



XVI
Congreso Nacional de
Investigación Educativa
CNIE-2021

Ingeniería Didáctica para la enseñanza de problemas aditivos en los primeros grados de educación primaria: conocimientos matemáticos y didácticos del profesor

Andrea Monserrath Silva Alfaro

Escuela Primaria “J. Jesús González Ortega”

Calera de Victor Rosales, Zacatecas

andreasonriks@gmail.com

Área temática 06. Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Desarrollo curricular –diseño de secuencias didácticas-, innovación educativa y, diseño y evaluación de materiales educativos.

Tipo de ponencia: Reportes parciales de investigación.



Resumen

El presente texto expone un reporte parcial de una investigación que se encuentra en proceso, en el marco de la Maestría en Educación Básica en la Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”. Dicho estudio tiene como objetivo principal analizar los conocimientos matemáticos y didácticos que manifiesta el docente en el diseño y aplicación de una ingeniería didáctica en la enseñanza de problemas aditivos con alumnos de los primeros grados de educación primaria. La investigación se realiza a partir de las perspectivas teóricas de las Estructuras Aditivas de Vergnaud (1990) y la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986) principalmente. El enfoque de la investigación es cualitativo, con la perspectiva metodológica de la Ingeniería Didáctica propuesta por Artigue (1995) que se aplicará a dos grupos, uno de primero y otro de segundo grados de educación primaria en el estado de Zacatecas. Finalmente con base en el modelo de MTSK (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Álvaro, & Carrillo, 2016) se pretende analizar los resultados obtenidos. En las siguientes líneas se presentan los hallazgos que hasta el momento se tienen.

Palabras clave: *problemas aditivos, ingeniería didáctica, conocimientos matemáticos, conocimientos didácticos.*

Introducción

Entender la realidad educativa y mejorarla implica tener un puente transitable entre los investigadores y los docentes, que deberían ser los usuarios de la investigación (Ávila, 2016), si bien no se puede generalizar el problema con un acercamiento a algunos docentes de educación primaria, el conocer sus perspectivas y experiencias sobre el tema de la enseñanza de la suma y resta da la utilidad de ampliar la idea y mirar con un énfasis patrones constantes que al analizarlos son datos valiosos para la mejora de las prácticas educativas. Al tener este contacto con ellos a través de entrevistas y observaciones de clase en grupos de los primeros grados de educación primaria se precisa la necesidad de indagar sobre el tema de la enseñanza de los problemas aditivos, teniendo como foco principal el conocimiento matemático y didáctico del docente, que le permite diseñar las situaciones didácticas adecuadas para el aprendizaje.

Las pruebas estandarizadas a nivel internacional, en la última evaluación de PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) en 2018, en estudiantes de 15 años, los resultados emitidos por la OCDE (2019) apuntan a que en matemáticas, México se encuentra por debajo del promedio establecido. A nivel nacional PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes) en este mismo año el INEE (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación) (2018), los alumnos de sexto grado de educación primaria, ubican también por debajo de la media. En ambas pruebas, son resultados bajos, lo que obliga a cuestionarse el porqué de ellos.

Block y García (2017) hacen mención en una de sus investigaciones que fue hasta la reforma de 1993, donde se establece la resolución de problemas como eje y como medio para la construcción de conocimientos matemáticos. Así mismo, hace una fuerte reflexión y crítica, al mencionar que hay dificultad de que los docentes se apropien de las ideas que propone el mismo. Lo cual permite ver a grandes rasgos que el problema permanece desde hace tiempo. Ahora bien, en educación primaria, el programa de estudios vigente Aprendizajes Clave en el Campo de Formación Académica Pensamiento Matemático tiene como *enfoque pedagógico* la resolución de problemas, vista desde dos formas: la primera, como una meta de aprendizaje y la segunda como medio para aprender contenidos matemáticos y fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio (SEP, 2017, pág. 227). Teniendo en cuenta esto, se requiere contrastar lo que se lleva a cabo en las aulas, además de los resultados obtenidos.

Se revisan diversas investigaciones internacionales y nacionales actuales para conocer lo que hay hasta nuestros días sobre el tema. En cuanto a *las concepciones y dificultades de los problemas aditivos en educación primaria* diversas investigaciones como las de Castillo y Ramírez (2013), Lagos y Oyarzun (2017), Prieto y Valls (2010), Zarzar y Montes (2012), Rodríguez, Navarro, Castro, y García (2019) entre otros, convergen en que necesario que el docente comprenda qué son los problemas aditivos en sus diferencias estructurales, su didáctica, y darle importancia al alumno como ser pensante. Recalcan la contribución importante del docente en los proceso de aprendizajes de los conocimientos matemáticos y la forma en los desarrolla, de tal modo que cuando hay dificultades en los alumnos, posiblemente es porque haya dificultades también en los docentes.

Específicamente en al indagar sobre *la enseñanza de los problemas aditivos en los primeros grados* Gómez (2018), García (2014), Jaramillo y Nieto (2014), Pérez y Vera (2012), Murillo, Román y Atrio (2016) entre otros, coinciden en algunos puntos sobre la importancia de la preparación y equilibrio del docente en los conocimientos conceptuales y didácticos necesarios para diseñar estrategias a partir de situaciones problema que conduzcan a la comprensión de los problemas aditivos. Tener como una de las bases, el conocimiento y relación con el sistema de numeración decimal en este proceso de enseñanza.

Puntualizando en *el conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la enseñanza de problemas aditivos*, las investigaciones encontradas son en nivel preescolar y muy poco en el nivel primaria. Entre ellos Ribeiro, Muñoz-Catalán, y Liñan (2015) con una propuesta de conexiones que revelan a génesis epistemológica en el aprendiz, seleccionando los contenidos conceptuales y procedimentales que consideran poseen mayor peso en la comprensión de la resta (pág. 580), con esta premisa y las de otras investigaciones como las de Muñoz-Catalán, Liñan García, y Ribeiro (2017), Contreras, Carrillo y Climent (2018), Prieto y Aguilar (2019), Castro (2016) entre otros, consideran componentes esenciales del conocimiento matemático fundamental de la suma y resta, importantes de retomar en esta investigación, así como los dominios y subdominios del modelo MTSK para formular en conjunto con la metodología de investigación una propuesta didáctica fundamentada y posible para aplicar en los primeros grados de educación primaria.

Con base en la revisión puntual de las metodologías de estas investigaciones, se ha visto adecuada su implementación. Por ello es posible considerar pertinente la Ingeniería Didáctica propuesta por Artigue (1995), como parte de este estudio para el diseño de una propuesta didáctica en enseñanza de los problemas aditivos, en razón de las realizaciones didácticas en clase y el proceso que conlleva. Además señalar que en el contexto local no se ha encontrado hasta el momento alguna propuesta ya realizada con esta base metodológica sobre el tema de problemas aditivos, siendo una oportunidad para indagar bajo esta base.

Con base en lo anterior, la pregunta central es:

¿Cuáles son los conocimientos matemáticos y didácticos que manifiesta el docente en el diseño y aplicación de la ingeniería didáctica en la enseñanza de problemas aditivos con alumnos de primer y segundo grado de educación primaria?

Y como preguntas específicas:

- ¿Cómo se conceptualizan los problemas aditivos desde la didáctica de las matemáticas?
- ¿Cuáles de fases o momentos de la Teoría de las Situaciones Didácticas contribuyen al diseño de la propuesta didáctica para la enseñanza de problemas aditivos?
- ¿Cuáles son los elementos para el diseño de una propuesta didáctica desde la Ingeniería Didáctica?

- ¿Cuáles son los conocimientos matemáticos fundamentales desde el modelo MTSK para que el profesor diseñe situaciones didácticas en la enseñanza de problemas aditivos?
- ¿Qué conocimientos didácticos del profesor se ven reflejados desde el modelo MTSK en la aplicación de la propuesta didáctica?

De los cuales surgen los siguientes objetivos:

General:

- Analizar los conocimientos matemáticos y didácticos que manifiesta el docente en el diseño y aplicación de la ingeniería didáctica en la enseñanza de problemas aditivos con alumnos de primer y segundo grado de educación primaria.

Específicos:

- Caracterizar cómo se conceptualizan los problemas aditivos desde la didáctica de las matemáticas.
- Identificar las fases de la Teoría de las Situaciones Didácticas que contribuyen al diseño de la propuesta didáctica para la enseñanza de problemas aditivos.
- Describir los elementos para el diseño de una propuesta didáctica desde la Ingeniería Didáctica.
- Discriminar los conocimientos matemáticos fundamentales desde el modelo MTSK para que el profesor diseñe situaciones didácticas en la enseñanza de problemas aditivos.
- Analizar los conocimientos didácticos del profesor se ven reflejados desde el modelo MTSK en la aplicación de la propuesta didáctica.
- Diseñar situaciones didácticas propicias para la propuesta de ingeniería en la enseñanza de los problemas aditivos para desarrollar con alumnos de primer y segundo grado de educación primaria.

Desarrollo

En primera instancia es preciso definir los problemas aditivos, Vergnaud (1991) los contempla entre sus campos conceptuales referentes a las matemáticas. Los expresa como “aquellos cuya solución exige adiciones o sustracciones” (pág. 161). En esos problemas se pueden encontrar distintos tipos de estructuras aditivas que son “las relaciones en juego que sólo están formadas de adiciones y sustracciones” (pág. 161). A su vez, hace presente varios tipos de relaciones aditivas, es decir, varios tipos de adiciones y sustracciones. Estas relaciones aditivas se encuentran de diversas maneras, Vergnaud señala seis en esquemas ternarios fundamentales (pág. 164):

Primera categoría: dos medidas se componen para dar lugar a una medida.

Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.

Tercera categoría: una relación une dos medidas.

Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.

Quinta categoría: una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.

Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones), se componen para dar lugar a un estado relativo.

A partir de ellos, Vergnaud (1991) los subdivide en categorías para diversificar las clases de problemas. En esta línea también se encuentran los Problemas Verbales Aditivos Simples (PVAS) (UPN, 1994), por sus acciones y relaciones semánticas se caracterizan en varios tipos: cambio, combinación, comparación e igualación. Los problemas de cambio e igualación “describen una relación dinámica, ya que para resolverlos hay que hacer transformaciones de incremento o decremento en los conjuntos” (UPN, 1994, pág. 62). En los problemas de comparación y combinación “solo plantean una relación estática entre sus entidades” (UPN, 1994, pág. 63). Así mismo, en cada problema hay otra variable importante que es la posición de la incógnita, que puede estar en el resultado, o en alguno de los otros datos.

Ahora bien, para trabajar los problemas aditivos, se requiere de diseño de situaciones que permitan a los alumnos dar paso al conocimiento, de aquí la importancia del conocimiento didáctico del profesor. Al formular situaciones didácticas, se requiere que el maestro sea quien “provoque en el alumno –por medio de la elección sensata de los “problemas” que propone- las adaptaciones deseadas” (Brousseau, 2007, pág. 31), considerando las condiciones del medio y las intenciones didácticas para que se logre el aprendizaje de los conocimientos matemáticos.

En este caso, es necesario tomar en cuenta las situaciones de: acción, donde “el alumno debe actuar sobre un medio (material, o simbólico); la situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos” (Panizza, 2003, pág. 10), es decir, constituye el proceso por el cual el alumno aprende un método para dar solución a su problema, explica Brousseau (2007, pág. 21); la situación de formulación donde “un alumno (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno (o grupo de alumnos) receptor que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o simbólico) en base al conocimiento contenido en el mensaje” (2003, pág. 11); la situación de validación, donde “dos alumnos (o grupos de alumnos) deben enunciar aseveraciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas” (2003, pág. 11) , y la situación de institucionalización:

La consideración “oficial” del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización. Brousseau (1994) citado en (Panizza, 2003, pág. 14)

El docente toma un rol de gran relevancia, es aquí donde debe dar cuenta de lo que han hecho los alumnos, explicita Brousseau (2007, pág. 28) que es necesario describir lo que sucedió en este trayecto, la vinculación con el conocimiento y brindarles la terminología oficial. Los aportes de la TSD se centran en tomar como base estos referentes aunados con los problemas aditivos, para diseñar planificaciones que contengan situaciones didácticas a partir del planteamiento de problemas. De este modo, se atiende a la necesidad que se expresa en los estudios actuales revisados para la enseñanza-aprendizaje de las operaciones básicas (en este caso de suma y resta) es a partir de enfrentar a los alumnos a problemas reales, y no de forma aislada.

Para el diseño de las situaciones didácticas, se retoma además de la TSD, una metodología que permite centrarse en el diseño didáctico de la intervención en el aula, que es la ingeniería didáctica, surgida en la didáctica de la matemática francesa, en los principios de la década de los 80, Artigue, Douady, Moreno y Gómez (1995, pág. 33) lo refieren como:

Una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas con los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo.

Como metodología de investigación, la ingeniería didáctica tiene como características un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza, en esta se distinguen dos niveles que son micro-ingeniería y la macro-ingeniería dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación (Artigue, 1995, pág. 37). Esta metodología contempla cuatro fases o etapas: análisis preliminares, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori, la experimentación y el análisis a posteriori.

La primera fase corresponde a *los análisis preliminares* relacionados con el saber matemático y son: análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza; análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos; análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución; análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva. (Artigue, 1995, pág. 38). En esta misma fase, Artigue (1995) menciona necesario de considerar tres dimensiones: la epistemológica, la cognitiva y la didáctica. La segunda fase es *la concepción y el análisis a priori* de las situaciones didácticas (Artigue, 1995, pág. 42) en ésta, el investigador “toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables del sistema no fijadas por las restricciones” de las cuales se distinguen distintos tipos de variables: la macro-didáctica y la micro-didáctica, que dependerá de las intenciones del estudio.

La tercera fase es *la experimentación*, en esta se “ejecutan los diseños y se recogen los datos que informan sobre los fenómenos identificados en el análisis a priori” (Calderón, 2005, pág. 74). La última fase es *el análisis*

a posteriori y evaluación, se basa “en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación, a saber, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en clase o fuera de ella” (Artigue, 1995, pág. 48) además de que es donde se confrontan los análisis a priori y los análisis a posteriori, para fundamentar y validar las hipótesis formuladas con anterioridad.

En lo que respecta al análisis de resultados, el MTSK (Mathematics Teachers’ Specialised Knowledge) es “una propuesta teórica que modela el conocimiento núcleo del conocimiento profesional del profesor de matemáticas y es, a su vez, una herramienta metodológica que permite analizar distintas prácticas del profesor de matemáticas a través de sus categorías” (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar, & Carrillo, 2016, pág. 70) lo cual permite tener un enfoque integral de los conocimientos del profesor de matemáticas.

El modelo del MTSK (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar, & Carrillo, 2016, pág. 70) mantiene la división en dos dominios de conocimiento que son: el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico. Cada uno de estos dominios está conformado por tres subdominios. El dominio conocimiento matemático considera: el conocimiento de los temas (KoT), el conocimiento de la estructura matemática (KSM) y el conocimiento de la práctica matemática (KPM). El dominio del conocimiento didáctico abarca: el conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT), el conocimiento de las características de aprendizaje (KFLM) y el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS). A partir de este modelo se analizará con profundidad los conocimientos especializados del profesor en la enseñanza de los problemas aditivos, a través de la ingeniería didáctica.

Conclusión

Para intentar dar respuesta a esta problemática, con base en las preguntas y objetivos propuestos y la indagación que hasta el momento, permite tener claridad con respecto al saber en juego: caracterizar la conceptualización de los problemas aditivos su tipología y las implicaciones semánticas y sintácticas que conlleva cada uno; las conexiones entre temas como el concepto del número, el sistema de numeración decimal, los algoritmos convencionales y los conceptos que se encuentran inmersos en éstos; y el enfoque de resolución de problemas propuesto por los programas actuales como forma de producir matemáticas.

Se tiene en cuenta la TSD, sus fases y constructos, necesarios para diseñar una situación problema que contribuya a la propuesta didáctica para intervenir con los alumnos de primer y segundo grado de primaria. Así mismo, se ha podido estructurar de manera general el diseño de la ingeniería didáctica a partir de los elementos y fases que la constituyen. Se trabaja en los análisis preliminares conociendo las dimensiones epistemológicas, cognitiva y didáctica del saber en juego involucrado, dando paso a la concepción y análisis a priori para plasmar la intervención en el aula de los primeros grados de educación primaria.

Finalmente, se tiene presente dar lugar especial al conocimiento del profesor a partir del análisis con base en el MTSK. Dichos resultados, se pretende puedan contribuir al fortalecimiento de la práctica docente en los primeros grados de educación primaria. En este sentido, al verse beneficiados los docentes, se cree haya también una mejora en los conocimientos de los alumnos en este tema.

Desde la literatura revisada, el tema que se aborda corresponde a una línea temática actual, en la que hasta la fecha es de interés para docentes e investigadores y sigue siendo indagado. Es bien sabido que las investigaciones en la enseñanza de los problemas aditivos son bastas, sin embargo, en el campo de las propuestas didácticas y análisis del conocimiento del profesor hasta el momento no se ha encontrado, por lo que se considera pertinente y viable estudiar e intentar aportar a este tema.

Referencias

- Alonso, B. G. (1989). *Numeración y Cálculo*. Madrid : SINTESIS.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, D. Régine, L. Moreno, & P. Gómez, *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (págs. 33-61). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ávila, A. (2016). La investigación en educación matemática en México: una mirada a 40 años de trabajo. *Educación Matemática*, 31-59.
- Block, D., & García, S. (2017). La enseñanza de las matemáticas en primaria y las reformas educativas en México. *Poniéndose al día*, 70-76.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Bueno, A. C., Hidalgo, J. F., & Cezón, P. A. (2015). Estudio sobre el descubrimiento del ábaco en Educación Infantil. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 31-47.
- Calderón, D. I. (2005). La ingeniería didáctica como metodología de investigación del discurso en el aula. *Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, 71-104.
- Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., & Aguilar, Á. (2014). *Un Marco teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*. Huelva: Servicio de publicaciones de la UHU.
- Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L. C., & Climent, N. (2017). EL conocimiento del profesor desde una perspectiva basada en su especialización: MTSK. *ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES*, 185-2015.
- Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L. C., & Climent, N. (2017). EL conocimiento del profesor desde una perspectiva basada en su especialización: MTSK. *ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES*, 185-2015.
- Castillo, M., & Ramírez, A. (2013). Dificultades asociadas al enunciado de problemas aditivos verbales que presental los estudiantes de los tres primeros grados de educación primaria. *Revista de Investigación* , 145-165.
- Castro Inostroza, A. (2016). *Conocimiento fundamental para el Grado de Educación Primaria: perfiles de conocmieto conceptual aditivo. Tesis de Investigación* . Bellaterra: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Chamorro, M. d. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: PEARSON EDUCACIÓN.

- Contreras, L., Carrillo, J., & Climent, N. (2018). Aproximándonos al conocimiento especializado de una estudiante para maestro a partir de una narrativa. *Investigación en Educación Matemática*, 51-65.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, Á., & Carrillo, J. (2016). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En E. C. Álvaro Aguilar, *Un marco teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pág. Cap. 4). España.
- García, O. (2014). Solución de problemas matemáticos de suma y resta en alumnos con dificultades para aprender. *Universidad de Matanzas Camilo Cienfuegos*, 38-53.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada : Edumat-Maestros.
- Gómez Ortega, V. (2018). Una introducción en la suma y la resta en Educación Infantil a través de un cuento. *Educación Matemática en la Infancia*, 82-98.
- Górriz, R. G. (2016). *Talleres para trabajar la suma y la resta con materiales manipulativos en 1º de Educación Primaria*. Barcelona: Universidad Internacional de la Rioja.
- INEE. (2018). *Plan Nacional para la Evaluación de los aprendizajes (PLANEA). Documento rector*. Ciudad de México: INEE.
- Jaramillo, G., & Nieto, J. A. (2014). *Descripción de la apropiación de las operaciones aritméticas suma y resta en el conjunto de los números naturales en los grados sexto*. Medellín: Tesis. Universidad de Medellín.
- Lagos Garrido, O., & Oyarzun Burgos, C. (2017). Relación entre los argumentos dados en tareas de conservación de la cantidad y las estrategias de solución utilizadas al resolver problemas verbales de estructura aditiva. *REXE. Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 95-106.
- Ma, L. (2011). *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales. La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE.UU.* Santiago de Chile: Academia Chilena de Ciencias.
- Muñoz-Catalán, M. C., Liñán García, M. d., & Ribeiro, M. (2017). Conocimiento Especializado para enseñar la operación de la resta en educación infantil. *Cad. Pesq.*, 4-19.
- Murillo, F. J., Román, M., & Atrio, S. (2016). Los recursos didácticos de matemáticas en las aulas de educación primaria en América Latina: disponibilidad e incidencia en el aprendizaje de los estudiantes. *Education Policy Analysis Archives/ Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 1-22.
- OCDE. (2019). Obtenido de Resultados de PISA 2018: http://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_MEX_Spanish.pdf
- Panizza, M. (2003). *Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Argentina: Paidós.
- Pérez, G. J., & Vera, J. A. (2012). Lógica subyacente de la enseñanza de la suma y resta en profesores de primero a tercer grado escolar. *Tiempo de Educar*, 51-81.
- Prieto González, A., & Aguilar González, Á. (2019). MTSK en la formación inicial del profesorado de educación infantil para el diseño de actividades. *Educación Matemática en la Infancia*, 109-133.
- Prieto González, J. L., & Valls González, J. (2010). Aprendizaje de las características de los problemas aritméticos elementales de estructura aditiva en estudiantes para maestro. *Educación Matemática*, 57-85.
- Ribeiro, M., Muñoz-Catalán, M. C., & Liñan, M. M. (2015). Discutiendo el conocimiento matemático especializado del profesor de infantil como génesis de aprendizajes futuros. <https://www.researchgate.net/publication/288701829>, 575-589.
- Rodríguez, C., Navarro, C., Castro, A., & García, M. d. (2019). Estructuras semánticas de problemas aditivos de enunciado verbal en libros de texto mexicanos. *Artículos de Investigación*, 75-104.

- Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Boletín de Educação Matemática*, 142-166.
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2010). *Metodología de la investigación. Cuarta edición*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- SEP. (2017). *Aprendizajes Clave. Educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Tamayo, P. Á., & Mendoza, R. T. (2014). ¿El uso de la informática contribuye al desarrollo de las habilidades de cálculo de los escolares primarios? *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 231-252.
- UPN, U. P. (1994). *Antología básica. Construcción del conocimiento matemático en la escuela. Licenciatura en educación plan 1994*. México: UPN.
- Vergnaud, G. (1991). *El Niño, las Matemáticas y la Realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. Cd. de México: Trillas.
- Zarzar, C. B., & Montes, C. M. (2012). Abordaje basado en competencias: solución de problemas aditivos en el nivel básico. *Revista de la Unidad de Educación de la Facultad de Ciencias Humanas y Sociales*, 30-42.