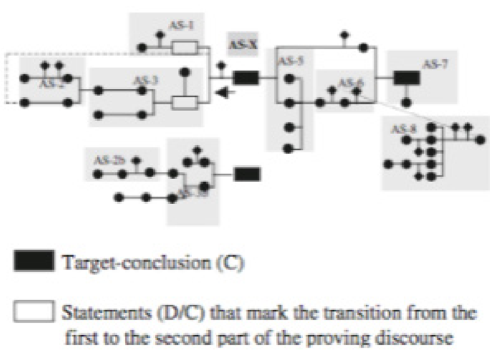
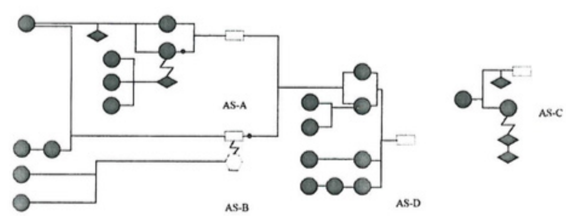


Figura 5: Estructura de unificación tomado de Knipping (2008)



2.3. Tipos de argumentos

La argumentación en el salón de clases se analiza desde el contenido de la garantía de los argumentos (Knipping, 2008), por ser el mecanismo mediante el cual se comparte el razonamiento y se conectan lógicamente los datos con la conclusión, como una ley de paso. Adaptamos las categorías de codificación de contenido (Macagno, Mayweg-Paus y Kuhn, 2015) junto con la clasificación de argumentos de Knipping (2008).

- *Argumento de clasificación*. Los objetos matemáticos se clasifican con base en características invariantes o propiedades.
- *Argumento basado en la mejor explicación*. La conclusión más razonable en un argumento se reconoce cuando se implican todos los casos posibles. Caso 1: los objetos matemáticos que

satisfacen las propiedades y características invariantes Caso 2: los objetos matemáticos que no satisfacen las propiedades y características invariantes.

- *Argumento basado en reglas o en propiedades matemáticas*. Una conclusión se sustenta del uso de reglas o propiedades matemáticas que satisfacen los objetos geométricos involucrados.
- *Argumento* práctico. Se comparan las formas en que se justifica una conclusión con base en propiedades, y/o características invariantes de los objetos matemáticos.
- *Argumento Conceptual*. Pertenecen al campo de justificación lógico conceptual, donde una conclusión se deduce usando conceptos matemáticos.
- *Argumento* visual. Refiere a la representación visual de un objeto que hace parte de una argumentación.

3. Metodología de investigación.

En el marco de la metodología de la investigación, se realizó un experimento de enseñanza con 29 estudiantes de quinto de primaria en una escuela pública con el propósito de fomentar la argumentación colectiva en un grupo de estudiantes. Se desarrollaron seis tareas (T) en el contexto de los ejes numéricos, forma-espacio-medida y manejo de la información. Su diseño implicó tres principios (P) relacionados con la promoción de la argumentación:

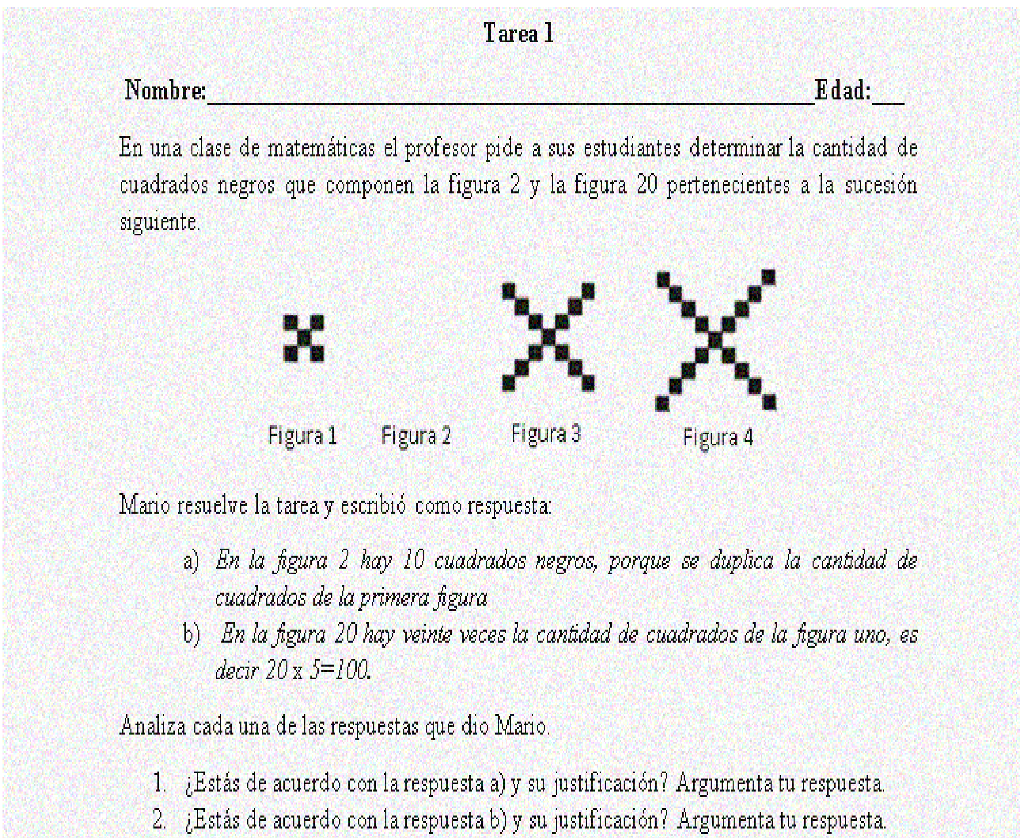
- (P1) *Demanda cognitiva.* El diseño de tareas matemáticas implica establecer a priori, el nivel de demanda cognitiva que afrontará el estudiante al resolverla. Smith y Stein (1998) distinguen dos niveles: alto y bajo. Las del primer tipo, demandan de los estudiantes un pensamiento complejo y no algorítmico, que sea capaz de explorar y comprender la naturaleza de las relaciones matemáticas, el trabajo con múltiples representaciones —símbolos, gráficas o diagramas de situaciones problema— y que establezcan conexión entre conceptos o significados asociados al objeto de estudio. En las de nivel bajo, reproducen aprendizajes previos .
- (P.2) *Formulación de la tarea.* Hace referencia a la manera en que le será presentada al estudiante —en ambiente de lápiz y papel y/o tecnológico— y lo que se espera realicen. Su formulación involucra un contexto, información inicial y se demanda al estudiante una conclusión como solución (Gómez y Romero, 2015).
- (P.3) *Gestión de posturas.* A través de la argumentación se generan espacios propicios de reflexión y discusión en el aula de matemáticas. Favorece el que los estudiantes presenten posturas diferentes en una misma tarea y las contrapongan al refutarlas.
    - De tipo abierta, en las que no necesariamente hay un único resultado correcto o que su desarrollo requiere de un acercamiento con estrategias informales de resolución, y

promueven distintos puntos de vista (Solar y Deulofeu, 2016, p. 1109).

- Declaradas en términos de preguntas, con respuestas cerradas (del tipo sí o no).
- Que involucran conclusiones falsas (Rumsey y Langrall, 2016).

El contenido matemático de las tareas no atiende a un objeto matemático específico. Presentamos la descripción y los resultados de la tarea 1 cuyo diseño consideró a la generalización de patrones de sucesiones lineales y su planteamiento alude a una situación hipotética del salón de clases (Ver figura 6). Incorpora conclusiones falsas (P3) de un estudiante hipotético, las preguntas abordan múltiples respuestas (P2) y el preguntar por un punto de vista de un estudiante permite confrontar posturas entre ellos (P3 y P1).

Figura 6: Tarea presentada a los estudiantes. Autores.



Tarea 1

Nombre:____Edad:___

En una clase de matemáticas el profesor pide a sus estudiantes determinar la cantidad de cuadrados negros que componen la figura 2 y la figura 20 pertenecientes a la sucesión siguiente.

Mario resuelve la tarea y escribió como respuesta:

a) *En la figura 2 hay 10 cuadrados negros, porque se duplica la cantidad de cuadrados de la primera figura*
b) *En la figura 20 hay veinte veces la cantidad de cuadrados de la figura uno, es decir 20 x 5=100.*

Analiza cada una de las respuestas que dio Mario.

1. ¿Estás de acuerdo con la respuesta a) y su justificación? Argumenta tu respuesta.
2. ¿Estás de acuerdo con la respuesta b) y su justificación? Argumenta tu respuesta.

3.1. Método

Los argumentos emergentes en el desarrollo del experimento se caracterizaron con base en la propuesta metodológica de Macagno et al., (2015). Para la descripción de las estructuras argumentativas emergentes en la interacción, se empleó la propuesta de Knipping y Reid (2015). El proceso de reconstrucción de la argumentación compleja se divide en tres pasos: 1) Reconstruir la secuencia argumentativa junto con el significado de la conversación; 2) analizar argumentos y estructuras argumentativas; y 3) comparar las estructuras de argumentación. Primero se reconstruye el significado de las declaraciones matemática, la reconstrucción de la estructura argumentativa conformada por datos, conclusiones, garantías y reunir todos los argumentos en una estructura global (Knipping y Reid, 2015). En relación con las categorías de codificación de contenido, los tipos de argumentos se clasifican con base en el contenido de la garantía, esto con base en preguntas críticas realizadas por los investigadores ante el contenido de cada argumento con el fin de identificar el tipo de argumento.

3.2. Análisis y recolección de los datos

El análisis cualitativo de los datos toma como base la reconstrucción de la argumentación compleja desde las transcripciones de las sesiones con base en la propuesta de Knipping y Reid (2015). Las sesiones de las tareas del experimento de enseñanza y las interacciones que se suscitaron en el salón de clases se capturaron en detalle con grabadoras de audio y video. Luego se procedió a transcribir todas las sesiones y reconstruir los argumentos de los estudiantes. Con esto se clasificaron los argumentos según su contenido y se procedió a reconstruir la argumentación compleja por sesiones.

4. Algunos resultados

En esta sección reportamos el caso del estudiante Gael (ver Figura 7 y 8), quien construye varios argumentos para responder las preguntas de la tarea 1 y refutar la conclusión de otros estudiantes. El razonamiento del estudiante se resume en tres fases, 1) Análisis de casos particulares, 2) reconocimiento de un patrón de recurrencia y 3) identifica la relación de correspondencia. En la primera fase, el estudiante cuenta estratégicamente la cantidad de cuadros de la figura 1, 3, 4 en su respectivo orden para identificar la cantidad de cuadros en cada etapa, para encontrar la figura dos y determinar la cantidad de cuadros requeridos (e, g., figura 7). En esta etapa, la garantía refiere al enfoque recursivo, contar estratégicamente los cuadros de las figuras dadas para identificar la cantidad de cuadros en aumento. El contenido de la garantía permitió categorizar el primer argumento de Gael como de tipo práctico.

Figura 7: Primer argumento de Gael, garantía basada en lo recursivo.

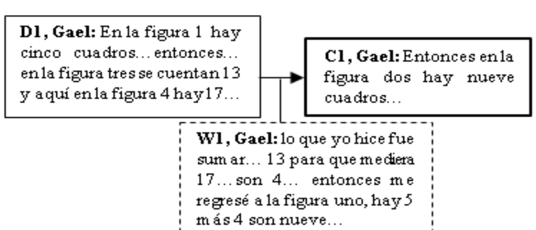
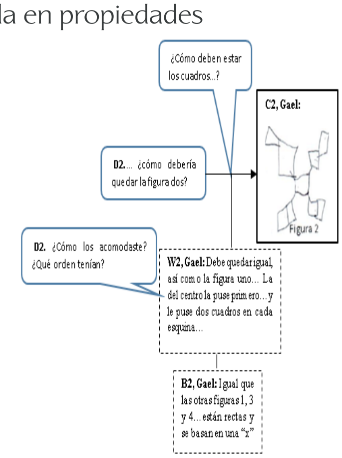
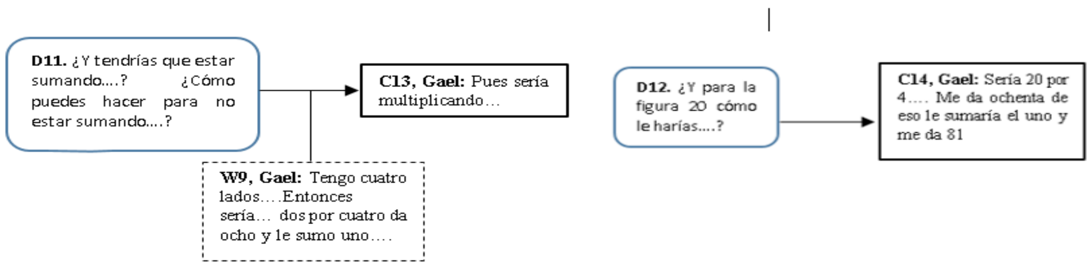


Figura 8: Segundo argumento de Gael, garantía basada en propiedades



En el segundo argumento (figura 8), la conclusión es la representación gráfica de la etapa buscada. El contenido de su garantía recae en un patrón o regla matemática, el conteo estratégico le permitió identificar un patrón creciente (e. i., la figura crece en forma de "x", colocando un cuadro en el centro y se le agrega un cuadrado en cada esquina, ver W2, B2 en Figura 8).

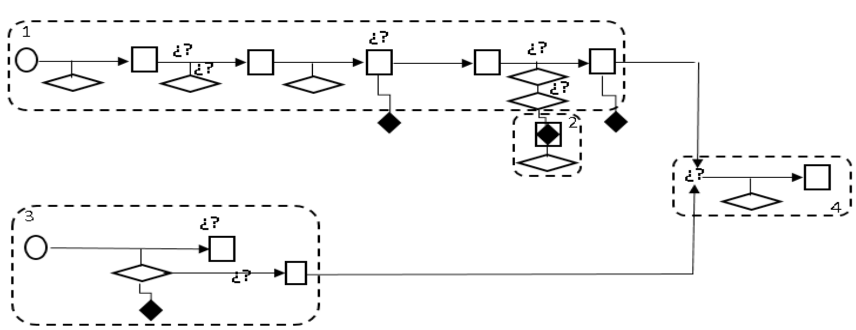
Figura 9: Argumento final de Gael, garantía con una relación de correspondencia, matemática.



El estudiante en su argumentación, identifica la regla de construcción en términos de una estructura aditiva, que a la vez le permite validar el patrón de la figura. En un tercer momento, recurre a la multiplicación del número de la etapa por la cantidad de cuadros constante del patrón, para adicionarle uno y determinar etapas lejanas. En el contenido de la garantía, el estudiante arribó a una generalización de la regla de construcción del patrón bajo el enfoque multiplicativo y aditivo. Basados en el contenido de su argumento, este se clasifica como uno basado en reglas o propiedades matemáticas (ver Figura 9).

En cuanto a la estructura argumentativa de la tarea 1 (ver Figura 10), se identificó un tipo de estructura particular, denominado por los autores, *argumentos de refutación* o *perpendiculares*. Estas estructuras se conforman de una refutación que tiene la función de conclusión a la vez justificada por una garantía. Cabe resaltar que, en el experimento de enseñanza se identificó la refutación en la validación de todas las tareas, 8 refutaciones de conclusiones (rombos negros que se despliegan de cuadrados), cuatro refutaciones de garantías (rombos negros que se despliegan de rombos blancos) y una refutación de datos (rombos negros que se despliegan de los círculos).

Figura 10: Estructura argumentativa compleja de la tarea 1.



En la estructura de la argumentación, se reconoce que el profesor orientó la argumentación con base en preguntas que promovían la validación de conclusiones (ver signos de interrogación en la figura 10), con estas desencadenó la refutación de garantías-datos y la construcción de respaldos. En especial, identificamos preguntas en todas las tareas del experimento de enseñanza que unificaban los argumentos paralelos (argumentación 1 y 3) y conducían a los estudiantes a un consenso (ver figura 10 argumentación 4). En este contexto, la refutación se caracterizó por ser una oportunidad de aprendizaje en el salón de clase desde la gestión del error, porque el profesor identificaba conclusiones falsas, las presentaba primero y los estudiantes refutaban con el fin de evidenciar el nivel de comprensión que tenían los estudiantes sobre el objeto matemático.

5.Reflexiones sobre los resultados

En el contexto del experimento de enseñanza, el análisis del contenido de los argumentos, permitió identificar los tipos de argumentos que construyeron los estudiantes en lo colectivo (ver Tabla 1). Estos refieren a características invariantes del objeto en estudio, propiedades matemáticas, explicación de casos, aspectos visuales y conceptos matemáticos.

Tabla 1: Resumen de los tipos de argumentos según el contenido de la garantía.

	Tipo Argumento					
Tareas Del experimento	De clasificación	Basado en propiedades	Basado en la mejor explicación	Práctico	Visual	Conceptual
Tarea 1		4	1	2	3	
Tarea 2	8	2	3	8		2
Tarea 3	3		1	1		
Tarea 4		5				
Tarea 5		2		3		

Con base en la caracterización de los argumentos presentados en la tabla 10 y 11, identificamos que los argumentos de clasificación, de tipo practico y basados en propiedades matemáticas normaron $(f = 11)$ en el desarrollo del experimento de enseñanza. Los estudiantes fundamentaron sus conclusiones con propiedades matemáticas que refieren a: generalización de patrones (4n +1) para la tarea 1, propiedades de los cuadriláteros en la tarea 2 e implementaron de la relación entre las partes de la división (Cociente) x (divisor) + residuo= Dividendo en la tarea 4. Este tipo de argumento son evidencia de cómo los estudiantes los construyen y los validan con base en propiedades o generalidades matemáticas a nivel primaria.

En los argumentos de clasificación, se identificaron características de los objetos matemáticos como criterios para clasificarlos. Los argumentos basados en explicaciones, evidenciaron respuestas diferentes a las de sus compañeros de clase. Presentaban explicaciones para casos como “si y no”, con base en una justificación. Permitiendo que los estudiantes construyeran sus propias conclusiones y validaran sus argumentos en lo colectivo. En el contenido de las garantías del argumento de tipo práctico, se identificó que los estudiantes retomaban características y propiedades de los objetos en estudio. Los argumentos de tipo visual se identificaron en las garantías que refieren a una representación gráfica, como soporte sin tener en cuenta lo conceptual. En cuanto a los argumentos conceptuales, se identificaron en garantías que los estudiantes construyeron para fundamentar sus conclusiones con base en características invariantes, a modo de definición del concepto.

Referencias

Cervantes-Barraza, J. A. (2017). *Argumentos en la refutación de aserciones en torno a la clasificación de triángulos* (Tesis inédita de maestría). México: Universidad Autónoma de Guerrero.

Conner, M. (2008). Expanded Toulmin diagrams: a tool for investigating complex activity in classrooms. En O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, y A. Sepúlveda (Eds.). *PME, Vol 2,* 361-368, México, Morelia.

Gómez, P., y Romero, I. M. (2015): Enseñar las matemáticas escolares. En P. Flores. y L. Rico (Eds.). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. (pp. 61-87). Madrid, España: Grupo Anaya, S. A.

Knipping, C., y Reid, D. (2015). Reconstructing argumentation structures: A Perspective on proving Processes in Secondary Mathematics Classroom Interactions. En A. Bikner- Ahsbahs, C. Knipping y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of methodology and methods.* (pp. 75-101). Dordrecht: Springer.

Krummheuer, G. (2015). Methods for Reconstructing Processes of Argumentation and Participation in Primary Mathematics Classroom Interaction. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping., y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of methodology and methods* (pp. 75-101).

Lakatos, I. (1986). *Pruebas y refutaciones: La lógica del descubrimiento matemático* (trad. C. Solis). Madrid: Alianza

Macagno, F., Mayweg-Paus, E., y Kuhn, H. (2015). Argumentation Theory in Education Studies: Coding and Improving Students' Argumentative Strategies, *Educational Studies in Mathematics*, *34*:523–537

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. En GTI (Ed.), O *professor e o desenvolvimento curricular.* (pp. 11-34). Lisboa: APM. Rassmusean

Rumsey, C., y Langrall, C. W. (2016). Promoting mathematical argumentation. *Teaching children mathematics*, *22*(7), 413-419

Reid, D., Knipping, C., y Crosby, M. (2011). Refutations and the logic of practice. *PNA, 6*(1), 1-10.

Secretaria de Educación Pública, (SEP). (2011), *Plan de estudios*, México, Distrito federal

Smith, M., y Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical task, form research to practice. *Mathematics teaching in the middle school, 3*(5), pp. 344-350

Steffe, L. P., y Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En R. Lesh y A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education.* (pp. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Solar, H., y Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema, Rio Claro (SP), v. 30*(56), p. 1092 – 1112

Toulmin, S. (1958/2003). *The uses of argument*. New York: Cambridge University Press.