



XVI
Congreso Nacional de
Investigación Educativa
CNIE-2021

La Modelación Matemática En Educación Secundaria, Una Propuesta De Diseño De Secuencia Didáctica

Evodio Jiménez Tapia
Centro de Actualización del Magisterio de Chilpancingo
ifadmatematicas@gmail.com

Área temática 06. Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Análisis de los procesos de aprendizaje y del desarrollo de los conocimientos y saberes disciplinares.

Tipo de ponencia: Diseño y aplicación de secuencias didácticas para la modelación matemática.



Resumen

La presente ponencia expone, sobre el diseño y aplicación de una secuencia didáctica para la modelación matemática, la cual se aplicó en la enseñanza superior con 13 profesores estudiantes del ciclo escolar 2019-2020 de la Maestría en Competencias para el Desempeño Docente dependiente del Centro de Actualización del Magisterio de Chilpancingo.

El objetivo es la construcción del modelo matemático que permita resolver problemas similares. En cuanto al alcance de la investigación tiene un carácter exploratorio y explicativo, que permite analizar el trabajo docentes de manera sistemática.

La metodología utilizada, fue con el diseño de las secuencias didácticas planteada por Sergio Tobón, quien menciona tres momentos principales, estos son: inicio, desarrollo y cierre. El material se entregó en formato digital y la comunicación se dio a través de la plataforma zoom, WhatsApp, Facebook, elaboración de diapositivas, enseñanza de la aplicación Geogebra, editor de ecuaciones de Microsoft Word y correos electrónicos.

Los resultados obtenidos fueron favorables, alcanzando un 80% de logro de los objetivos planteados. La conclusión del presente artículo es la siguiente: los conocimientos algebraicos son de suma importancia para la modelación matemática, la cual es fundamental para que los estudiantes de maestría puedan construir las fórmulas matemáticas de los problemas del contexto.

Palabras clave: modelo matemático, enseñanza de las matemáticas, software libre.

Introducción

El presente trabajo de investigación se ubica en la **educación secundaria**, puesto que la modelación matemática se inicia formalmente después de la educación primaria de acuerdo a la SEP (2017), entendida como lo afirma Suárez & Cordero, (2008), es “una construcción que norma la selección del lenguaje de las herramientas sobre el lenguaje de los objetos”, es decir, que forma un andamio entre el contexto y el mundo de las matemáticas.

En la práctica docente se observa que, los estudiantes para resolver algunos problemas se auxilian de los formularios, si estos no están a su alcance, prácticamente les resulta imposible poder encontrar la respuesta al problema que se les haya planteado. Lo anterior ha ocasionado que se busquen alternativas de solución, para ello se apoya de la modelación matemática como lo plantea Biembengut & Hein (2004):

La modelación matemática está siendo fuertemente defendida, en los más diversos países, como método de enseñanza de las matemáticas en todos los niveles de escolaridad, ya que permite al alumno no solamente aprender las matemáticas de manera aplicada a las otras áreas del conocimiento, sino también mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problema.

Esta ponencia expone diversas estrategias didácticas que permitieron que los estudiantes de maestría pudieran modelar varios problemas, con esto se facilita para tener una mayor capacidad de observación y correlación de las variables y constantes que se observan en los datos de los problemas del contexto.

El uso de los softwares de geometría dinámica, como lo afirma Gruszycki (2012), “permite trabajar con diferentes registros de representación a través de vistas gráficas, algebraicas y tablas”, permitiendo con ello tener una mejor apreciación de la resolución del problema.

Para el caso de este trabajo, lo que interesó fue en utilizar al software como herramienta para graficar algunas funciones y estas sean interpretadas sobre el comportamiento del problema y se pronostiquen algunos valores que se observen en el plano cartesiano. No se omite mencionar que todas las escrituras de los alumnos se realizaron con el editor de ecuaciones de Microsoft Word para escribirse correctamente, esta escritura benefició el aprendizaje de los estudiantes, según comentaron los mismos profesores que participaron en este trabajo.

Desarrollo

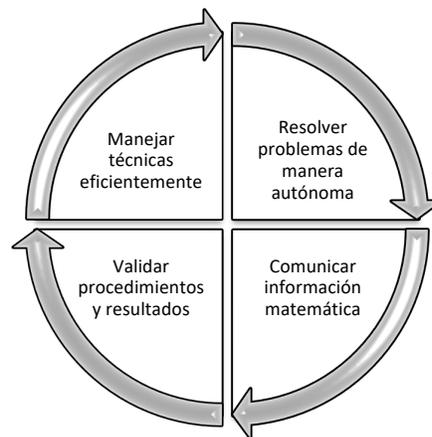
Diseño conceptual

Las clases se prepararon por medio de secuencias didácticas como lo menciona Tobón (2010) en su obra *Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias*, que dice:

Las secuencias didácticas son, sencillamente, conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos. En la práctica, esto implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, ya que la educación se vuelve menos fragmentada y se enfoca en metas.

Por lo anterior se tomaron en cuenta las competencias a desarrollar que indica la SEP (2011) y la didáctica de la matemática, con la finalidad de conseguir junto con los alumnos la construcción del conocimiento, para este caso la modelación matemática.

Figura 1. Las competencias matemáticas del plan de estudios 2011



Fuente: elaboración propia.

Las principales componentes de una secuencia didáctica por competencias de acuerdo a Tobón et al. (2010) son:

1. Situación problema del contexto. Debe ser un problema relevante del contexto del cual se busca información
2. Competencias a formar. Las que se indican en los programas de estudios vigentes.
3. Actividades de aprendizaje y evaluación. Hay de dos tipos, las que se realizan con el docente y las de trabajo autónomo
4. Evaluación. Se establecen los criterios y evidencias del trabajo áulico
5. Recursos. Los materiales educativos, espacios físicos y equipo
6. Proceso metacognitivo. Se describen las principales sugerencias para que el estudiante reflexione y se autorregule en el proceso de aprendizaje.

En cuanto a la modelación matemática, es importante mencionar que siempre retoma problemas del contexto de los estudiantes, para determinar el modelo matemático que les permita calcular otros valores que también pueden ser interesantes para el usuario, para ello se revisan los conocimientos previos correspondientes al pensamiento algebraico y después se aborda el problema con la intención de modelarlo.

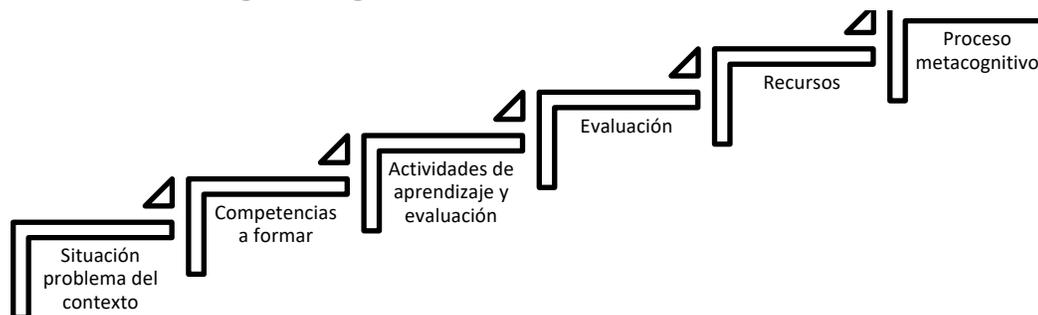
El software de geometría dinámica utilizado fue el geogebra, que permite graficar funciones, acercarse o alejarse de los puntos en el plano cartesiano de acuerdo al interés del usuario, entre otras acciones que puede realizar.

Con respecto a la plataforma usada fue el Zoom, que permite la comunicación verbal, escrita, compartir pantalla para revisar los procedimientos matemáticos, corregir escritura de forma cooperativa y lo más importante reflexionar el trabajo matemático, donde el docente funge como mediador del conocimiento.

Metodología de la secuencia didáctica y su intervención

La metodología utilizada fue la de Sergio Tobón que se describe en la figura 2; para llevar a cabo la modelación fue importante hacer iniciar con la introducción al lenguaje algebraico, para que en el momento de trabajar en equipo, fuera un trabajo cooperativo como una necesidad pedagógica que menciona Latorre (2003)

Figura 2. Pasos de la metodología de Sergio Tobón



Fuente: elaboración propia.

- a. sin el profesor. Para retomar los conocimientos previos correspondientes a la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico.
- b. de manera autónoma. Las actividades son de resolución de problemas que lleven a la modelación matemática.

Actividades con el docente

Nociones de simbolización

Instrucciones. Escribe las abreviaturas correspondientes de las siguientes palabras

Tabla 1. Palabras y abreviaturas

Palabras	Abreviatura
Organización de las Naciones Unidas	
Organización Internacional del Trabajo	
Antes de Cristo	
Alteza Imperial	
Antes meridiano	
Pasado meridiano	

Fuente: elaboración propia.

Instrucciones. Abrevia con una sola letra las siguientes palabras

Tabla 2. Palabras con una sola letra

Palabras	Abreviatura	Palabras	Abreviatura
Área		Librox	
Perímetro		Cuaderno	
Lado		Silla	
Vértice		Número	

Fuente: elaboración propia.

Instrucciones. Abrevia con una o dos letras los siguientes nombres sin que se repitan las abreviaturas

Tabla 3. Palabras con una y dos letras

Países	Abreviatura	Palabras	Abreviatura
Argentina		Árbol	
Cuba		Cumbia	
Colombia		Contabilidad	
Dinamarca		Dinero	

Fuente: elaboración propia.

Instrucciones. Abrevia las siguientes palabras con la cantidad de letras que tú consideres

Tabla 4. Abreviatura de palabras de manera lógica

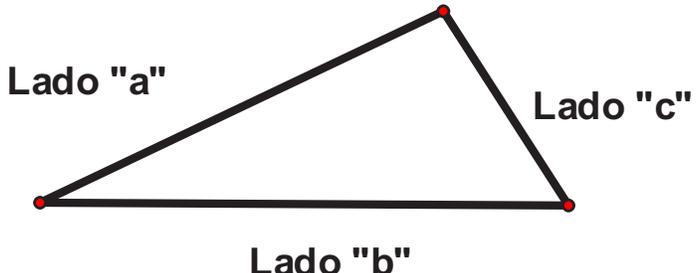
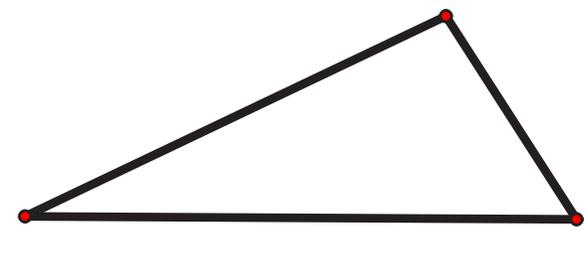
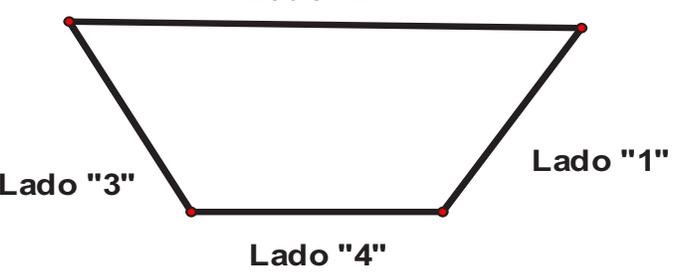
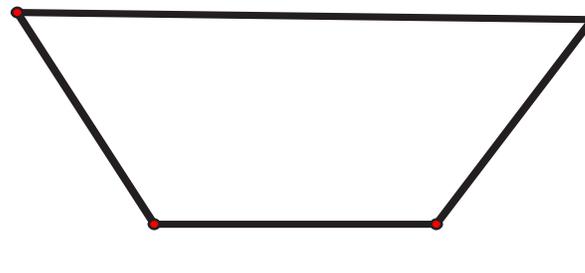
Países	Abreviatura	Capitales	Abreviatura
Metros cuadrados		Tres cuadernos	
Centímetros cúbicos		Cinco lapiceros	
Sillas blancas		Ocho metros de tela	
Dos carros		Dos mesas cuadradas	

Fuente: elaboración propia.

Simbolización algebraica en la geometría.

Instrucciones. Observando las figuras geométricas de la primera columna, simboliza en la segunda con una sola letra o número en la segunda columna

Tabla 5. Simbolización geométrica

Figura geométrica	Simbolización
	
	

Fuente: elaboración propia.

Abreviaturas numéricas.

Instrucciones. Llena la tabla de acuerdo a los ejemplos

Tabla 6. Simplificación aritmética

Sumas	Significado	Multiplicación	Con paréntesis
$2+2+2$	3 veces 2	3×2	$(3)(2)$
$10+10+10+10+10+10$			
$7+7+7+7$			
$4+4+4+4+4+4+4$			

Fuente: elaboración propia.

Abreviaturas algebraicas

Instrucciones. Llena la tabla de acuerdo a los ejemplos

Tabla 7. Simplificación algebraica

Sumas	Significado	Multiplicación	Sin paréntesis
$a+a+a$	3 veces a	$3a$	$3a$
$b+b+b+b+b$			
$y+y+y+y$			
$d+d+d+d+d+d$			
$e+e+e+e$			

Fuente: elaboración propia.

De manera autónoma

Integración de equipos por afinidad y en cada uno de ellos exista al menos una calculadora científica, un cuaderno y una computadora.

Instrucciones: resuelve los siguientes problemas, siguiendo las indicaciones en cada uno de ellos.

1. El Estado de Guerrero tuvo una población total en el año 2010 de 3'079, 649 habitantes y diez años después alcanzó la cantidad de 3'533,251 (INEGI, 2020) cuánta población habrá para los próximos 5 años (2021, 2022, 2023, 2024 y 2025).

Contesta las siguientes interrogantes, escribiendo en el espacio las operaciones realizadas.

- ¿Cuánta población aumentó en diez años?
- ¿Qué porcentaje representa el aumento con respecto a la población del año 2000?

- c. ¿Cuál fue su Tasa de crecimiento Promedio Anual (TCPA) en diez años?
- d. Con esta información calcula la población aproximada de los siguientes años: 2021 al 2025
- e. Encontrar el modelo algebraico del problema, con apoyo en la siguiente tabla.

Tabla 8. En busca del modelo algebraico.

N.P.	Año	Expresión algebraica	Expresión factorizada
1	2021	$PF_1 = PF_i + PF_i(i)$	$PF_1 = PF_i(1+i)$
2	2022	$PF_2 = PF_i(1+i) + PF_i(1+i)(i)$	$PF_2 = PF_i(1+i)(1+i)$ Factorizar $PF_2 = PF_i(1+i)^2$
3	2023		
4	2024		
5	2025		
n			

Fuente: elaboración propia.

Para encontrar el modelo algebraico, observamos que:

- ¿Qué términos no cambian en la expresión factorizada? _____
- ¿Qué términos si cambian? _____
- ¿Hay alguna relación con los exponentes? _____
- El modelo algebraico es: **$PF_n =$** _____

Aplica la fórmula para calcular la población de los primeros cinco años de esta década.

Tabla 9. Población aproximada con uso de la fórmula

Año	Expresión algebraica
2021 (n=1)	
2022 (n=2)	
2023 (n=3)	
2024 (n=4)	
2025 (n=5)	

Fuente: elaboración propia.

2. Si esta semana deposito un peso y la siguiente el doble, es decir, \$2, y a la que sigue duplico otra vez lo que deposito, es decir, deposito \$4, y si sigo así todas las semanas.

¿Cuánto depositaré en la octava semana? ¿Qué fórmula modela el problema?

Tabla 10. Depósito por semana

Semana (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	n
Depósito (y)									

Fuente: elaboración propia.

Contesta las siguientes interrogantes con respecto a la tabla

1. ¿En cuánto aumenta los valores del primer renglón? _____
2. ¿En cuánto aumenta los valores del segundo renglón? _____
3. ¿Sepuededescomponerlosvaloresdelsegundorenglónenfactoresprimos? _____

Nota: los números primos solo tienen dos divisores, algunos de ellos son: 2,3,5,7,11,13,17,19, etc.

Tabla 11. Depósitos con descomposición factorial

Semana (x)	Depósito (y)	Descomposición factorial	Potencias
1	1		
2	2		
3	4		
4	8	2x2x2	2 ³
5	16		
6	32	2x2x2x2x2	2 ⁵
7			
8			

Fuente: elaboración propia.

Contesta las siguientes interrogantes con respecto a la tabla

En la semana 4 (primera columna), le corresponde un exponente 3 (columna 4), que operación aritmética (suma, resta, multiplicación o división) le debo de hacer al número 4, para que sea 3: _____

- En la semana 7 (primera columna), le corresponde un exponente 6 (columna 4), que operación aritmética (suma, resta, multiplicación o división) le debo de hacer al número 7, para que sea 6: _____

Por lo tanto, generalizamos:

- En la semana “n” (primera columna), le corresponde un exponente ____ (columna 4).
- La fórmula que modela el problema es: _____

¿Cuánto habré ahorrado en total en la octava semana?

Tabla 12. Depósitos por semana y ahorro acumulado

Semana (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	n
Depósito (y)	1	2	4	8	16				
Ahorro acumulado	1	3	7	15					

Fuente: elaboración propia.

¿Qué fórmula modela el problema?

Tabla 13. Información que relaciona el número de semana, ahorro acumulado y el resultado de las potencias

Semana (x)	Depósito en pesos (y)	Ahorro acumulado	Potencias	Resultado de las potencias
1	1	1		
2	2	3		
3	4	7		
4	8	15	2^4	16
5	16			
6				
7			2^7	128
8				

Fuente: elaboración propia.

Contesta las siguientes interrogantes:

- Observa a los números de la primera columna, ¿qué relación tienen con los exponentes de la cuarta columna? _____
- De la primera semana, el resultado de la potencia (quinta columna) es _____, que operación aritmética se le debe de aplicar para que sea igual al ahorro acumulado (tercera columna) de la primera semana:

- De la segunda semana, el resultado de la potencia (quinta columna) es _____, que operación aritmética se le debe de aplicar para que sea igual al ahorro acumulado (tercera columna) de la segunda semana:

- Realiza las mismas observaciones con las demás semanas.
- Al generalizar, se determina que el modelo algebraico es: _____
- a. ¿Cuánto tardaré en ahorrar \$4 095? _____
- b. ¿Cuánto tardaré en ahorrar \$32 767? _____

3. Un agente de ventas recibe dos ofertas de empleo de una misma compañía: un salario base mensual de \$1500 más 8% de comisión sobre las ventas, o bien 15% de comisión sobre las ventas, sin salario base. Escribe en cada caso una fórmula para indicar cómo dependen los ingresos (y) del agente de las ventas (x) que realiza. Construye una tabla para comparar los ingresos posibles en cada caso; por ejemplo, ¿cuánto recibe en cada caso si vende 10 000, 20 000, 30 000, 40 000... pesos? ¿En qué caso le conviene aceptar una u otra oferta? Apóyate en las siguientes tablas

Tabla 14. Información de la oferta 1 del agente de ventas

Oferta 1				
Porcentaje (%)	Ventas (x)	(%) (ventas)	Salario base	Ingresos (y)
0.08	10,000	800	1 500	2 300

Fuente: elaboración propia.

Contesta las siguientes interrogantes.

1. Los valores de la columna número 1, ¿cambian? _____
2. Los valores de la columna número 2, cambian? _____
3. Los valores de la columna 4, ¿cambian? _____
4. ¿Cuál será la fórmula que modela el problema? _____

Tabla 15. Información de la oferta 2 del agente de ventas

Oferta 2			
Porcentaje (%)	Ventas (x)	(%) (ventas)	Ingresos (y)
0.15	10,000	(0.15)(10,000)	1 500

Fuente: elaboración propia.

Contesta las siguientes interrogantes.

1. Los valores de la columna número 1, ¿cambian? _____
 2. Los valores de la columna número 2, cambian? _____
 3. ¿Cuál será la fórmula que modela el problema? _____
- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación y por el gráfico: (Ecuación 1) $y = 0.08x + 1500$, (Ecuación 2) $y = 0.15x$ y contesta las siguientes interrogantes:
 1. ¿Cuánto debe de vender el agente de ventas que sea indistinto seleccionar la oferta uno o dos?

 2. ¿Cuánto percibe de ingresos en este caso? _____
 3. ¿Hasta cuánto debe de vender para que le convenga la oferta 1? _____
 4. ¿Hasta cuánto debe de vender para que le convenga la oferta 2? _____
 5. Al multiplicar dos números se obtiene 168 como resultado y al dividir el mayor entre el menor el cociente y el residuo son iguales a 4. ¿Cuáles son estos números? Resuelve por dos métodos: numérico y algebraico
 6. Un paciente de cáncer recibirá terapia mediante fármacos y radiación. Cada centímetro cubico de medicamento que se usará contiene 200 unidades curativas, y cada minuto de exposición a la radiación proporciona 300 unidades curativas. El paciente requiere 2,400 unidades curativas. Si d centímetros cúbicos de la droga y r minutos de radiación son administrados, determine la función lineal que relaciona d y r . Grafique e intérprete resultados.

Rasgos centrales de seguimiento

Actividades con el docente

Con respecto a las nociones de simbolización, este fue un trabajo individual que los estudiantes de maestría contestaron y, posteriormente sus respuestas fueron socializadas en el grupo, para identificar las semejanzas y diferencias, así como, expresar la metacognición de las actividades realizadas para el aprendizaje del álgebra.

En relación a las tablas 1 a la 4, los estudiantes opinaron que es el principio para entender la siguiente parte, es decir, la simbolización algebraica, que permitirá comprender la simplificación que se realiza en la aritmética a través de la multiplicación, las cuales se muestran en la tabla 7.

De manera autónoma

Problema No. 1. La información del contexto se consulta en la página del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), con la finalidad de formular un modelo matemático que permita calcular la cantidad de población para cinco años: 2021-2025

Las preguntas realizadas en los primeros cuatro incisos, permiten realizar operaciones que calculan la cantidad de habitantes de acuerdo a la tasa de crecimiento promedio anual de la década pasada. Esto que se dice tan fácil, se requiere de la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y factorización por término semejante para lograr determinar el modelo algebraico, es decir llegar a

Problema No. 2. Corresponde a las funciones exponenciales, quienes crecen rápidamente, como es el caso de la población mundial. Para este caso se plantean dos preguntas interesantes:

- a. ¿Qué modelo matemático permite conocer la cantidad depositada en una semana determinada?
- b. ¿Qué modelo matemático permite conocer la cantidad ahorrada en una semana determinada?

Para llegar al modelo matemático se realizaron preguntas que favorecieron el razonamiento de los estudiantes en la construcción de la fórmula, después se plantearon preguntas las cuales se resolvieron sustituir en la fórmula y nuevamente ocuparon la descomposición factorial para resolver el problema.

Problema No. 3. Corresponde a la solución de sistemas de ecuaciones por diversos métodos, pero en la primera solución no se observó de esa manera, por lo que se resolvió por medio de cuadros de doble entrada para facilitar la relación de la información y construir los modelos matemáticos.

En este problema se utilizó el geogebra (software de geometría dinámica) para graficar las funciones resultantes y contestar las últimas cuatro interrogantes; en este problema se observó la solución por método numérico, algebraico y gráfico.

Problema No.4 . Es un problema que se retoma de la aritmética con la finalidad de fortalecer las competencias en ese campo, es aquí precisamente donde se tuvieron las dificultades de resolución por el método algebraico.

En la aritmética se tiene diversas formas de representar a una división, como son las siguientes: $10/2$, $10 \div 2$, $10/2$, $2|10$. Al parecer esa fue la confusión para resolver el problema, para no determinar el modelo matemático. Si lo pudieron resolver de manera aritmética, pero no de forma algebraica.

Problema No. 5. Corresponde a un problema de la medicina quien al parecer al inicio no se le veía la forma de conocer el modelo matemático, porque se van a sumar dos variables que no son términos comunes (centímetros cúbicos de unidades curativas y minutos de exposición de radiación), sin embargo, el trabajo cooperativo de los estudiantes de maestría fue favorable a la construcción del modelo.

Las acciones fueron las siguientes: construyeron en una tabla con tres columnas los valores de las variables; en la primera se colocaron los centímetros cúbicos, en la segunda los minutos de exposición y en la tercera la suma de ambas columnas. En las dos primera columnas se escribieron diferentes coeficientes de tal manera que sumaran 2 400 unidades curativas.

Después de la tabla se construyó el modelo y se graficó, confirmando los valores enteros encontrados y se dieron cuenta que había más valores que no son enteros y que cumplen con la condición del problema. Es aquí donde se les mencionó que habían encontrado una ecuación diofántica, la cual tiene dos variables y su solución en infinita.

Evaluación de la experiencia

Planteamiento de problemas.

Los estudiantes de posgrados opinaron que eran contextualizados, porque formaban parte de su trabajo docente y los podían aplicar en sus aulas con un trabajo adecuado previo de conocimientos, como lo recomienda el Dr. Sergio Tobón, para el diseño de las secuencias didácticas. La motivación era importante al inicio de las actividades.

Escritura matemática y graficación de funciones

Los estudiante no conocían la escritura con el editor de ecuaciones y algunos de ellos habían trabajado con el geogebra, pero ahora lo analizaban con mayor utilidad para sus clases. Estas dos herramientas permitirán mejorar su labor educativa para beneficios de sus alumnos.

La modelación matemática

La construcción de modelos matemáticos facilita en los estudiantes un mayor análisis por diversos registros y con el uso de la tecnología, como lo plantea (Vasco, 2003) , esto los hace más competentes.

Conclusiones

Las principales aportaciones que se pueden mencionar es que los estudiantes ven a la matemática desde otro punto de vista, no solamente sea sustituir valores en las fórmulas, sino saber construirlas, ¿Cuántas veces para resolver el problema del cálculo del área de un trapecio aplicamos la siguiente fórmula ?, la pregunta es por qué se deben sumar $B+b$, por qué no se restan, multiplican o dividen y por qué entre 2, por qué no se divide por otro número o por ; bueno, esa es la importancia de saber modelar los problemas y hasta se pueden cambiar las fórmulas por otras más simples, además ya tienen las nociones para construir otras fórmulas de su quehacer docente.

Los límites que se pueden hacer notar en el presente trabajo son: resolver problemas que implican el uso de las funciones cuadráticas, cúbicas y otras de mayor exponente; trigonométricas y logarítmicas. Seguramente la falta de tiempo fue una de las causas para abordar otros problemas.

Este primer acercamiento con los estudiantes en cuanto a la modelación matemática, abre las puertas para construir no solamente las fórmulas en la matemática, sino, en otros campos de la ciencia como en la física, química, biología, ingeniería, economía, sociología, matemáticas financieras, entre otros.

Referencias

- Biembengut, M., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.
- Gruszycki, A. E., Oteiza, L. N., Maras, P. M., Gruszycki, L. O., & Balles, H. A. (2012). *geometría dinámica, registro de representación, aprehensión conceptual*. 520-523.
- Latorre, A. (2003). *La Investigación-acción : conocer y cambiar la práctica educativa*. http://cataleg.uji.es/record=b1123118~S1*cat
- SEP. (2011). *Plan de estudios 2011. Educación básica* (Primera ed).
- SEP. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral* (Primera). 2017.
- Suárez, T., & Cordero, F. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación En Educación En Ciencias*, 3(1), 51-58.
- Tobón, S., Pimienta Prieto, J. H., & García Fraile, J. A. (2010). Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias. In *Revista Mexicana de Educación a Distancia* (Vol. 12, Issue October). www.pearsoneducacion.net
- Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. *Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Blumenau* (Vol. 9), 1-14. http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf