



XVI
Congreso Nacional de
Investigación Educativa
CNIE-2021

El Espacio de Trabajo Geométrico en el programa Aprende en Casa III

Sofía Pacheco Macías

Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”, San Marcos, Zacatecas
sofipcma@gmail.com

Griselda González Arriaga

Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”, San Marcos, Zacatecas
greygonzalez1977@gmail.com

Daniel Alberto Mejía Herrera

Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”, San Marcos, Zacatecas
damh_61@hotmail.com

Área temática 06. Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Desarrollo curricular -diseño de secuencias didácticas-, innovación educativa y, diseño y evaluación de materiales educativos.

Tipo de ponencia: Reporte parcial de investigación.



Resumen

Esta ponencia forma parte de un análisis de investigación más amplio de una tesis de licenciatura, en el que se toma como perspectiva teórica el Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak, 2011), en el subdominio de la geometría. El Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) orientó el análisis del contenido del programa “Aprende en Casa III” para describir la forma en que se trabaja la geometría y si ésta permite un razonamiento geométrico en los alumnos. La metodología que sustenta este estudio es de corte cualitativo, la información se recuperó a partir de un análisis de contenido, con tareas geométricas relacionadas al triángulo y sus propiedades para alumnos de cuarto grado. Se analizan algunos criterios del ETG para identificar, qué paradigma geométrico, pruebas y génesis se activan en las tareas geométricas propuestas. Desde este marco teórico, la hipótesis para favorecer un aprendizaje en geometría y contribuir al razonamiento geométrico, consiste en la activación de las génesis figural, instrumental y discursiva. Los resultados muestran que en las tareas son adecuadas para el nivel cognitivo del alumno, sin embargo, no se activan todas las génesis, se identifica un mayor énfasis a los procesos de visualización y construcción, componentes de las génesis figural e instrumental.

Palabras clave: ETG, aprende en casa, geometría, triángulo, razonamiento geométrico.

Introducción

La presente ponencia es resultado de un primer análisis que forma parte del trabajo de una tesis de licenciatura en construcción de una profesora en formación que cursa el octavo semestre de Licenciatura en Educación Primaria. Esta investigación se inscribe en la perspectiva sobre el trabajo matemático Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak, 2011). La hipótesis fundamental de esta teoría es que en la actividad matemática se deben activar las tres génesis (figural, instrumental y discursiva) para que el sujeto construya un referencial respecto al objeto y el contenido matemático. En el ETM se pueden trabajar varios subdominio, en el presente trabajo nos referimos al Espacio de trabajo Geométrico (Houdement y Kuzniak, 2006). De igual manera, se hace referencia a las tareas geométricas propuestas en los materiales del programa “Aprende en Casa III”, diseñado por la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2020) para cuarto grado, para analizar cómo se trabaja la geometría en la nueva modalidad a distancia y si permite un razonamiento geométrico.

Planteamiento del problema

El 11 de marzo de 2020 la OMS declaró que existía una pandemia global a causa del coronavirus, lo que conllevó a una serie de cambios económicos, sociales y educativos en cada país. Uno de los cambios más significativos fue el confinamiento de la población y, por consiguiente, el cierre de las instituciones educativas. Con el cierre de las escuelas se tuvieron que plantear nuevas estrategias para seguir trabajando mediante nuevas modalidades de educación a distancia, lo que generó en un primer momento una serie de conflictos porque en México no todos cuentan con los mismos medios. Esto llevó a la Secretaría de Educación Pública a desarrollar estrategias que se adaptaran a los recursos de los alumnos para trabajar la modalidad a distancia y llevar la educación a cada hogar de los alumnos. Se eligió la televisión como la estrategia de medio de transmisión de los programas, ya que a éste accede una alta proporción de la población, aproximadamente un 93% (INEGI, 2019, citado en SEP, (2020)). Fue así que el 20 de abril de 2020 se lanzó oficialmente el programa “Aprende en Casa”. Esta estrategia tiene como eje los programas televisados que se basan en los programas de estudio de cada nivel educativo (SEP, 2020).

Para la educación primaria el programa de estudio vigente en cada grado y el libro de texto son la base para el diseño de cada programa televisivo. En los programas TV se plantearán retos para pensar, profundizar en los temas o habilidades abordados; estos retos no constituirán tareas obligatorias. El o la titular de cada grupo decidirá las actividades para profundizar, avanzar en la comprensión o ejercitar conocimientos, sin situar de demandas a estudiantes y sus familias (SEP, 2020). Ahora bien, enseñar, siempre ha implicado un reto para los docentes y con esta nueva modalidad a distancia las dificultades a las que se enfrentan los profesores son mayores, sobretodo, la comunicación y evaluación para el logro de los aprendizajes. Brousseau (1990) menciona que hay tres elementos fundamentales en el sistema de enseñanza: docente, alumno y saber, los cuales mantienen relaciones sin importar las dimensiones involucradas del sistema. En este sentido, es pertinente

reflexionar, ¿de qué manera el programa Aprende en Casa aborda los contenidos de geometría y qué procesos en relación con la perspectiva teórica del Espacio de Trabajo Geométrico son los que más desarrolla?

Desarrollo

Fundamentación teórica

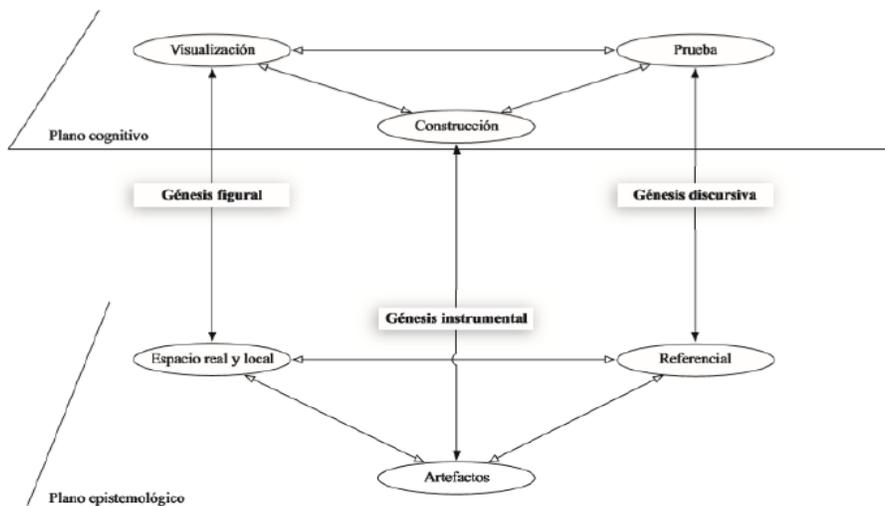
Las matemáticas representan una asignatura que ayuda a los alumnos a desarrollar su razonamiento matemático, sin embargo, como ya se mencionó, en la enseñanza influye: el alumno, el docente y el saber. Según Brousseau (1990), para hacer didáctica de las matemáticas es necesario conocer las matemáticas que se quiere enseñar y su historia, además, ser capaz de situarlas en diferentes contextos. Cuando el docente tiene claro el saber enseñado, puede realizar situaciones que lleven al alumno a analizar y reflexionar sus resultados y sea significativo en el pensamiento matemático del alumno. Por ello, se retoma la Teoría del Espacio de Trabajo Matemático (ETM), definido por Henríquez y Montoya (2015) como “un ambiente organizado para permitir el trabajo de las personas que resuelven tareas matemáticas, el cual se constituye por dos planos, cognitivo y epistemológico, en relación directa con los objetos matemáticos del dominio en juego” (p. 55).

El plano cognitivo se constituye por: visualización, construcción y prueba; y el epistemológico se componen por: representante, artefactos y referencial; a su vez los planos se articulan en tres génesis; semiótica, instrumental y discursiva. Cuando se activan todas las génesis, el individuo hace una construcción del objeto matemático. El ETM se puede trabajar desde distintos dominios como: álgebra, estadística o geometría. La tesis de investigación en la que se enfoca el presente análisis, corresponde al aporte de Kuzniak y Houdement (2006) con el dominio geométrico del ETM, el Espacio de Trabajo Geométrico o ETG.

Teoría del Espacio de Trabajo Geométrico

El Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) fue desarrollado por Houdement y Kuzniak (1996, 1999, 2006, citados en Henríquez y Montoya, 2015). Los autores consideran la naturaleza del trabajo geométrico cuando un geómetra se enfrenta a una tarea en Geometría. Además, esta teoría permite estudiar al geómetra o a un profesor y de esta forma ayuda a comprender cómo se trabaja la geometría desde la enseñanza y el aprendizaje. El ETG al igual que el ETM se divide en planos, componentes y las génesis que se articulan entre los procesos, para ello, se mostrará el siguiente esquema (figura 1):

Figura 1. El Espacio de Trabajo Geométrico y sus génesis (Kuzniak, 2011)



La actividad geométrica también se divide en dos planos: el epistemológico y el cognitivo. El plano epistemológico, tiene relación con los contenidos geométricos (González, 2020) y está constituido por: un espacio real y local, un conjunto de artefactos y un sistema teórico de referencia. El plano cognitivo, pertenece al pensamiento del sujeto que resuelve tareas geométricas (Kuzniak y Philippe, 2014, citados en González, 2020) y se compone por: visualización, construcción y prueba. La visualización se puede considerar como una de las actividades cognitivas más completas pues el individuo debe ver, construir y razonar para aprehender los objetos geométricos. Duval (citado en González, 2017) reconoce dos formas de visualizar según la operación que se realice con las figuras y la manera en que se movilizan sus propiedades: visualización icónica y no icónica.

La visualización icónica se activa cuando los objetos se identifican o se representan por la similitud con un objeto (real) o por la diferencia con un modelo o tipo de formas. Mientras que la visualización no icónica, son las deformaciones que se tiene de la figura conocida y que es posible realizar deducciones entorno a definiciones o teoremas. La construcción, es el proceso donde el sujeto interactúa con los instrumentos necesarios para la tarea. Las actividades de construcción pueden ser explicadas a través de descripciones porque permiten una deconstrucción dimensional que lleva un razonamiento, es decir, al proceso de prueba; estos procesos se articulan a través de las génesis; figural, instrumental y discursiva.

La génesis figural, permite describir el proceso semiótico en relación con el pensamiento visual en la tarea geométrica; génesis instrumental, es la entrada experimental, se basa en el uso de artefactos materiales o simbólicos; y génesis discursiva, es la entrada probatoria, en los que el referencial teórico promueve un razonamiento de parte del estudiante. Por tanto, para construir un conocimiento geométrico es necesario activar las tres génesis del ETG; además, esta perspectiva habla de diferentes geometrías, cuya función es permitir que el geómetra construya su propio espacio de trabajo guiado por el profesor (Henríquez, 2014, p.46).

Los paradigmas geométricos que describe Kuzniak (2016) son: Geometría Natural (G1), ligadas al mundo real y los medios de prueba son materiales; Geometría Axiomática Natural (GII), los problemas deben ser textuales y centra su validación en un sistema de definiciones o propiedades; y Geometría Axiomática Formal, (GIII), se caracteriza por separar el axioma de la realidad, la validación se realiza sólo a través del sistema formal de axiomas, en la educación primaria no se encuentra ese tipo de tareas geométricas por el nivel de complejidad. El ETG permite separar sus componentes para su análisis, en este sentido, se conjuga el componente prueba.

Prueba

Balacheff (2000) describe una prueba como “una explicación aceptada por una determinada comunidad, pero que a su vez puede ser rechazada por otra, ya que esta puede evolucionar con el avance de los saberes” (p.12). Sin embargo, dentro de la tipología de Balacheff (2000) las pruebas se dividen en dos grandes grupos: pruebas pragmáticas e intelectuales.

Pruebas pragmáticas

Las pruebas pragmáticas son aquellas que recurren a la acción sobre los objetos y supone la posibilidad de tener acceso a realización material de una tarea para justificar afirmaciones sobre ellos (Henríquez, 2014). Además, existe una tipología propia para esta prueba (Balacheff, citado en Pizarro, 2018 p. 62), y Henríquez (2014):

- Empirismo ingenuo: cuando el sujeto valida la afirmación lo hace después de verificarla para algunos casos particulares.
- Experiencia crucial: cuando el individuo que valida la afirmación toma en cuenta la problemática de la generalidad y la resuelve mediante el uso de un caso particular.
- Ejemplo genérico: se justifica la afirmación considerando el objeto concreto como un representante de todos los pertenecientes al dominio de dicha afirmación.

Pruebas intelectuales

Las pruebas intelectuales son aquellas que recurren a la formulación de propiedades y relaciones entre los objetos en cuestión. Además, provienen de una forma particular de razonar donde se articulan argumentos, con clara producción en la lengua simbólica, hay un pasaje a lo algebraico, se dejan de lado los objetos materiales y su relación con la experiencia mental (Henríquez, 2014). En este tipo de pruebas se encuentran las siguientes:

- Experiencia mental: aparece como medio para fundamentar las soluciones propuestas en un esfuerzo de explicación.
- Demostración: la validación se apoya en un conjunto de definiciones, teoremas, donde la validez es socialmente aceptada y se funda sobre una lógica formal.

- Cálculo sobre el enunciado: son pruebas independientes de la experiencia. Se fundamentan en definiciones o en propiedades, en un lenguaje formal

Balacheff (2000) señala que el pasaje de las pruebas pragmáticas a las intelectuales es la evolución de las características ligadas al lenguaje; el pasaje se producirá entre lo genérico y la experiencia mental. Entonces, ¿Cuál es el proceso que se sigue de una prueba pragmática a una prueba intelectual? Henríquez (2014) describe lo siguiente:

El paso de una prueba pragmática a una demostración, requiere de un cambio en el nivel de formalismo, es decir, del lenguaje natural y del lenguaje simbólico, el cual debe hacerse intencionadamente. Por tanto, en la escuela primaria las tareas geométricas deben partir del nivel cognitivo en el que se ubiquen los alumnos, ya que, el tipo de pruebas que den depende de ello; y el profesor debe tener claro el tipo de prueba que le solicitará, para lograr que el alumno pase de una prueba pragmática a una intelectual.

Metodología

La metodología utilizada es de corte cualitativo, para fines de la revisión del programa “Aprende en Casa III” (las actividades revisadas son las concernientes al periodo de agosto 2020 a abril 2021), se empleó el análisis de contenido (Fernández, 2002), las categorías y unidades de análisis se construyeron con base en los elementos del ETG. Se concentró la información en tablas con las tareas geométricas que tenían relación con el triángulo y sus propiedades, en el caso de este estudio, sólo las concernientes al 4° grado de educación primaria. En la tabla se reflejan cinco aspectos a analizar de cada tarea geométrica en relación con la perspectiva teórica del ETG; estos forman una categoría de análisis para determinar la forma en que se trabaja la geometría durante la nueva modalidad a distancia y si estas permiten trabajar el razonamiento geométrico.

Resultados

Para construir un conocimiento geométrico se requiere la activación de las tres génesis del ETG. El saber geométrico presente, corresponde a la clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos, de acuerdo con Godino y Ruiz (2002) si los tres lados del triángulo no son congruentes se llama triángulo escaleno, si tiene al menos dos lados iguales y el tercero es diferente, se llama triángulo isósceles y los triángulos que tienen todos sus lados iguales, se denominan equiláteros. Atendiendo la medida de sus ángulos, se llaman triángulos rectángulos cuando tienen un ángulo recto, triángulo acutángulo, son los que tienen tres ángulos agudos y triángulo obtusángulo, aquellos que tienen un ángulo obtuso. El análisis se enfoca en conocer cómo se trabaja la geometría en el programa “Aprende en Casa III” tomando como referencia teórica el ETG. Para ello, se retomará la *tabla 1* y una de las tareas geométricas, “¿Equiláteros o Isósceles?”, para describir la génesis, la prueba y el paradigma geométrico que se activa.

Tabla 1. Análisis de las tareas geométricas del programa “Aprende en Casa III” - cuarto grado. Fuente: Elaboración propia

| Tema | Aprendizaje esperado | Énfasis | Génesis que se activa | Prueba solicitada | Paradigma geométrico |
|-------------------------------------|---|--|---------------------------------|--------------------|----------------------|
| Tres de todo | Clasificación de los triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos | Que los estudiantes indiquen las características de los diferentes tipos de triángulos. | Génesis figural e instrumental | No se solicitan | G1 |
| ¿De cuál se trata? | Clasificación de triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos. | Clasificar triángulos respecto a la medida de sus lados. | Génesis figural e instrumental | No se solicitan | G1 |
| ¿Equilátero o isósceles? | Clasificación de triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos. | Clasificar triángulos respecto a la medida de sus lados. | Génesis figural e instrumental | Empirismo ingenuo | G1/gII |
| ¿Un triángulo que es un rectángulo? | Clasificación de triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos. Identificación de cuadriláteros que se forman al unir dos triángulos. | Indagar acerca de los ángulos en diferentes triángulos para identificar los que son rectángulos. | Génesis figural e instrumental. | Empirismo ingenuo | G1/gII |
| ¿Adivina cuál es! | Clasificación de triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos. | Identificar diferentes triángulos con base en la medida de sus ángulos: los que tienen un ángulo recto, los que tienen un ángulo de más 90° y los que tienen todos sus ángulos de menos de 90° . | Génesis figural e instrumental | Empirismo ingenuo | G1/gII |
| ¿Adivina cuál es! | Clasificación de triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos. | Identificar diferentes triángulos con base en la medida de sus ángulos: Los que tienen un ángulo recto, los que tienen un ángulo más de 90° y los que tienen todos sus ángulos de menos de 90° . | Génesis figural e instrumental. | No se solicitan | G1 |
| ¿Hicimos lo mismo? | Clasificación de triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos. Identificación de cuadriláteros que se forman al unir dos triángulos. | Asociar las características de los cuadriláteros con los triángulos que los forman. | Génesis figural e instrumental | Empirismo ingenuo. | G1/gII |

Análisis de la tabla 1

La revisión que se realiza sobre las tareas geométricas que propone el programa “Aprende en Casa III” para cuarto grado, solicita a los alumnos pruebas del tipo empirismo ingenuo y en algunas, no se le solicita, ya que, en la mayoría de las tareas predomina la visualización icónica y la construcción, pero no se le pide al alumno que explique o verifique sus resultados mediante una prueba, además, todas las actividades se encuentran dentro del paradigma geométrico G1 o G1/gII. En este grado el alumno ya es capaz de explicar los procedimientos que realiza, pero se considera que el motivo principal por el que no se trabajan pruebas en su totalidad está relacionado principalmente en que el trabajo con el alumno no es directo, sino, a través de una pantalla de

televisión. Por lo tanto, se le da más importancia a que el alumno manipule o construya durante la emisión del programa que pedirle pruebas.

Las tareas geométricas del material “Aprende en Casa”, se divide en dos apartados, “¿qué vamos a aprender?”, el cual se denominará QVA, en el que se describe sobre el aprendizaje que se deben lograr; el apartado “¿Qué hacemos?” (QH) muestra las actividades que se deben realizar durante la sesión, además, otras explicaciones que requiera la actividad conforme va avanzando.

Análisis de la tarea geométrica “¿Equiláteros o Isósceles?”

Esta tarea geométrica tiene como aprendizaje esperado: *Clasificación de triángulos con base en la medida de sus lados y ángulos*, pero cambia el énfasis: *Clasificar triángulos respecto a la medida de sus lados*. En el apartado QVA se les recuerda a los alumnos que en la sesión anterior se aprendió a clasificar los triángulos según la longitud de sus lados y se seguirá trabajando, pero ahora con otra característica que son, los ejes de simetría y se comienza con la definición como aparece a continuación (figura 2):

Figura 2. Recorte I de la tarea geométrica “¿Equiláteros o isósceles?” (SEP, 2020)

Ve el siguiente ejemplo:

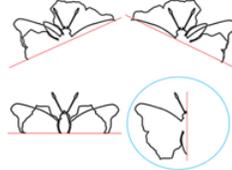


¿En qué parte del dibujo se puede trazar una línea que lo divida en 2 partes simétricas?

Como ya se había hecho mención, la figura 2 muestra la definición que se le da a los alumnos sobre el eje de simetría, por tanto, esto es lo que pretende la actividad; la tarea geométrica, se trabaja por medio de la visualización icónica, el dibujo de la mariposa constituye el espacio real y las rectas que dividen a la mariposa y se mostrarán en la siguiente figura representan el espacio local. Después se les realiza una pregunta a los alumnos; se le solicita una prueba pragmática, son aquellas que recurren a la acción sobre los objetos y los materiales justifican las acciones (figura 3); en este caso, los alumnos deberán doblar o cortar la figura para identificar los ejes de simetría, por lo tanto, es una prueba del tipo empirismo ingenuo, ya que, las afirmaciones se validan después de que los alumnos las verifiquen.

Figura 3. Recorte II de la tarea geométrica “¿Equiláteros o isósceles?” (SEP, 2020)

Al doblar cada figura por la línea roja, obtendrías algo parecido a esto:

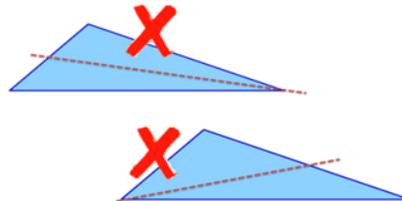


Como puedes observar, sólo en una de las figuras las dos partes se superponen de forma idéntica.

- Si al trazar una línea sobre una figura y doblarla sucede lo que acabas de observar, entonces esa línea es un EJE DE SIMETRÍA, ya que divide a la figura en dos partes simétricas, es decir, que son exactamente iguales y pueden superponerse sin presentar diferencia alguna.
- ¿Y qué pasa si no la puedes doblar?
- Si no es posible recortarla y doblarla, debes observar que a ambos lados de la línea trazada se encuentre la misma parte de la figura a la misma distancia, como si se colocara en un espejo.

Por otro lado, en la tarea se privilegia el paradigma GI/gII, ya que se manejan términos geométricos y propiedades, pero haciendo uso de materiales, en este caso el doblado de papel o uso de una regla para identificar los ejes de simetría. En el apartado QH, se les explica a los alumnos cómo encontrar los ejes de simetría en un triángulo equilátero, un triángulo isósceles y un triángulo escaleno, además, de mostrarlo mediante imágenes, al final, se le menciona cuantos ejes de simetría tiene cada tipo de triángulo como se muestra en el siguiente ejemplo (figura 4):

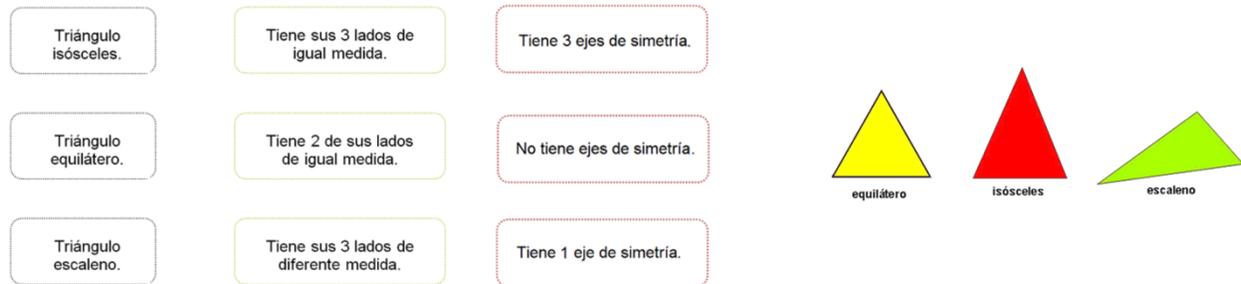
Figura 4. Recorte III de la tarea geométrica “¿Equiláteros o isósceles?” (SEP, 2020)



En ninguno de los casos la línea divide al triángulo en partes iguales y simétricas, por lo que se concluye que EL TRIÁNGULO ESCALENO NO TIENE EJE DE SIMETRÍA ALGUNO.

Si bien, las tareas geométricas no permiten que el alumno descubra por sí solo las características que va observando en los triángulos, porque se le van dando las respuestas de las actividades, sin embargo, cuando se les solicita a los alumnos que realicen una actividad posterior a la explicación, le permite que ellos apliquen lo aprendido o verifiquen si son ciertas las afirmaciones que ya se les dieron, tal como sucede en las últimas dos actividades que se deben realizar (figura 5).

Figura 5. Recortes IV de la tarea geométrica “¿Equiláteros o isósceles?” (SEP, 2020)



En la actividad de la izquierda de la figura 5, se solicita que relacionen cada triángulo con las características que le corresponden, mientras que con las imágenes de los triángulos que aparecen de lado derecho se deben trazar los ejes de simetría, tal como se les mostró en la sesión, sin embargo, se considera que se debió comenzar con la actividad de lado derecho, ya que, primero estaría verificando como trazar los ejes de simetría y después de ello, podría llevar a cabo la actividad de la izquierda al relacionar las columnas con la información que le corresponde a cada triángulo y lo que aprendió en la sesión anterior (clasificar los triángulos según la longitud de sus lados). Como se puede observar se le dio énfasis a las génesis figural e instrumental, pues se trabajó el espacio real y local y se emplearon artefactos para la resolución de la situación, en este caso encontrar los ejes en cada triángulo.

Conclusiones

A través del análisis y descripción de algunas de las tareas geométricas seleccionadas del “Aprende en Casa III”, específicamente en cuarto grado, en contenidos del triángulo y sus propiedades, se puede determinar que las pruebas van de nulas (no se solicitan) a pragmáticas de tipo empirismo ingenuo; en 3 tareas no se solicitó ninguna prueba y en los 4 restantes, se pidieron pruebas de tipo empirismo ingenuo. En la mayoría de las actividades se presenta la visualización icónica y algunas construcciones, sin embargo, no piden al alumno que argumente o explique sus resultados. Es importante solicitar pruebas a los alumnos para que logre efectuar su razonamiento geométrico, pero por la modalidad a distancia, se le da mayor importancia a que los alumnos construyan o visualicen por los tiempos que marca cada programación. Es posible llevar a los alumnos a que logren una prueba intelectual, porque el docente puede modificar las actividades y profundizar en los contenidos, ya que se requiere que los alumnos busquen los argumentos necesarios para explicar sus actividades geométricas y tal como se presenta en el ETG es necesario que se activen las tres génesis, para lograr la comprensión del saber en juego. En las actividades geométricas, sólo se presentó la génesis figural e instrumental y en su mayoría se observó el paradigma geométrico GI y en algunas GI/gII, ya que se mencionaban propiedades de los objetos geométricos descritos, no obstante, se seguían utilizando los materiales o artefactos para verificar los resultados. Por consiguiente, las tareas geométricas del “Aprende en Casa” les dan mayor seguimiento a los procesos de visualización y construcción.

Referencias

- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las Matemáticas? *Enseñanza de las ciencias; revista de investigació y experiencias didácticas*.
- Fernández, F. (2002). El análisis de contenido como ayuda metodológica para la investigación. *Revista de Ciencias Sociales (Cr)*, vol.II, núm 96, junio, 2002. Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Godino, J., & Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.
- González, G. (2020). *El espacio de trabajo geométrico en la formación de profesores multigrado: una experiencia sobre la enseñanza de los triángulos*. Tesis doctoral, Universidad Pedagógica Nacional Unidad 241, San Luis Potosí, México.
- González, G., Delgado, F., & Aguayo, L. (2017). Los conceptos geométricos sobre el triángulo en los libros de texto de primaria vigentes. *Congreso Nacional de Investigación Educativa*, 1-13.
- Henríquez, C. (2014). *El trabajo geométrico de profesores en el tránsito de la geometría sintética a la analítica en el nivel secundario*. Tesis doctoral, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.
- Henríquez, C., & Montoya, E. (2015). Espacios de trabajo geométrico sintético y analítico de profesores y su práctica en el aula. *Enseñanza de las ciencias*, 51-57.
- Kuzniak, A. (2006). Paradigmes et espaces de travail géométriques. Éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 167-187.
- Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses génèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 9-24.
- Kuzniak, A., Montoya, E., & Vivier, L. (2016). Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. *El espacio de trabajo matemático y sus génesis*, (págs. 235-249). Costa Rica.
- Pizarro, A. (2018). *El trabajo geomérico en clases de séptimo básico en Chile: un estudio de casos sobre la enseñanza de los triángulos*. Valparaíso, Chile: Université Sorbonne Paris Cité.
- SEP. (11 de abril de 2020). *Aprende en casa*. Obtenido de Aprende en casa III: <https://aprendeencasa.sep.gob.mx/site/index>
- SEP. (2020). *Orientaciones para apoyar el estudio en casa de niñas, niños y adolescentes*. México: Secretaría de Educación Pública.