



COMPRESIÓN DEL CONCEPTO VARIABLE EN ESTUDIANTES DE NIVEL SUPERIOR

María del Rosario Salmán Valdez
Universidad Autónoma de Sinaloa

Silvia Evelyn Ward Bringas
Universidad Pedagógica del Estado de Sinaloa

Eneyda Rocha Ruiz
Universidad Autónoma de Sinaloa

Área temática: Educación en campos disciplinares.

Línea temática: El análisis cognitivo de la construcción, comunicación y desarrollo de conocimientos disciplinares.

Tipo de ponencia: Reporte parcial.

Resumen:

En el presente trabajo se reflexiona sobre el concepto de variable, el cual es fundamental en la enseñanza aprendizaje de la matemática, desde que iniciamos la vida escolar en el preescolar, implícitamente realizamos tareas que tienen que ver con la variable, al resolver problemas de agregar y/o quitar los niños de preescolar elaboran sus representaciones de las cantidades y usan la variable como letra evaluada o ignorada. Igualmente, en la primaria al encontrar el número perdido los niños usan la variable como letra evaluada o ignorada, además en problemas de geometría los niños de primaria pueden llegar a usar la variable como objeto según la representación en la que realicen del problema. Es a partir de secundaria cuando se formaliza curricularmente el concepto variable como incógnita específica y es en este período escolar que se plantea llegar a usarla como cantidad que varía.

Los estudiantes de primer ingreso de la Universidad Autónoma de Sinaloa muestran serias deficiencias en el manejo del lenguaje matemático, particularmente en el concepto variable, en nuestro estudio se busca identificar los usos y representaciones semióticas del concepto variable que utilizan los estudiantes de nuevo ingreso a licenciatura, bajo el marco teórico de Kücheman (1980) y las representaciones semióticas de Duval (2004), para ello se aplicó un cuestionario a 16 estudiantes de nuevo ingreso a la licenciatura en Economía, de los cuales se analizaron cualitativamente los usos y representaciones del concepto variable que utilizaron.

Palabras clave: Usos de la variable, comprensión, representaciones semióticas, estudiantes universitarios

Introducción

La variable es un concepto fundamental para la transición de la aritmética al álgebra (Schoenfeld y Arcavi, 1988), además de ser esencial en cualquier rama de las matemáticas, sustituir a los números para formar una expresión que nos sirva para solucionar problemas en cualquier contexto, así como para expresar las propiedades de los números reales.

La variable se estudia formalmente desde secundaria, a pesar de esto, en los primeros cursos de matemáticas de licenciatura son notorias las dificultades de los estudiantes al enfrentarse a cantidades que varían. Sin embargo, la responsabilidad de las instituciones de educación superior inician al momento que los estudiantes son aceptados al pasar por las pruebas de selección institucionales, ejemplo de esto son CENEVAL, exámenes internos, entrevistas, etc., de tal forma que, como menciona Enfedaque (1990) la detección de problemas en matemáticas ocurre cuando el maestro se da cuenta que el mayor problema es cuando los estudiantes empiezan a sustituir los números por letras.

Por otra parte, la variable se define como un concepto polisémico y esto hace que se presenten dificultades al utilizarla (Philipp, 1992). Por ejemplo, en la materia de cálculo al resolver problemas que tienen que ver con álgebra, los estudiantes requieren el uso de variables como números generalizados o cantidad que varía (Gray, Loud y Sokolowski, 2009).

Es importante señalar que la mayoría de las investigaciones que indagan sobre la comprensión del concepto de variable de los estudiantes, se enfocan principalmente en el registro algebraico, sin tomar en cuenta otros tipos de representaciones semióticas de la variable que el estudiante utiliza. Por ejemplo, considerar el registro numérico, ya que como mencionan Carraher, Schliemann y Brizuela (Butto y Rojano, 2004, p.115) “la aritmética es algebraica, porque proporciona elementos para construir y expresar generalizaciones”.

Desarrollo

Marco teórico

En nuestro estudio, con la finalidad de identificar los usos y representaciones semióticas del concepto variable que utilizan los estudiantes universitarios nos centramos en los seis usos de la variable según Küchemann desde letra evaluada hasta como cantidad que varía, y en las representaciones semióticas, ya que en matemáticas es fundamental el uso de representaciones semióticas, pues con ellas se utilizan símbolos, caracteres o signos que expresan una representación mental o un objeto real, con ellos se reemplaza la imagen que se tiene mentalmente (Duval, 2004).

Küchemann (1978) identificó seis maneras en las cuales los estudiantes interpretan y utilizan las variables como letra evaluada; letra no usada o ignorada; letra como un objeto; letra como incógnita; letra como un número generalizado; y la variable como una cantidad que varía, además subrayó que el aprendizaje

de la variable es sistemático, esto es, no se puede utilizar el uso de la variable como cantidad que varía si antes no la utilizó como número generalizado, y como generalizado si antes no la utilizó como incógnita específica.

La letra evaluada se utiliza al asignar un valor numérico sin operar la letra; al usar la letra como ignorada no se toma en cuenta la letra o en el mejor de los casos, reconocen su existencia pero no se le atribuye un significado; la letra como objeto, se considera como una abreviatura de un objeto o bien la letra puede ser pensada como un objeto; como incógnita específica, tiene un único valor pero desconocido y se puede operar directamente sobre ella; como letra generalizada se considera que la letra representa o es capaz de asumir distintos valores; y como letra que varía el cambio de la variable afecta a la otra variable.

Nos basamos en la teoría de representaciones semióticas de Duval, ya que solo podemos acceder a los objetos matemáticos a través de ellas, al limitar a los estudiantes a utilizar un solo registro, Küchemann no mide la comprensión de los estudiantes que utilizan otros registros, por lo que consideramos importante tomar en cuenta los diferentes registros de representación semiótica, para complementar su trabajo.

Las representaciones semióticas tienen un papel esencial en la enseñanza de las matemáticas, debido a que son ellas las que nos permiten acceder a los objetos matemáticos, a diferencia de las demás ciencias, las matemáticas tienen objetos intangibles, como lo menciona Duval (2006) “la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación, cualquier actividad dentro de las matemáticas es una representación” (p.144).

Una representación funciona verdaderamente como tal para un sujeto cuando se cumplen dos condiciones: que se pueda disponer por lo menos de dos representaciones semióticas diferentes para producir una representación de un objeto, de una situación o de un proceso; la segunda condición es poder convertir espontáneamente de un sistema semiótico a otro las representaciones generadas, sin darse cuenta de ello y cuando una de estas condiciones no se cumple la representación y el objeto representado se tienden a confundir (Duval, 2004).

Cada sistema semiótico debe cumplir con tres funciones cognitivas: la identificación, el tratamiento y la conversión, necesarias para la comprensión, es importante señalar que para Duval (2006) la comprensión tiene lugar cuando es posible coordinar al menos dos diferentes registros; aunque no en todos los sistemas se pueden llevar a cabo estas funciones, el lenguaje natural, algebraico, gráfico, las figuras geométricas, entre otras si lo permiten.

Marco metodológico

Nuestro estudio se llevó a cabo dentro de la metodología cualitativa mediante un estudio de casos, constituido por 16 estudiantes de la licenciatura en Economía del ciclo 2016 - 2017. Diseñamos un cuestionario utilizando algunos de los ítems propuestos por Küchemann (1980) y considerando las distintas

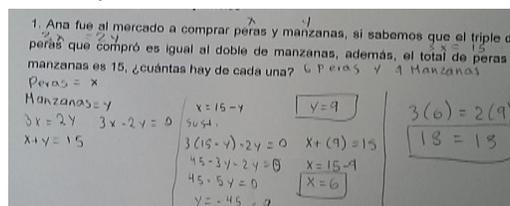
representaciones semióticas de la variable. El cuestionario se aplicó al iniciar el primer semestre con la finalidad de analizar la comprensión de los estudiantes al ingresar a licenciatura. Los datos se analizaron en dos fases de acuerdo con la propuesta de Duval (2004, 2006), primero se identificaron tanto los usos como las representaciones semióticas y después se analizó las formas en que los estudiantes pusieron a funcionar las representaciones.

Resultados

En el ejercicio: Ana fue al mercado a comprar peras y manzanas, si sabemos que el triple de peras que compró es igual al doble de manzanas, además el total de peras y manzanas es 15, ¿Cuántas hay de cada una? Esta pregunta, se planteó en registro lenguaje natural, en las respuestas de los estudiantes se encontró que de los 15 estudiantes que contestaron el ejercicio, todos ellos identificaron el registro de salida pues escribieron alguna información que contenía el ejercicio, de ellos un estudiante trató de dar solución dentro del mismo registro y ocho estudiantes más convirtieron sin congruencia a registro numérico y algebraico, de acuerdo a la teoría de representaciones semióticas, estos nueve estudiantes realizaron la función cognitiva de identificación.

Cabe destacar que un estudiante convirtió de manera congruente a registro algebraico sin realizar tratamiento en el registro de llegada y convirtió a registro numérico sin congruencia. Los otros seis estudiantes realizaron conversiones congruentes, de ellos, dos estudiantes convirtieron a registro algebraico las condiciones sin terminar el ejercicio y los otros cuatro estudiantes convirtieron a los registros numérico y algebraico, dos de ellos transitaron entre dos registros lenguaje natural y numérico ($LN \leftrightarrow N$) y lenguaje natural y algebraico ($LN \leftrightarrow A$), de acuerdo a Duval (2016) cuando menciona que “la comprensión matemática comienza cuando comienza la coordinación de registros” (p.89), se afirma que estos dos estudiantes comprenden el concepto variable en los registros utilizados ($LN \leftrightarrow N$, $LN \leftrightarrow A$), en la figura 1 podemos ver las funciones cognitivas que utilizó un estudiante.

Figura 1: Respuesta del estudiante 33 al primer ejercicio



1. Ana fue al mercado a comprar peras y manzanas, si sabemos que el triple de peras que compró es igual al doble de manzanas, además, el total de peras y manzanas es 15, ¿cuántas hay de cada una? PERAS Y MANZANAS

Peras = x
 Manzanas = y

$3x = 2y$ $3x - 2y = 0$ $x = 15 - y$ $y = 9$
 $x + y = 15$ $3(15 - y) - 2y = 0$ $x + (9) = 15$ $3(9) = 2(9)$
 $45 - 3y - 2y = 0$ $x = 15 - 9$ $18 = 18$
 $45 - 5y = 0$ $x = 6$
 $y = -45 \div -9$

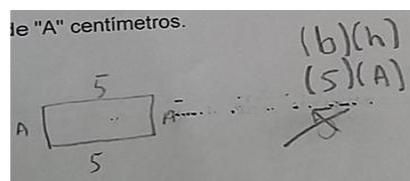
En la figura 1 observamos que el estudiante identificó el registro de salida, dio tratamiento completo al interpretar la información y convirtió de registro lenguaje natural a algebraico y viceversa, además de que convirtió entre dos registros ($LN \leftrightarrow A$), utilizó el registro numérico para comprobar el resultado.

En relación a los usos de la variable, un estudiante utilizó la letra como ignorada, otros dos como incógnita específica, ambos estudiantes solucionaron el ejercicio mediante el método de sustitución, encontraron un valor para cada variable, y un estudiante más utilizó la letra como número generalizado, los otros diez estudiantes no contestaron correctamente el ejercicio, sin embargo, se pudo observar que cuatro de ellos al parecer quisieron utilizar la letra como ignorada, otros cuatro estudiantes pretendieron utilizar la letra como objeto, un estudiante más como incógnita específica y otro como número generalizado.

El segundo ejercicio: *Calcula el perímetro de un rectángulo, si su base mide 5 centímetros y la altura mide a centímetros*, se planteó en registro lenguaje natural. Se encontró que dos estudiantes no contestaron el ejercicio, de los 14 estudiantes que contestaron el ejercicio, un estudiante trató de solucionar el ejercicio dentro del mismo registro lenguaje natural y otros tres estudiantes convirtieron sin congruencia a los registros numérico, algebraico y/o geométrico, todos ellos identificaron el registro de salida, ya que señalaron información necesaria para realizar el ejercicio

Por otra parte, se observó que cinco estudiantes convirtieron congruentemente a registro geométrico pero sin congruencia a registro algebraico ya que calcularon el área del rectángulo, es decir solo convierten de manera congruente de registro lenguaje natural a geométrico, esto se pudo observar en el ejemplo de la figura 2.

Figura 2: Procedimientos realizados por el estudiante 10



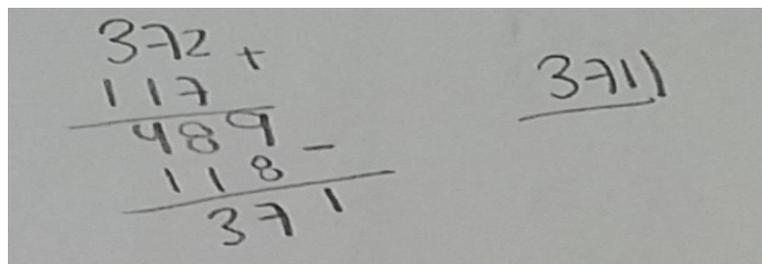
La solución que se muestra en la figura 2 de uno de los estudiantes, es similar a la respuesta de los cinco estudiantes que convirtieron con congruencia a registro geométrico y sin congruencia a registro algebraico, ellos identificaron las unidades significativas en el registro de salida y de llegada a registro geométrico, sin embargo, no las identificaron cuando el registro de llegada fue el registro algebraico por lo que no convirtieron de manera coherente a este registro.

Más aún, entre los hallazgos se develó que los otros cinco estudiantes convirtieron de manera congruente a otros registros, uno de ellos a registro geométrico y después a registro numérico y los otros cuatro convirtieron a registro geométrico y algebraico. Es importante resaltar que todos los estudiantes que convirtieron de manera congruente no convirtieron de regreso al registro de salida (LN). Lo importante en este punto es subrayar que según la teoría de las representaciones semióticas, estos estudiantes no llegan a comprender el concepto pues no coordinan dos registros de representación, por lo que podemos decir según las respuestas de los estudiantes, que ninguno de los que respondieron este ejercicio comprende el concepto variable.

En relación a los usos de la variable se encontró que uno de los estudiantes utilizó la letra como ignorada y los otros nueve como objeto. Los otros cuatro estudiantes contestaron de manera incorrecta el ejercicio, según sus respuestas al parecer un estudiante trató utilizarla como ignorada, otro estudiante como objeto y dos más como incógnita específica.

La pregunta tres (*Si a un número le restas 117 el resultado es 372 y si al mismo número le restas 118 el resultado será:*) se planteó en registro numérico, en las respuestas de los estudiantes, se encontró de los 15 estudiantes que respondieron la pregunta, además, siete estudiantes que lograron la función de tratamiento ya que encontraron la solución dentro del mismo registro numérico, es importante en este punto señalar que de acuerdo con la teoría de las representaciones semióticas para que los estudiantes den tratamiento es necesario que primero realicen la actividad cognitiva de identificar, así estos siete estudiantes logran solo dos funciones cognitivas identifican y dan tratamiento quedándose en monoregistro pues no logran convertir a ningún otro registro de representación; en la figura 3 se muestran un ejemplo de la solución de uno de los estudiantes que transformó dentro del mismo registro, esto es, da tratamiento interno.

Figura 3: Procedimientos realizados por los estudiantes 10



$$\begin{array}{r} 372 + \\ 117 \\ \hline 489 \\ 489 - \\ 118 \\ \hline 371 \end{array}$$

$$\underline{371}$$

Como se puede ver en la figura 3 el estudiante realizó operaciones aritméticas en el registro numérico para encontrar la solución, cabe señalar que los siete estudiantes que llevaron a cabo las dos funciones cognitivas (identificación y tratamiento) realizaron este tipo de operación aritmética.

Los otros cinco de los 15 estudiantes que respondieron, realizaron las tres funciones cognitivas debido a que convirtieron congruentemente a registro algebraico y uno de estos cinco estudiantes además convirtió a lenguaje natural; así de estos cinco estudiantes, tres convirtieron de ida y vuelta a otros registros, uno de ellos a dos registros: lenguaje natural y algebraico, mientras que los otros dos estudiantes convirtieron a registro algebraico, estos tres estudiantes tienen mayor comprensión del concepto variable según Duval (2004) ya que transitan entre al menos dos registros de representación, en la figura 4 se presenta un ejemplo de la solución de uno de los estudiantes que uso por lo menos dos registros de representación y realizó las tres funciones cognitivas.

Figura 4: Procedimientos realizados por el estudiante 27

3. Si a un número le restas 117 el resultado es 372 y si al mismo número le restas 118 el resultado será:

$$x - 117 = 372 \quad x = 372 + 117 \quad x = 489$$

$$x - 118 = 371 \quad \text{El número } x = 489$$

Y si le restas 118
El resultado será 371

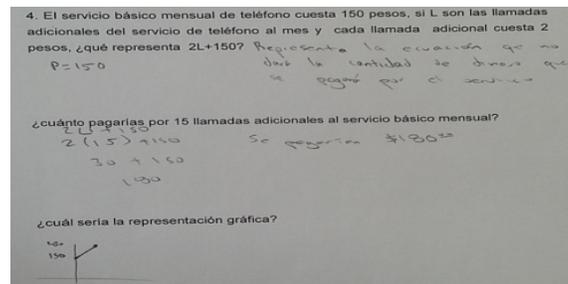
| |
|-------|
| 372 |
| - 117 |
| 489 |
| 489 |
| - 118 |
| 371 |

En la figura 4 se puede ver que el estudiante identificó, dio tratamiento y convirtió en dos ocasiones de manera congruente, además se observa que el estudiante planeta y resuelve las ecuaciones que dan solución a la pregunta usando coherentemente el registro algebraico, asimismo argumenta en lenguaje natural el procedimiento y solución del problema. De manera similar respondieron la pregunta los cinco estudiantes que realizaron las tres funciones cognitivas, por lo que de acuerdo con la teoría de Duval (2016) consideramos que estos cinco estudiantes manifestaron en sus respuestas comprender el concepto variable.

En relación a los usos de la variable según Küchemann se encontró tres estudiantes contestaron de manera incorrecta el ejercicio. Los otros 12 estudiantes contestaron correctamente el ejercicio, uno de ellos como letra ignorada, otros siete estudiantes usaron la letra como objeto y cuatro estudiantes más como incógnita específica.

El cuarto ejercicio: *el servicio básico mensual de teléfono cuesta 150 pesos, si L son las llamadas adicionales del servicio de teléfono al mes y cada llamada adicional cuesta 2 pesos, ¿qué representa $2L+150$? ¿cuánto pagarías por 15 llamadas adicionales al servicio básico mensual? ¿cuál sería la representación gráfica?*, se plantea una situación algebraica, en los resultados que se obtuvieron de los estudiantes se encontró que los 16 estudiantes contestaron el ejercicio. Respecto a las funciones cognitivas, en el análisis realizado a las respuestas de los estudiantes de esta licenciatura, se ubicaron a nueve estudiantes en la función cognitiva de identificación ya que reconocen el precio de las llamadas y el costo mensual; otros cuatro estudiantes realizaron tanto conversiones congruentes como sin congruencia, las conversiones congruentes fueron a los registros lenguaje natural, numérico y geométrico mientras que las conversiones sin congruencia fueron a los registros numérico y geométrico. Es importante destacar que los otros tres estudiantes realizaron conversiones congruentes a lenguaje natural, numérico y geométrico, a pesar de que los estudiantes convirtieron congruentemente, en ninguna ocasión convirtieron de ida y vuelta entre dos registros, es decir, aunque llevaron a cabo las tres funciones cognitivas, no lograron coordinar mediante la transformabilidad externa por lo menos dos registros de representación, por lo que de acuerdo con la teoría de las representaciones semióticas no logran la comprensión. En la figura 5 se muestra un ejemplo de la solución de uno de los estudiantes que logra convertir a otros registros.

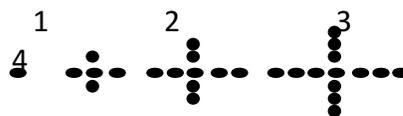
Figura 5: Procedimientos realizados por el estudiante 27



En la figura 5 podemos ver que el estudiante realizó las tres funciones cognitivas sin regresar al registro de salida, identificó la información necesaria para solucionar el ejercicio, dio tratamiento interno completo en registro algebraico al interpretar la información correctamente y convirtió congruentemente a los registros numérico, geométrico y lenguaje natural, por lo que se considera que el estudiante comprende el concepto variable.

Con respecto al uso de la variable, se encontró que ocho de los 16 estudiantes contestaron el ejercicio de manera incorrecta, de ellos siete estudiantes trataron de utilizar la letra como objeto y uno como incógnita específica. Los otros ocho estudiantes contestaron correctamente el ejercicio de ellos, un estudiante utilizó la letra evaluada, cuatro más como incógnita específica, dos más como número generalizado y uno más como cantidad que varía.

El ejercicio: *Observe la secuencia siguiente:*

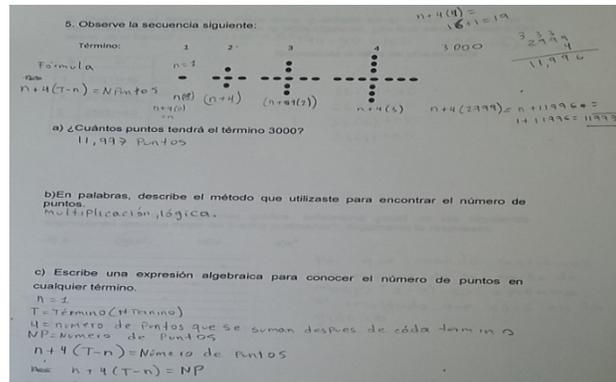


a) ¿Cuántos puntos tendrá el término 3000? b) En palabras describe el método que utilizaste para encontrar el número de puntos. c) Escribe una expresión algebraica para conocer el número de puntos en cualquier término; se les presentó a los estudiantes en representación geométrica, en las respuestas que se obtuvieron de los 15 estudiantes que respondieron la pregunta, un estudiante no terminó el ejercicio y otros cinco estudiantes realizaron la primera de las funciones cognitivas, “identificar las unidades significantes en el registro de partida” (Duval, 2004, p.745), ya que plasmaron alguna parte o toda la información que sirve para resolver este ejercicio, además estos cinco estudiantes trataron de convertir a otros registros, en su mayoría a registro numérico y algebraico.

En cuanto a las conversiones entre los hallazgos, dos estudiantes realizaron conversiones tanto congruentes como sin congruencia, a ellos se les facilitó convertir a registro lenguaje natural y/o numérico. Se encontró que solo siete estudiantes realizaron conversiones congruentes a otros registros, cuatro

de ellos convirtieron a registro algebraico y después sustituyeron la variable por 3000 (ver figura 6), de ellos un estudiante también convirtió a lenguaje natural, y los otros tres convirtieron a registro numérico registro algebraico.

Figura 6: Procedimientos realizados por el estudiante I5 en la pregunta 5.



En la figura 6 podemos ver que el estudiante realizó las tres funciones cognitivas, identificó, dio tratamiento y convirtió a otros registros, para contestar la primera pregunta primero convirtió a registro algebraico y después a registro numérico. Los 12 estudiantes que realizaron las tres funciones cognitivas ninguno de ellos retornó al registro de salida, por lo que para Duval (2004) no logran comprender el concepto.

En relación a los usos de la variable, se encontró que un estudiante no contestó y mientras nueve de los 15 estudiantes que contestaron el ejercicio lo resolvieron favorablemente, seis estudiantes lo contestaron de manera incorrecta; un estudiante de los que contestó incorrectamente pretendió utilizar la variable como letra ignorada y los otros cinco como número generalizado. De los nueve estudiantes que contestaron correctamente el ejercicio, uno de ellos uso la letra como evaluada, dos estudiantes más como ignorada, y otros seis estudiantes como número generalizado.

El sexto ejercicio: Siendo G el dinero que Frida tiene guardado en el banco después de S semanas, como lo podemos ver en la tabla siguiente, ¿Cuándo tendrá 190 pesos en el banco? Representa la tabla de otra manera

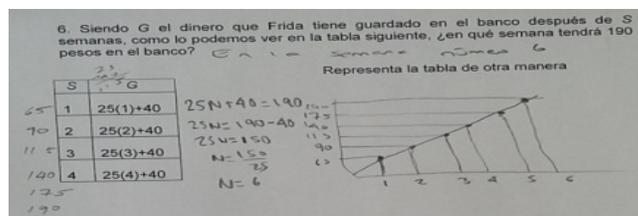
| S | G |
|---|----------|
| 1 | 25(1)+40 |
| 2 | 25(2)+40 |
| 3 | 25(3)+40 |
| 4 | 25(4)+40 |

Se presenta en registro numérico, en las respuestas que emitieron los estudiantes se encontró que todos encontraron la solución del ejercicio. En relación a las funciones cognitivas que realizaron los estudiantes se pudo conocer que cinco de los 16 estudiantes realizaron dos de las tres funciones cognitivas, identificaron las unidades significativas en el registro de salida y transformaron al interior del mismo registro ya que continuaron con la tabla numérica o realizaron la operación para la sexta semana.

Otros diez estudiantes realizaron las tres funciones cognitivas ya que transformaron a otros registros, ocho de ellos convirtieron a registro lenguaje natural, un estudiante de estos 10 convirtió a registro geométrico por medio de una gráfica y el otro de ellos utilizó los cuatro registros, sin embargo, solo uno de los diez estudiantes, logró coordinar por lo menos dos registros, que de acuerdo con Duval (2016) este estudiante comprende el concepto cuando convierte de numérico a lenguaje natural y viceversa.

En relación a los usos de la variable, un estudiante utilizó la letra como evaluada, otro estudiante como letra ignorada, 11 estudiantes más como objeto, otros dos estudiantes como número generalizado y uno más como cantidad que varía, en la figura 7 se muestra un ejemplo de la utilización de la variable por un estudiante.

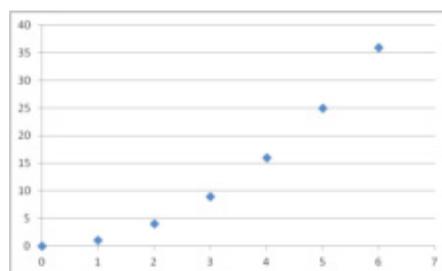
Figura 7: Procedimientos realizados por los estudiantes 27



En la figura 7 se puede ver que un primer estudiante utilizó la letra como objeto al continuar con las operaciones para seguir con la tabla numérica, además utilizó la letra como incógnita específica al escribir una ecuación, despejar el valor desconocido y encontrar la solución, también utilizó la letra como número generalizado al trazar la gráfica y ubicar distintos puntos en ella y trazar la recta, de acuerdo a Küchemann (1978; 1980) este estudiante fue capaz de representar a una serie de valores para la variable más que como un valor específico.

La séptima pregunta se planteó en registro geométrico: *De acuerdo a la siguiente gráfica selecciona, ¿cuál de las siguientes expresiones describe mejor los puntos graficados? Argumenta tu respuesta.*

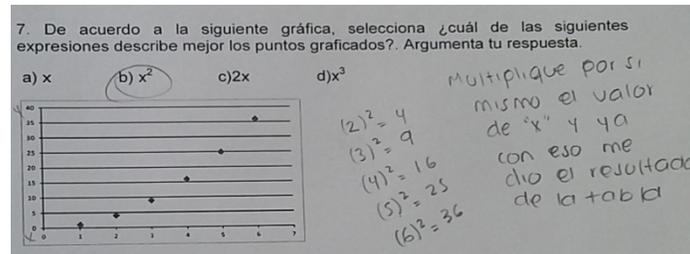
- a) x
- b) x^2
- c) $2x$
- d) x^3



De acuerdo a las respuestas que emitieron los estudiantes, se encontró que dos no contestaron este ejercicio, de los 14 que respondieron la pregunta, un estudiante llevó a cabo la función de identificación, los

demás estudiantes dieron tratamiento interno, tres de ellos realizaron conversiones con y sin congruencia a otros registros, dos de las conversiones congruentes fueron a registro algebraico y una a registro numérico sin lograr coordinar los registros, en la figura 8 se observa un ejemplo de esto.

Figura 8: Procedimientos realizados por el estudiante 24



En la figura 8 podemos ver que el estudiante llevó a cabo la identificación de las unidades significativas en el registro de salida así como en el registro de llegada por lo que podemos decir que el estudiante convirtió a distintos registros, sin coordinar dos de ellos; es importante señalar que solo un estudiante transitó entre el registro algebraico y lenguaje natural y de acuerdo con Duval (2016) este estudiante tiene una mayor comprensión del concepto pues utiliza los cuatro registros y coordina dos de ellos.

Con respecto a los usos de la variable, se observó que dos estudiantes no contestaron el ejercicio, además que otros cuatro estudiantes lo respondieron incorrectamente; dos de ellos al parecer pretendieron usar la variable como ignorada y otros dos como cantidad que varía. En relación a las respuestas de los diez estudiantes que contestaron correctamente se encontró que dos estudiantes utilizaron la letra como objeto, otros tres como letra ignorada, uno más como número generalizado y cuatro como cantidad que varía.

Conclusiones

La mayoría de los estudiantes utilizó la letra como objeto, además que utilizan tres registros representación y convierten por lo menos a tres registros, y logran dar tratamiento en el registro de llegada, sin embargo, en su mayoría los estudiantes no regresan al registro de partida, principalmente utilizan los registros lenguaje natural, numérico y algebraico.

Al conocer los resultados de los estudiantes, se observó que a pesar que los estudiantes cursaron el nivel básico y medio superior, aproximadamente 14 años de estudio, en los que se ven materias relacionadas con las matemáticas, ingresan a universidad sin utilizar a la variable como cantidad que varía en sus diferentes representaciones.

El conocer el nivel de comprensión que tienen los estudiantes que recién ingresan al nivel superior, nos permite contar con insumos empíricos para el diseño de intervenciones pedagógicas y también surgieron

algunas interrogantes, una de ellas es ¿qué estamos haciendo como profesores para que nuestros estudiantes se encuentren en ese nivel de comprensión del concepto variable? Que podemos reflexionar y analizar en futuras investigaciones.

Referencias

- Butto, C., & Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. *Educación matemática*, 16(1).
- Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Colombia: Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.
- Duval, R. (2016). Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Enfedaque, J. (1990). De los números a las letras. *SUMA*, 5, 23-34.
- Gray, S., Loud, B., & Sokolowski, C. (2009). Calculus students' use and interpretation of variables: Algebraic vs. Arithmetic thinking. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 9(2), 59-72.
- Küchemann, D. (1980). *The understanding of generalised arithmetic (algebra) by secondary school children. 1980. 232h.* (Tesis Doctoral en Filosofía sin publicar), University of London.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in school*, 23-26.
- Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variables. *The mathematics teacher*, 557-561.
- Schoenfeld, A. & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *The mathematics teacher*, 420-427.