



XVI
Congreso Nacional de
Investigación Educativa
CNIE-2021

El conocimiento matemático sobre los significados de la fracción en docentes en servicio y docentes en formación de la Benemérita Escuela Normal Manuel Ávila Camacho

Diego Armando Pinedo Barrón

Orlando Daniel Jiménez Longoria

Aneli Galván Cabral

Área temática 06. Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Formación inicial y permanente de profesores en los distintos campos del saber disciplinar.



Resumen

Este artículo se deriva de una investigación que intenta atender un problema en la enseñanza de las Matemáticas en Educación Básica, la cual tuvo como objetivo determinar las diferencias y semejanzas en el dominio del Conocimiento Matemático de los significados de la fracción de docentes en servicio y docentes en formación. Para ello se realizaron dos Test a 20 estudiantes de 7mo Semestre de la Licenciatura en Educación Primaria de la Benemérita Escuela Normal Manuel Ávila Camacho (BENMAC), además 20 docentes con un rango de 3 a 10 de servicio. El documento es de corte cualitativo ya que se llevó a cabo un proyecto exploratorio que integraba el método comparativo. Los resultados permitieron ubicar algunos hallazgos, diferencias y similitudes entre los grupos de docentes, generando así un impacto en la problemática de la enseñanza de las Matemáticas hacia la transformación de procesos de enseñanza considerando este un punto de partida para el trabajo con los significados de la fracción.

Palabras Clave: *Conocimiento Matemático, Significados de la fracción, Docentes en servicio, Docentes en formación.*

Introducción

Existe un actual debate sobre posibles causas que generan problemas en el proceso de enseñanza de las Matemáticas en educación básica en México, entre estos posibles escenarios destaca el dominio del Conocimiento Matemático de docentes en servicio y docentes en formación de las escuelas normales.

Esta investigación, bajo los fundamentos de investigaciones realizadas sobre las dificultades en la enseñanza de las fracciones, pretender brindar información que permita identificar desde donde pueden aportarse soluciones antes este déficit, teniendo como principal objeto el conocimiento matemático de las fracciones en docentes en servicio y docentes en formación de la Benemérita Escuela Normal “Manuel Ávila Camacho”.

Esta investigación crea una relación entre el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico, pero concluye en que es necesario desarrollar ambos y para esto no es necesario esperar hasta incluirse en el servicio profesional docente sino desde la educación superior en las escuelas normales.

Para seguir el rumbo se planteo como objetivo “Determinar la diferencia entre el conocimiento matemático sobre los significados de las fracciones que tienen los docentes en formación y los docentes en servicio.” El presente estudio por su naturaleza corresponde a una investigación de diseño cualitativo pues pretende brindar información mediante dos momentos.

En el primero se organiza en un test de carácter cualitativo en él se explora el conocimiento matemático en la resolución de problemas de los docentes, se abordan reactivos que implican el dominio de la fracción como parte – todo, como operador y como cociente.

En un segundo momento se desarrolló un Test que contiene reactivos sobre el dominio conceptual de los significados de la fracción en el que es posible reconocer las distintas concepciones del conocimiento matemático que poseen los docentes, mismos que son indispensables para el desarrollar óptimo de los contenidos presentes en los Planes y Programas de Estudio vigentes.

Con base en la aproximación metodológica de corte comparativo para el análisis de los dos test se retoman puntualizaciones de autores que han desarrollado este método para comparar teorías tal es el caso de Giovanni & Leonardo (1994) que desarrollaron un método de comparación utilizado en las ciencias sociales, que hace posible la contrastación de casos en condiciones similares o adversas.

Desde otra perspectiva, pero con puntualizaciones similares Piovani & KrawczykII (2017) señalan que los estudios que “comparan” no es por el procedimiento en sí, sino porque, como recurso analítico e interpretativo, la comparación posibilita a este tipo de análisis una exploración adecuada de sus campos de trabajo y el logro de los objetivos que se propone. En este sentido, el estudio comparativo requiere, antes que nada, una pregunta de investigación que justifique la necesidad de la misma.

Por último, León (2015) puntualiza que el objetivo fundamental del método comparativo consiste en la generalización empírica y la verificación de hipótesis. Se expresa entonces la necesidad de comprender cosas desconocidas a partir de las conocidas, explicarlas e interpretarlas, y además de perfilar nuevos conocimientos, destacar lo peculiar de fenómenos conocidos, sistematizar la información distinguiendo las diferencias con fenómenos o casos similares.

Durante el desarrollo de este trabajo de investigación se presentan datos que dan explicación a una problemática presente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, específicamente al abordar contenidos sobre el significado de las fracciones.

La noción de fracción o mejor dicho la palabra fracción de manera textual como lo menciona (Llinares, 2000, pág. 19) indica “un par ordenado de números naturales escritos de la forma a/b , es utilizado en contextos y situaciones que muchas veces puede parecer que no tengan nada en común.”

Para introducirse en el significado de las fracciones, es necesario considerar lo llamado por (Dickson, 1984) el equilibrio que debe existir entre:

- El significado de las fracciones en contextos concretos prácticos (situaciones problemáticas),
- En situaciones más abstractas-cálculo sin contexto (carácter algebraico).

Al tener claro la importancia de este punto sobre la necesidad de plantear procesos de aprendizaje de las fracciones desde sus distintas interpretaciones posibles, podrá desarrollarse este trabajo progresivo con base a estas interpretaciones de tal manera que se pueda conseguir una comprensión conceptual de la idea de fracción, sin que existan coyunturas conceptuales.

Esta puntualización de las interpretaciones del número racional es mencionada teniendo en cuenta los trabajos de (Kieren, 1980), (Behr, 1985) y (Dickson, 1984). Tomando en cuenta estas ideas (Llinares, 2000) propone una organización de los significados de la fracción de la siguiente manera:

1. La relación parte-todo y la medida.
2. Las fracciones como cociente.
3. La fracción como razón.
4. La fracción como operador.

Estos cuatro significados son el fundamento para el diseño de los instrumentos con los que se pretende indagar el Conocimiento de los grupos de docentes, por la relación que existe entre esta propuesta y los Contenidos presentes en Planes y Programas de Estudio vigentes.

Conforme se desarrolló este trabajo salieron a flote una serie de elementos que pudieron generar una respuesta a dudas o dificultades, sin embargo, se crearon nuevos cuestionamientos. Estos nuevos cuestionamientos permiten un punto de partida nuevas investigaciones que busquen la mejora en la enseñanza de las matemáticas.

En las siguientes tablas se muestra los resultados porcentuales del primer Test que tenía como fin identificar el conocimiento matemáticos de los grupos de docentes en la resolución de problemas que implicaban fracciones.

En la Tabla 1 se observan los resultados en el Reactivo 1 en donde las categorías de análisis demostraron que los grupos de docentes conciben a la fracción bajo un significado parte-todo, no existiendo una respuesta que determinara algún otro significado. Bajo esta condición los docentes en formación demostraron tener un mayor dominio de concepto de fracción a comparación de los docentes en servicio.

Es importante señalar que la mayor parte de docentes en formación demostraron tener algún argumento que definiera a la fracción, pues no se encontraron respuestas dentro de la categoría 3 que corresponde a la menor demostración de argumentos.

Tabla 1. Resultados Test 1 – Reactivo 1 - ¿Qué es la fracción?

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
Conceptualización de la fracción como parte – todo.	60%	35%
Categoría 2		
Conceptualización de la fracción tomando como base el entero.	40%	50%
Categoría 3		
Conceptos relacionados al concepto de fracción que determinan un significado.	0%	15%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

En la Tabla 2 se analizan los resultados en la resolución de un problema de complejidad sencilla, esto se determinó mediante el análisis de contenidos realizado en el marco normativo de esta investigación, ya que en el Plan de Estudios de Educación Primaria los contenidos aumentan su dificultad de manera progresiva comenzando en cuarto grado y de educación primaria.

Los resultados en este reactivo determinan que los docentes en servicio demuestran un dominio ligeramente mayor con respecto a la resolución de un problema que implica los significados parte – todo y operador de la fracción, ya que el 35% de los docentes en formación mostraron carencia de resultados y argumentos ante este problema.

Tabla 2. Resultados Test 1 – Reactivo 2 – La fracción como parte todo - La fracción como operador

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
Interpretación de la fracción como parte – todo y operador.	10%	20%
Categoría 2		
Interpretación de la fracción como operador.	30%	55%
Categoría 3		
Carencia de técnicas y métodos de resolución	25%	15%
Categoría 4		
Carencia de resultados y argumentos de resolución.	35%	10%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

En el reactivo 3 se buscaba identificar los argumentos de los docentes ante la resolución de un problema que implica el significado de la fracción como cociente, en la Tabla 3 es posible identificar que los docentes en servicio demostraron un mayor dominio del conocimiento matemático, en comparación con los docentes en formación.

Resulta importante señalar que en este reactivo a pesar de que la diferencia del dominio fue menor, el 45% de los docentes en formación mostraron algún error en los resultados expresando dificultades en el dominio del conocimiento ante este significado.

Tabla 3. Resultados Test 1 – Reactivo 3 La fracción como cociente

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
La fracción como cociente, simplificación por equivalencia.	50%	60%
Categoría 2		
La fracción como cociente, y su relación algebraica con los decimales.	5%	25%
Categoría 3		
Error en resultados y carencia de argumentos.	45%	15%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

La Tabla 4 muestra los resultados obtenidos en el Reactivo 4, el cual tenía como objetivo indagar los argumentos de los docentes ante la resolución de un problema que implicaba analizar el significado de la fracción como parte – todo. Los datos reflejados indican que los docentes en formación tienen dificultades para resolver este tipo de problemas, ya que no hubo argumentos de solución.

Tabla 4. Resultados Test 1 – Reactivo 4 Parte – todo, operador La fracción como parte – todo, dificultad intermedia

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
Interpretación de la parte todo mediante distintos lenguajes	0%	55%
Categoría 2		
Carencia de argumentos que justifiquen la respuesta	85%	30%
Categoría 3		
Error en resultados y carecía de argumentos.	15%	15%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

La Tabla 5 demuestra los resultados obtenidos en el Reactivo 5 del Test 1 en el que los docentes deberían demostrar argumentos en la resolución de un problema que implicaba el reconocimiento de la fracción como operador, los datos permiten identificar que los docentes en formación tienen dificultades al expresar algoritmos y/o argumentos para justificar la respuesta a la situación problema, por otro lado los docentes en servicio demostraron una mayor cantidad de argumentos que determinaran su conocimiento matemático ante la fracción como operador.

Tabla 5. Resultados Test 1 – Reactivo 5 – La fracción como operador

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
Algoritmo que implica una operación mediante la fracción.	55%	75%
Categoría 2		
Carencia de argumentos que justifiquen la respuesta.	35%	20%
Categoría 3		
Error en resultados y carecía de argumentos.	10%	5%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

Al analizar los porcentajes de las tablas anteriores es posible identificar que existe una coyuntura en la interpretación de la fracción por parte de los grupos de docentes, si bien los docentes en servicio reflejan un mayor argumento respecto al dominio del conocimiento matemático de las fracciones, no significa que sea un nivel óptimo acorde a los aprendizajes necesarias esenciales para abordar estos temas dentro del aula de educación primaria.

Predecir las razones y motivos de esta mejora es complejo por la subjetividad que genera la adopción de estos contenidos, pero algunas de las causas por las cuales los docentes en servicio desarrollaron una asimilación y comprensión de los significados es la repetición dentro del programa de clase que se ha registrado durante su práctica docente, no obstante, los resultados muestran que solo existe el dominio del significado como parte – todo de la fracción y en menor nivel la fracción como operador.

Existe una diferencia entre el dominio del conocimiento matemático conceptual y el dominio que existe ante la resolución de problemas que implican el conocimiento matemático de las fracciones, para identificar estas diferencias a continuación aparecen los porcentajes correspondientes al segundo Test aplicado a los grupos de docentes donde respondían de manera conceptual la interpretación y definición del significado de las fracciones.

En la Tabla 6 es posible identificar que los docentes en formación demostraron un mayor dominio del conocimiento matemático al conceptualizar la fracción como parte todo, situación que se diferencia con los resultados que obtuvieron ante la resolución de un problema, a comparación los docentes en servicio tuvieron dificultades para definir la fracción como parte todo a pesar de mostrar mayores argumentos en la solución del problema presente en el Test 1.

Tabla 6. Resultados Test 2- Reactivo 6 – Conceptualización de la fracción como parte todo

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
División de un “todo” continuo o discreto, en partes “congruentes”.	30%	15%
Categoría 2		
División de un contexto continuo en partes “congruentes”.	35%	50%
Categoría 3		
Carencia de técnicas y métodos de resolución.	10%	35%
Categoría 4		
Carencia de resultados y argumentos de resolución.	25%	0%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

En la Tabla 7 que se presenta a continuación se exponen los resultados de los docentes en el Reactivo 7 correspondiente a la conceptualización del significado de la fracción como operador, los grupos de docente demostraron argumentos similares en sus respuestas, con una ligera mayoría los docentes en servicio ya que solo el 20% manifestó carencia de argumentos en esta conceptualización a diferencia del 35 % de docentes en formación que demostraron tener alguna dificultad para exponer los argumentos que conceptualizaran este significado.

Tabla 7. Resultados Test 2- Reactivo 7 - Conceptualización de la fracción como operador

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
Transformación que actúa sobre una “situación” para ser modificada, una sucesión de multiplicaciones y divisiones.	15%	15%
Categoría 2		
Transformación que actúa sobre una situación para después ser modificada, una sucesión de multiplicaciones	35%	40%
Categoría 3		
Señala algunas nociones de fracción sin determinar el significado como operador	15%	25%
Categoría 4		
Carencia de argumento teórico	35%	20%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

La Tabla 8 expone los resultados de los grupos de docentes ante los argumentos para demostrar el conocimiento matemático en la conceptualización de la fracción en su significado como cociente, los docentes en formación demuestran mayores dificultades para expresar esta conceptualización, situación se refleja en la tabla pues el 40% de estos demostraron tener alguna carencia para determinar la conceptualización del significado.

Tabla 8. Resultados Test 2- Reactivo 8 - Conceptualización de la fracción como cociente

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
Relación de la fracción con una división considerando los elementos de una estructura algebraica.	15%	25%
Categoría 2		
Relación de la fracción con una división.	30%	35%
Categoría 3		
Señala algunas nociones de fracción sin determinar el significado.	15%	25%
Categoría 4		
Carencia de argumento teórico.	40%	15%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

El ultimo significado abordado en el Test proyecta los resultados de la Tabla 9 en donde es posible identificar un bajo dominio en los grupos de docentes ya que solamente el 15% del total pudieron demostrar tener algún conocimiento de la fracción como razón. Una situación que puede analizarse es la relación que encontraron con el índice comparativo dadas dos cantidades, y que el 45% de los docentes en servicio señalaron algunas nociones sobre la comparación sin tomar en cuenta la proporcionalidad, termino propio de este significado.

Como último dato importante de señalar encontramos un alto índice en carencia de argumentos por parte de los docentes en formación ya que el 45% del total no lograron demostrar algún argumento que permitiera identificar su dominio conceptual respecto al significado de las fracciones como razón.

Tabla 9. Resultados Test 2- Reactivo 9 - Razón

	Docente en Formación	Docentes en Servicio
Categoría 1		
Las fracciones son usadas como un “índice comparativo” entre dos cantidades de alguna unidad de medida que conserva “proporcionalidad”.	15%	15%
Categoría 2		
Las fracciones son usadas como un “índice comparativo”.	10%	45%
Categoría 3		
Señala algunas nociones de fracción sin determinar el significado	30%	30%
Categoría 4		
Carencia de argumento teórico	45%	10%

Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

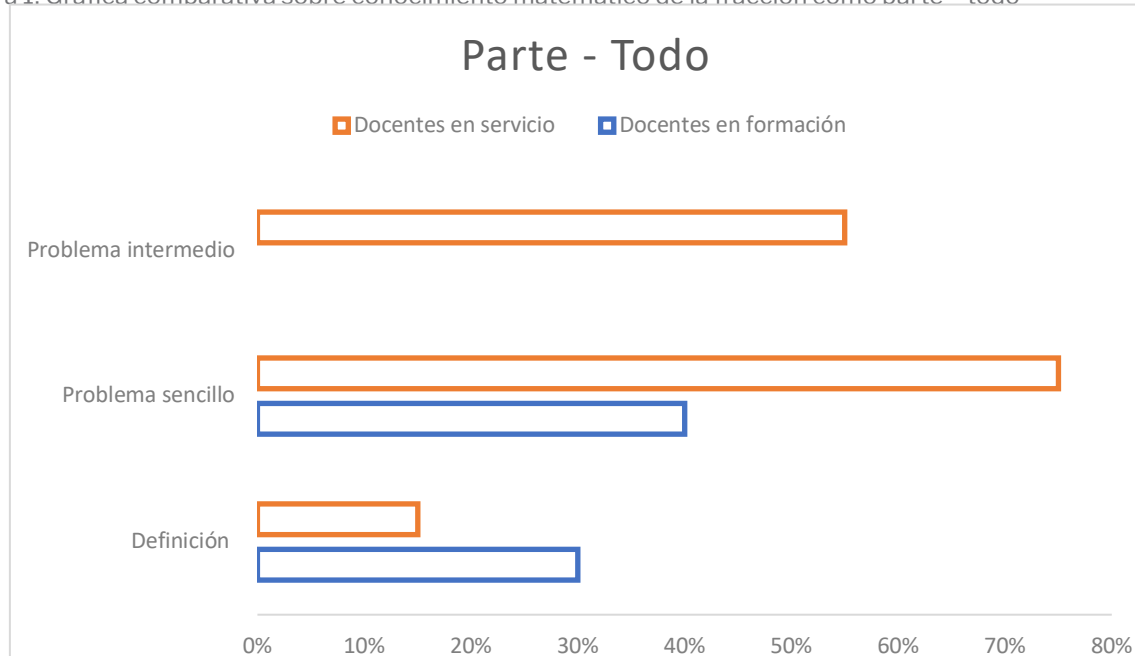
Estos resultados muestran que los docentes en formación desarrollaron de mejor manera el dominio del conocimiento conceptual en comparación a los argumentos demostrados en la resolución de problemas, existe una tendencia más cercana hacia la interpretación de la fracción como operador, lo que dificulta el proceso de asimilación del significado de las fracciones ya que al no determinar la parte – todo como pilar esencial se complica el desarrollo de los otros significados.

En las siguientes gráficas es posible comparar el desarrollo del conocimiento en ambos aspectos; conceptual y en la resolución de problemas. En donde es posible identificar las diferencias y semejanzas en el dominio del conocimiento matemático de la fracción entre los docentes en servicio y los docentes en formación

La figura 1 representa tres categorías de comparación en la que los docentes comprueban el dominio del conocimiento matemático en tres aspectos; definición de la fracción como parte – todo, un problema de fracciones con dificultad sencilla y un problema de fracciones con dificultad intermedia, que como se mencionó anteriormente tiene como fundamento la dificultad progresiva del Programa de Estudios de Educación básica, comenzando en cuarto grado y aumentando la dificultad en el sexto grado. (SEP, 2011)

Los resultados determinan que los docente en servicio tienen un buen dominio conceptual sobre la definición de la fracción como parte – todo, no obstante en la resolución de problemas existieron dificultades para la resolución, y conforme aumentó el nivel de complejidad en los problemas, se evidenciaron más dificultades pues a pesar de que docentes en servicio resolvieron el problema, aproximadamente el 45% de docentes no lograron identificar algún argumento de solución, esta situación permite identificar una problemática en la enseñanza o desarrollo de este contenido en la formación docente, situación que se complica aún más en el momento en que los docentes ingresan al servicio.

Figura 1. Gráfica comparativa sobre conocimiento matemático de la fracción como parte - todo



Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

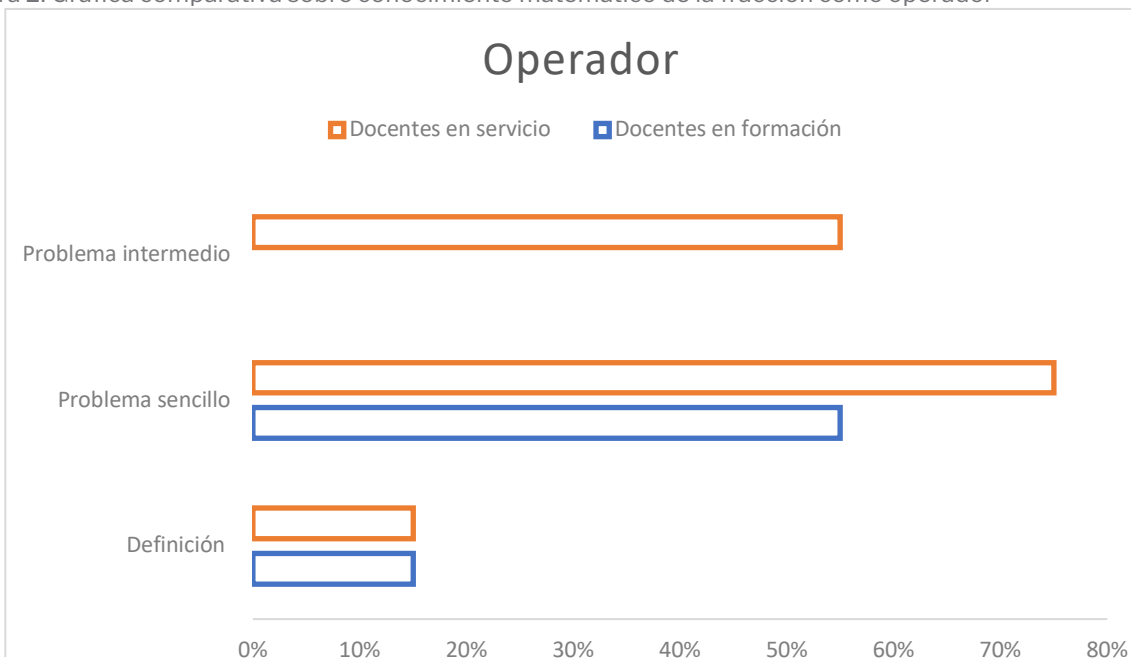
En la Figura 2 se analiza el dominio del conocimiento de las fracciones como operador, se determinan las diferencias y similitudes en tres aspectos; definición de la fracción como operador, un problema de fracciones con dificultad sencilla y un problema de fracciones con dificultad intermedia.

En este caso existe una similitud en el dominio conceptual del significado entre ambos grupos de docentes, pero es importante señalar que únicamente el 15% del total de docentes que respondieron el Test expusieron algún argumento para definir este significado de la fracción, situación ligada a las complicaciones que surgieron al desarrollar el significado parte - todo, pues es donde se desarrollan las nociones básicas para la comprensión de los otros significados.

En la resolución del problema sencillo hubo un aumento considerable ya que a pesar de que los docentes en servicio demostraron un mayor argumento hacia la resolución de problemas. El 65% del total de docentes que respondieron el Test demostró algún argumento para la resolución del problema.

La dificultad surgió en el problema intermedio pues solo los docentes en servicio pudieron demostrar algún procedimiento para llegar a la resolución del problema, lo que indica que solo el 27.5% del total de docentes encuestados resolvió este problema.

Figura 2. Gráfica comparativa sobre conocimiento matemático de la fracción como operador



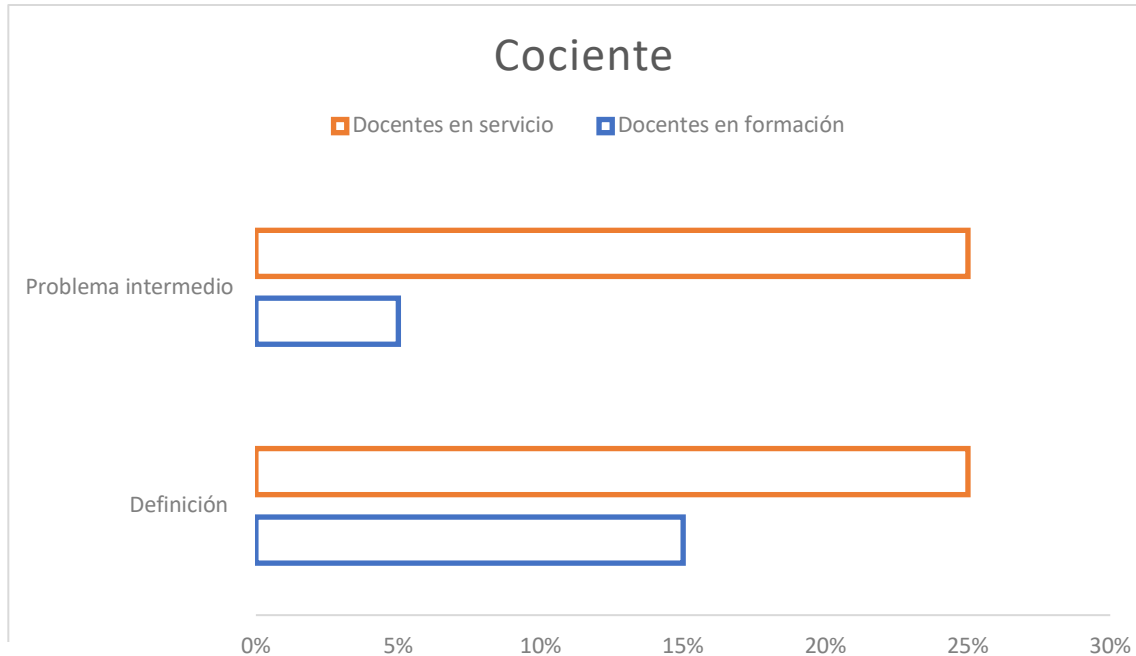
Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

El análisis de la Figura 3 corresponde al dominio del conocimiento matemático de docentes ante la definición de la fracción como cociente y la resolución de un problema de dificultad intermedia, según (SEP, 2011) y (SEP, 2018)

Del total de docentes que respondieron el Test únicamente el 20% demostraron tener algún argumento que les permitiera definir a la fracción como operador, a pesar que los resultados determinaron que los docentes en servicio demostraron un mayor dominio conceptual que los docentes en formación.

Ante la resolución de problema los docentes en formación tuvieron mayores dificultades que los docentes en servicio y los datos arrojados después de la aplicación demuestran que, en general, existe mayores complicaciones ante este significado ya que solo el 15% de docentes encuestados lograron desarrollar algún procedimiento que les permitiera solucionar el problema.

Figura 3. Gráfica comparativa sobre conocimiento matemático de la fracción como Cociente



Nota. Resultados obtenidos de encuestas propias.

Los resultados arrojados por esta investigación demuestran que existe una severa dificultad en la comprensión y manejo del significado de las fracciones por parte de los docentes en formación que están a punto de terminar sus estudios para incluirse al sistema educativo, situación que permanece constante durante los primeros 10 años de servicio, ya que, a pesar de mostrar un mayor dominio, los docentes en servicio, con este tiempo laborando, muestran un bajo índice de argumentos.

La información que resultó del análisis en la resolución de problemas por parte de los docentes da conocer que los algoritmos de las operaciones con las fracciones resultan un tema complejo, ya que como se mencionó en el trabajo, la dificultad en la comprensión del algoritmo recae en el poco significado práctico que se le da al mismo.

Conclusiones

Al analizar esta información es posible concluir que los docentes en servicio presentaron pocos argumentos en la resolución de problemas que implicaban los distintos significados de la fracción y carecieron a su vez de argumentos para conceptualizar sus significados, por otro lado los docentes en formación lograron demostrar un dominio conceptual mayor a los docentes en servicio únicamente en el significado de la fracción como parte – todo, ya que carecieron de argumentos al definir los otros significados.

Esta situación resulta importante analizar y permite a su vez buscar el origen de problemáticas que permitirán futuras investigaciones. Este es referente para la formación de maestros pues permite identificar las necesidades de los docentes al desarrollar el conocimiento matemático que le permita adquirir y comprender los significados de la fracción.

Esta investigación aporta un panorama hacia el fortalecimiento de estos conocimientos en la formación de maestros, según Llinares (2010) existen dos puntos fundamentales para la construcción de estas nociones

1. Comprender el significado de la operación, estando este punto vinculado a la aplicación de la operación en la resolución de situaciones problemáticas.
2. Ser hábil en la ejecución de los pasos necesario, y en el orden correcto, que llevan a la obtención del resultado de una operación; lo que en el lenguaje usual se denomina realizar los cálculos.

Estos pasos son el comienzo en el aprendizaje de la fracción bajo distintos significados, ya que al memorizar los algoritmos en operaciones con fracciones se pueden convertir en reglas sin sentido debido a una traslación demasiado rápida al manejo de símbolos sin la existencia de un esquema conceptual. Por otro lado, se puede complicar la construcción de estas nociones en algunos casos por una introducción desvinculada de un fundamento suficientemente concreto y natural, provocada al no abordar definiciones y conceptos de forma clara y breve.

De este modo los docentes en formación requieren desarrollar desde su estancia en las aulas el dominio conceptual de las fracciones y a su vez en la resolución de problemas que implican este contenido, pues al ingresar al servicio profesional, estos aprendizajes formaran parte del campo de matemáticas en la educación primaria.

Es importante señalar que los resultados arrojados por esta investigación concluyen la importancia del estudio de las fracciones en términos de lo propuesto por los Planes y Programas de Estudio, desde donde establecen los significados que un docente en formación deberá desarrollar durante su estancia en la escuela normal y posteriormente al ingresar al servicio deberá cumplir y desarrollar estos mismos conocimientos frente a su grupo de clases.

Referencias

- Behr, M. (1985). *Construct a sum: a measure of children's understanding of fraction size*.
- Dickson, B. (1984). *Children Learning Mathematics*. Londres: Casell Education.
- Giovanni, S., & Leonardo, M. (1994). *La comparación de las ciencias sociales*. Alianza.
- Kieren, T. (1980). *The Rational Number Construct-Its Elements and Mechanisms*. Columbus Ohio: Learning Kieren.
- León, C. G. (2015). *Método Comparativo*. Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL).
- Llinares, S. (2000). *Fracciones 4*. Vallehermoso, 34. 25015 Madrid: EDITORIAL SINTESIS, S. A.
- Llinares, S. (2010). *Fracciones 4*. Sintesis.

Piovanil, J., & KrawczykII, N. (2017). *Los Estudios Comparativos: algunas notas históricas, epistemológicas y metodológicas*. Argentina : Educação & Realidade.

SEP. (2011). *PLAN DE ESTUDIOS, EDUCACIÓN BÁSICA*. MÉXICO: SEP.

SEP. (2018). *Programa del curso, Aritemática. Números decimales y fracciones*. México: SEP.