



## GNOSEOLOGÍA DE LOS NÚMEROS

Carlos César Cruz Arizmendi

Rodolfo Ortiz Guerrero

Luz Amada Moreno Galeana

---

**Área temática:** Educación en campos disciplinares.

**Línea temática:** El análisis cognitivo de la construcción, comunicación y desarrollo de conocimientos disciplinares.

---

### **Resumen:**

La investigación disciplinar de la matemática permite profundizar en ideas puras del saber matemático, los números tienen una sustancia matemática que sientan las bases de los procesos gnoseológicos y pistemológicos de los estudiantes y profesores para poder generar modelos, esquemas y estructuras intelectuales del pensamiento matemático. En este trabajo presentamos una investigación realizada sobre la construcción del concepto de número y cómo los estudiantes se aproximaron a estados cognitivos y cognoscitivos complejos aplicando sus saberes y generando nuevas experiencias. Un problema central fue el de una operación de resta que al analizar sus resultados descubrimos la complejidad y dinámica mental que provocó en los sujetos, incidiendo en la creación de nuevas visiones sobre la pedagogía y didáctica de la matemática, nuestro caso, en nivel licenciatura y educación secundaria. La estructura de nuestro documento presenta cómo se resolvieron y analizaron los problemas, así como conclusiones y aportaciones teóricas, que consideramos nuevas y de gran valor investigativo para la comunidad académica. Les invitamos a que consideren nuestra metodología de investigación, sus resultados, hallazgos y conclusiones donde proponemos nuevos paradigmas pragmáticos de conceptualizar y desarrollar la matemática.

**Palabras clave:** gnoseología, epistemología, número, estructura, concepto.

## Introducción

El estudio gnoseológico de la matemática tiene un valor disciplinar en el desarrollo del pensamiento matemático, esta investigación está integrada en una estructura capaz de autorregular los estados cognitivos y cognoscitivos del aprendiz, analiza procesos en la construcción del concepto de número desde un enfoque gnoseológico con problemas matemáticos que implican operación de resta. El problema de investigación atiende la historicidad de los sujetos en su aprendizaje, desarrollo de su pensamiento y saber matemático del número como ente que dinamiza la conciencia crítica de los sujetos. Implica una tarea compleja en el aprendizaje y la enseñanza de la matemática sobre cómo el pensamiento matemático construye estructuras gnoseológicas, sobre el concepto de número, en estudiantes de Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, del Centro de Actualización del Magisterio Acapulco, participaron como sujetos que aprenden matemáticas para enseñarlas. El currículum oficial diseñado por SEP-DGESPE es un referente teórico que genera la experiencia en las aulas y así ser analizado con base en los resultados procesuales del prácticum.

El problema tiene como antecedente la educación que han recibido nuestros estudiantes, con un tipo de práctica docente centrada en el aprendizaje memorístico de conceptos, fórmulas y problemas estáticos sin movilizar estructuras para crear un nuevo estado cognitivo, generar nuevas en estados complejos con algoritmos cognoscitivos flexibles que pueden generar herramientas intelectuales específicas. Este primer antecedente es una pieza fundamental de la investigación, orientándonos al análisis conceptual y experiencial de gnoseología, epistemología, pedagogía y didáctica de la matemática, así como la teoría de números, desde un enfoque disciplinar puro.

La teoría de números es un segundo antecedente estructural del problema de investigación, integra elementos disciplinares necesarios para organizar estados de aprendizaje adecuados a los estudiantes. Una característica de nuestro problema es la falta de dominio de la matemática, observamos al docente proponer actividades divertidas y entretenidas, el estudiante participa y se divierte pero no aprende, la situación didáctica no se imbrica con el objetivo ni de la matemática ni del pensamiento matemático. Analizamos la estructura de los problemas matemáticos y encontramos que ésta es un tercer antecedente para la construcción de nuestro problema de investigación. Consideramos algunos casos donde el problema es más complejo en proporción inversa a la cantidad de datos e información. Los estudiantes argumentaban la falta de información, diciendo el problema está incompleto, así no se puede resolver, faltan datos.

## Preguntas

Preguntas de investigación, hipótesis y objetivos complementan nuestro objeto de estudio, siendo hilos conductores para el desarrollo y logro de nuestros objetivos, construcción de respuestas a las preguntas y generación de información para argumentar el estado conjetural de nuestras hipótesis.

¿Cómo se construye el concepto de número en la solución de problemas que implican operación de resta?

¿Cómo se autorregulan las estructuras cognitivas y cognoscitivas del pensamiento numérico?

¿Cómo se generan las dificultades para construir el concepto de número?

### **Hipótesis**

A mayor complejidad de las soluciones de un problema matemático, mayor la capacidad de análisis y visión epistemológica del concepto de número.

A mayor dificultad del problema, mayor la calidad de las dificultades que genera el sujeto en su pensamiento en la construcción del concepto de número.

Un mayor número de autorregulaciones cognitivas y cognoscitivas genera un pensamiento numérico más complejo sobre el concepto de número.

### **Objetivos**

Modelar un esquema que se aproxime a la idea matemática del pensamiento numérico y su estructura gnoseológica.

Generar el modelo de una estructura matemática dinámica aplicando las autorregulaciones cognitivas y cognoscitivas del pensamiento numérico.

Construir un concepto de número con base en la capacidad de analizar y resolver las dificultades generadas por el pensamiento matemático en la resolución de una resta.

### **Desarrollo**

“La teoría de los campos conceptuales es una teoría cognoscitivista que busca proporcionar un marco coherente y algunos principios de base para el estudio del desarrollo y el aprendizaje de competencias complejas” (Vergnaud, 1993). Esta teoría nos orientó sobre cómo entender la estructura compleja de un concepto matemático, concepto de número. Fuimos descubriendo elementos intelectuales aplicados en la resolución de problemas, los cuales facilitan la generación de ideas para la integración de esquemas plausibles como formas cognitivas donde se acomoda la experiencia cognoscitiva y propone un nuevo saber activo, por ello “un concepto no puede reducirse a su definición, al menos si se está interesado en su aprendizaje y en su enseñanza” (Vergnaud, 1993). Consideramos que las definiciones matemáticas; operación, resta, minuendo, sustraendo, transformación, colección, valor posicional y algoritmo, inciden en el pensamiento de los aprendices en relación directamente proporcional a la manipulación de problemas que exigen el uso de lo dominado, el intento de lo supuesto y el acomodo de lo potencial. Estos tres estados cognitivos de los estudiantes nos arrojaron información sobre sus procesos mentales.

En una primera etapa diagnóstica donde se pilotearon problemas aritméticos, identificamos sus primeras características, con ello los reorganizamos y categorizamos en grupos conceptuales y procedimentales, en fáciles donde sólo aplicaron sus dominios y, difíciles donde no tenían conocimientos disciplinares de la matemática para resolver el problema. En los cuatro grupos de problemas identificamos que su interacción cognitiva lograba su atención y seguimiento hasta su conclusión, en algunos los resultados numéricos eran los planteados, en otros no. Ambos resultados procesuales coincidieron en la intención compleja de hacerlos pensar en tiempo real, este tiempo lo llamamos así sobre el sentido construido por los estudiantes. El concepto aritmético de resta tomó una forma nueva para ellos, debido a que los problemas poseían poca información en su planteamiento, a su vez, este concepto fue un eslabón hacia el concepto mayor; **número**.

Un hilo conductor del desarrollo de la investigación fue la experiencia. Cómo el pragmatismo de un estudiante alcanza estados de aprendizaje complejos, ir de sus supuestos empíricos al problema, de sus supuestos teóricos-conceptuales al problema, de sus supuestos empíricos a supuestos teóricos nuevos y, de sus supuestos teóricos a nuevos. Estos cuatro binomios aparecieron como parte de los resultados. Comprendimos que este diverso estado pragmático cuando se explora y promueve en los estudiantes diseñan caminos hacia una solución, ésta la construyeron en dos dimensiones, una individual y otra social. Transitaban de un intento individual de solución hacia la búsqueda de apoyo de un compañero de clase, para validar sus resultados, saber otros intentos-procedimientos o poder imaginar un nuevo camino. Descubrimos la importancia y valor de lo práctico y lo teórico, en un proceso pragmático, en la construcción de un concepto. Cada uno de los estados reales y potenciales de los estudiantes, permitieron con mucha facilidad lograr idear esquemas y modelos procesuales de un concepto vivo y dinámico en constante cambio.

La recogida de información y evidencias nos llevó a explorar algo que no habíamos considerado en un principio, después lo integramos a la estructura general del problema. Antes de explicar la estructura sostenible de un concepto matemático, diré que la construcción de un problema de investigación, como en nuestro caso, puede ser flexible en la medida de las categorías de análisis que se establezcan, un problema no se construye sólo en el principio y por única vez, durante la investigación aparecen nuevos adeptos factibles de ser considerados como parte de los resultados para construir las conclusiones y la generación de nueva teoría. Continuando con la explicación de cómo el pensamiento matemático y el aprendizaje cuentan con un carácter sostenible, identificamos que los estudiantes pueden iniciar temerosos y con muchas dificultades en la solución de los problemas, lo cual complica aún más la construcción de estados cognitivos y cognoscitivos que sean la base gnoseológica del nuevo concepto matemático, pero después, sus pensamientos se sueltan y se tornan más dinámicos, mejorando su autonomía de aprendizaje y dejando a un lado la figura de quien le ayuda a aprender, el docente. Éste toma otro papel, el de presentador entre el sujeto que aprende pensando y el saber disciplinar, después se retira para no entorpecer las claridades e ideas que van apareciendo en la mente con forme los problemas son manipulados y tratados

cotidianamente hasta alcanzar un hábito familiar, propicio para que aprenda sólo sin dependencia de los sujetos y factores que iniciaron ayudándole hasta que descubriera sus herramientas intelectuales reales y potenciales, así como las formas de cómo autorregularlas para poder identificar errores, resolverlos, utilizar sus dominios y crear nuevos.

Las estructuras intelectuales son un resultado valioso que pretendimos desde el inicio de la investigación y que fue apareciendo con demasiada lentitud al inicio, tomando fuerza al final. Ahora sabemos que tomaron fuerza al final debido a nuestro desconocimiento, en un principio, sobre cómo es una estructura y de sus elementos como los esquemas, modelos y herramientas, éstos en dos grandes grupos los identificamos, uno cognitivo y otro cognoscitivo. Pongo un primer ejemplo, una herramienta cognitiva como el dominio empírico del algoritmo convencional de una resta aritmética, es así porque facilita la solución de problemas que aparecen en su zona de desarrollo real, donde no requiere de nuevos saberes para resolver un problema más complejo o igual a los que se ha enfrentado. Por su parte la misma herramienta desde la visión cognoscitiva le ayudará a descubrir que tiene saberes que ha utilizado de una forma pero que tienen un uso superior, facilitándole resolver problemas más complejos donde requiere experimentar un algoritmo distinto o realizar cambios sustanciales al algoritmo que ya domina para poder consolidar el nuevo, modelando así un nuevo estado cognitivo, con nuevas herramientas, esquemas y modelos.

Los estudiantes al resolver problemas que implican la operación resta mostraron que el funcionamiento cognoscitivo (Vergnaud, 1993), de su pensamiento aritmético desarrolla herramientas que automatizan el algoritmo de la resta, lo cual desarrollaron la capacidad de observación receptiva de una colección escrita en cada valor posicional así como la habilidad numérica de comparación entre colecciones, minuendo sustraendo. Este proceso psicológico superior lo experimentaron con base en su zona real y potencial (Vygotsky, 2011), generando una idea teórica a partir de su experimentación numérica, mediante un ir y venir, intentar y equivocarse hasta encontrar un acomodo de los números que coincidieran con lo establecido en el planteamiento del problema, identificamos en este tipo de ejercicios que los problemas provocan el pensamiento complejo del sujeto y después de una serie de intentos, unos erróneos y otros correctos, logran internalizar una serie de pasos que al mundo exterior parecen mecánicos, pareciera que el estudiante se los aprendió de memoria, lo cual no fue cierto, porque al plantearles problemas diferentes lograban el objetivo de pensar de forma autorregulada (Piaget, 1995), con herramientas numéricas sobre el algoritmo convencional de la resta y tuvieron la capacidad de modificar dicho algoritmo de acuerdo a la información presentada en el nuevo problema.

Lo citado en el párrafo anterior nos llevó a poner atención durante las sesiones problémicas de la investigación, al sentarnos para analizar los resultados nos dimos cuenta que habían experimentado un proceso de un nuevo algoritmo de resta, sin que ellos se dieran cuenta o fuese su intención. Nosotros al analizar identificamos que fueron capaces de resolver una resta con transacción en las decenas sin el método convencional de pedir prestado, inventaron una forma para descomponer las colecciones de

cada valor posicional y poder acomodarlas de tal forma que al valor del minuendo se le pueda quitar el del sustraendo. Este valioso resultado tiene ciertos elementos básicos en la idea del párrafo anterior, la mecanización, de cómo el sujeto cognoscente se familiariza (Polya, 2005) con el problema, anotamos que esta familiaridad numérica se construyó con base en el incremento conceptual aritmético en turno, por medio de una liga cognitiva de integrar el problema a sus estructuras reales en uso. Se consolidó cuando pudieron leer el problema y dejarlo a un lado para continuar en busca de la solución, al pasar a este nuevo estado cognoscitivo, nos dimos cuenta que habían establecido mecanismos para acomodar nuevas formas de ligar los esquemas y estructuras numéricas mediante nuevos modelos paradigmáticos simbolizados en ideas artesanales que irían a intentar en un nuevo proceso. Ahora podemos decir que cuando un sujeto puede resolver un problema fácil o el más complejo en su estado cognitivo ideal, viendo el problema sólo al inicio, encontrará más de dos caminos para llegar al resultado correcto, dichos caminos serán disciplinarmente en el estado de la matemática diferentes por la complejidad de cómo utiliza los conceptos en su aplicabilidad sostenible de la idea esquemática que logró elaborar al inicio, la cual fue suficiente y bien construida para no volver a leer el problema. Este resultado, este gran hallazgo nos conmovió en mucho, porque lo consideramos como un gran avance en nuestro trabajo como docentes, debido a que podremos a partir de hoy, aplicar nuevas formas de ver el estudio de la matemática, un paradigma más flexible y cómodo a una época donde el estudiante tiende a distraerse con mucha facilidad por las virtudes de los dispositivos electrónicos y de la web. En esta distracción tenemos muy claro que nuestros estudiantes si regresaban a una segunda o más lectura del problema, perdían el sentido esencial generado en su lectura primera, y lo confirmamos en el otro grupo de problemas aplicados, donde sólo se les permitió una lectura para poder resolver el problema.

Polya propone que el obtener una solución correcta es satisfactorio, pero cita que es conveniente descubrir cómo es aquel camino más sencillo, menos sinuoso y de mayor claridad para el aprendiz (Polya, 2005). Esta idea la tuvimos desde un principio como una base fuerte para la creación del concepto de número. Nuestros estudiantes con lo anterior y hasta expuesto, lograron habilitarse intelectualmente no sólo para resolver problemas y tener una idea clara de lo que es un número, también establecieron mecanismos epistemológicos de cómo el pensamiento se puede deformar y ser flexible para alcanzar, en extensión, una herramienta que está próxima en sus estructuras matemáticas pero que no ha podido utilizar debido a la falta de necesidad o de capacidad. En un tiempo perentorio de análisis crítico logramos establecer algunas primicias sobre porqué el segundo, tercer y demás proceso de solución siempre fue más fácil para nuestros estudiantes, sobre la solución del mismo problema. Trataré de explicarme con claridad para ello. En el primer intento el problema es ajeno al sujeto, se aproxima a descubrir cómo resolverlo, intenta, comete errores, algunos no logra identificarlos y llega a un resultado erróneo, pero todo este proceso es muy importante y de gran valor, porque sin éste jamás podrá generar un segundo proceso de solución y sin el segundo no habrá tercero. La primera vez y sus resultados procesuales provocaron un cambio en el pensamiento y una maduración, así como un explorar y despertar formas, esquemas, modelos y

conceptos teóricos y empíricos. Todos éstos preparados y con una señal de alerta por si apareciese otro problema, están atentos y despiertos, en un estado latente, al llegar el nuevo problema se autorregulan bajo la consigna de a mí no me vuelven a sorprender, esto porque guardaron en su memoria la experiencia fallida, si usted así lo define, pero necesaria, con ésta abordan el problema desde varios pasos adelante, no parten de la línea de salida, de unos metros avanzados y con elementos de sorpresa para el problema, el problema recibe ataques algorítmicos que no había imaginado podría recibir por parte de un estudiante y se ve sorprendido por lo que va cediendo poco a poco y soltando información relevante al sujeto con la que incrementa sus herramientas y su uso crítico. También pudimos percibir que el problema no se esperaba la aplicación de un concepto matemático puro, éste se presentó en nuestra investigación como un agente de sabotaje a la complejidad de los problemas. Cuando un concepto no considerado en el campo semántico del problema, en nuestro caso, problemas numéricos de operación resta, la teoría de números no esperaba la intervención de conceptos geométricos e incluso de arreglos, combinaciones y permutaciones, éstos cuatro valiosos campos teóricos fundamentaron el salto cuántico de nuestros resultados durante la investigación y más en el análisis final.

Los resultados, por cierto muy satisfactorios, que obtuvimos tienen un sustento teórico, en el cual aparece el aparato pedagógico de la educación. Para ello utilizamos una idea sociológica de Durkheim, donde él sugiere que “[...] la pedagogía [...] consiste no en acciones, sino en teorías [...] son maneras de concebir la educación, no maneras de practicarlas.” (Durkheim, 2009). Consideramos que gran parte del acierto de nuestros resultados es la excelente participación de nuestros estudiantes y, el habernos alejados de ellos, el dejarles aprender con libertad fundamentada, ahora me explico. Libertad fundamentada, citado por Durkheim, supimos desde un principio lo que queríamos y nos documentamos desde lo disciplinar en la matemática, aritmética, números, operación resta y pedagogía, ésta, para saber cómo se estructura la concepción del aprendizaje y estudio de los números, así como en la gnoseología para saber a cabalidad las formas que toma el conocimiento en las estructuras del sujeto, cuando sabe y cuando no sabe. La pedagogía nos llevó a considerar estudios de clase (Soda, 2008) para preparar en colectivo los problemas y que su diseño estructural fuese completo para el propósito en la investigación. Nuestros resultados abarcan elementos pedagógicos que sugieren tomar una distancia del espacio intelectual de aprendizaje de los estudiantes, observamos que, logran los resultados esperados en torno a su maduración intelectual y desarrollo del pensamiento matemático. Por su parte la gnoseología nos estableció supuestos teóricos sólidos, proponiendo que el concepto de número tiene un modelo en la mente del sujeto (Bunge, 2015), que este modelo es sólo una inferencia con base en estudios realizados por expertos en la materia y que han logrado identificar mecanimos y esquemas que se autorregulan con el estudio y los problemas matemáticos para poder resolverlos y habilitarse para saltar a los nuevos estados del conocimiento.



## Conclusiones

Los números cuentan con una esencia desconocida aún para la humanidad, sólo Dios la sabe. Nuestra investigación considera se suma importancia que el hombre se aproxime a creer saber cómo se estructura la matemática en la mente humana, en singular cómo los números nos manipulan para que podamos desarrollar nuestro pensamiento aritmético y generar nuevas ligas conectoras entre conocimiento puro y procesos numéricos para resolver problemas que implican la operación de resta. Nuestro objetivo de investigación nació y se desarrolló con esta idea, suponer que los números tienen vida, un alma que guarda esotéricamente su secreto divino e intelectual, por ello nuestro propósito fue el de poder estudiar los procesos epistemológicos de nuestros estudiantes en la solución de problemas para identificar características cognitivas y cognoscitivas de esquemas y estructuras numéricas dinámicas, flexibles y pensantes de manera crítica que pudieren indicarnos cómo tomar el asunto de la construcción del concepto de número. Descubrimos que una sencilla resta que probablemente pertenece a un problema de tercer grado de educación primaria en México, relacionado a una edad biológica, aproximada, entre los ocho y nueve años, nos llevaría a profundizar en tópicos complejos de los números. Tenemos las evidencias que muestran la generación del concepto de número apoyado en la idea aritmética de número primo. Este ideal matemático tiene un elemento integrador y concluyente de nuestros resultados, nuestros estudiantes ahora tienen una idea clara de lo que es el número, con una estrecha relación a la forma aritmética y geométrica del número primo, éste como un ser pensante que genera complejidades en las estructuras mentales del sujeto, éste nuestro gran hallazgo, comenzó con una forma gnoseológica aritmética de la resta (Cruz, Reséndiz, Alcaraz, & Ortiz, 2018), construida, en un principio y sólo por; una cantidad de tres valores posicionales en el minuendo, en el sustraendo y en el resultado o resta. Digo estructura gnoseológica, sin ser tautológico, porque el problema así planteado sólo hace pensar al sujeto en un recuerdo de la educación primaria y evocar de la memoria aquel algoritmo de quitarle al de arriba lo que indica el de abajo, al minuendo el sustraendo, y obtener con rapidez y facilidad el resultado. Aquí viene lo gnoseológico y epistemológico del asunto, al percatarse el pensamiento que la resta realmente no existe porque no se han colocado los números, el problema consiste en colocarlos, tomarlos de la colección del uno al nueve sin repetir, es cuando las estructuras se descomponen y ver sorprendidas por no saber qué hacer, en primaria no se me enseñaron restas de este tipo, en todas el profesor siempre nos ponía los números del minuendo y del sustraendo y encontrábamos el resultado o resta, ahora parece que le debo hacer de profesor y colocar yo los números, que coincidan con las condiciones del problema. Lo gnoseológico cambia, porque la forma de cómo están acomodados los conocimientos, experiencias y herramientas intelectuales, ya no sirve, no pueden funcionar así, entonces se dice que tenemos que generar una nueva forma, un modelo distinto de acomodo y funcionalidad para que puede meterme al problema y resolverlo, ahora el modelo estructural no es estático, sino dinámico porque el sujeto debe pensar en arreglos, permutaciones y combinaciones posibles que puedan resolver el problema. Por su parte, la acción epistemológica se pronunciará desde la conciencia que tenga el sujeto al saber cuál es el verdadero problema, cuál es la esencia de la operación,



si existe un concepto matemático puro de la aritmética que le permita comprender mejor el problema y poder intentar varios algoritmos que le muestren destellos de solución, primero mediante errores. El sujeto está dispuesto a encontrar errores primarios que le expliquen qué está realizando con los números y cuáles son los resultados que obtiene cuando camina hacia un supuesto. Entonces podemos proponer que el concepto de número o de otro concepto o idea matemática en cualquiera de las áreas de esta disciplina puede estar generado a partir de intentos epistemológicos guiados por una estructura, modelo, esquema o forma gnoseológica del pensamiento del sujeto que utiliza los conocimientos de sus estados cognitivos y herramientas de sus estados cognoscitivos reales, provocando la aparición de nuevos estados potenciales. Los errores tuvieron esa virtud en nuestra investigación, se convirtieron en el nuevo modelo matemático del sujeto, que al llegar a éste debe iniciar un nuevo bucle, parecido al anterior pero con mayor dominio de su pensamiento.

Para cerrar este momento de conclusiones termino con la complejidad de cómo el concepto de número y el problema de la resta adquirieron una complejidad gnoseológica mayor, alcanzando una elaboración conceptual con tintes de modelo aritmético. Fueron los números primos los que complicaron el asunto y convirtieron a los resultados óptimos en excelsos. Una pregunta problematizadora y de análisis fue ¿Cuántas soluciones existen de este problema cuando la resta o resultado es un número primo? Ésta detonó en los estudiantes una serie de preguntas que facilitaron su pensamiento, abriendo sus visiones y eliminando los complejos para poder atreverse a proponer resultados, conjeturas, ideas y conclusiones que posiblemente sólo ellos creían posibles y que los demás o no las comprendían o les era difícil de imaginar. Podemos garantizar que el estudio de los números tiene un amplio campo de acción para poder sentar las bases y movilizar las ideas de quienes enseñan matemáticas, así como de la creatividad y apertura de quienes aprenden. Terminó diciendo que nuestros estudiantes saben qué es un número y cuál es su esencia, experiencia que les abrió los ojos y pueden ver nuevos paradigmas de la matemática.

## Referencias

- Cruz, C., Mosso, E., Alcaraz, B., & Reséndiz, F. (2018). *La Multidisciplinariedad en el nuevo Modelo Educativo. Una perspectiva en la formación de Profesores*. Tepic: UTP Editorial.
- Cruz, C., Reséndiz, F., Alcaraz, B., & Ortiz, R. (2018). Pensamiento Matemático. *Kinesis, la revista veracruzana de investigación docente* (3), 412.
- Bunge, M. (2015). *Epistemología*. México, México, México: siglo veintiuno editores.
- Durkheim, E. (2009). *Educación y Sociología*. México, México, México: Colofón.
- Piaget, J. (1995). *El Estructuralismo*. México, México, México: ¿Qué Sé?
- Polya, G. (2005). *Cómo plantear y resolver problemas*. México, México, México: Trillas.
- Soda, M. (2008). *Estudios de Clase*. Tsukuba, Ibaraki, Japón: Universidad de Tsukuba.
- Vergnaud, G. (1993). *La teoría de los campos conceptuales*. México: CINVESTAV IPN.
- Vygotsky, L. (2011). *Pensamiento y Lenguaje*. México, México, México: Ediciones Quinto Sol.