



XVI
Congreso Nacional de
Investigación Educativa
CNIE-2021

Las gráficas cartesianas, un ejercicio de “lectoescritura” en un ambiente digital. Un experimento con alumnos universitarios

Adrián Fabio Benítez Armas
Universidad Tecnológica de Puebla
Fabio.benitez@utpuebla.edu.mx

Área temática 06. Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Papel de las tecnologías en los procesos educativos, en el marco de los saberes específicos de un campo de conocimiento disciplinar.

Tipo de ponencia: Intervenciones educativas.



Resumen

Las gráficas cartesianas digitales, pueden ser instrumentos mediadores que son revelados durante la exploración que los estudiantes, mediante su actividad corporal representan. Las actividades exploratorias desarrolladas con la mediación del sensor de movimiento, tienen a los estudiantes como actores estelares. En experimentaciones de movimiento generados por el andar natural de los alumnos, encontraron una correspondencia entre su movimiento y la pendiente de la gráfica generada por la tecnología, de forma que los alumnos descubren a la velocidad en relación directa con la inclinación de la gráfica. Este hecho permite que el alumno sin darse cuenta explore una forma distinta de “escritura” y “lectura” que le permite reconocer las características gráfica de la representación con su movimiento, como si el alumno “escribiera” con su movimiento a través de la tecnología digital, las características de su velocidad, o como si el alumno hiciera una “lectura” de comprensión, en donde es capaz de interpretar una serie de instrucciones que le permitirán lograr una gráfica en específica.

Palabras clave: *Plano cartesiano, instrumentos de mediación, andar natural, lectoescritura.*

Introducción

En el marco de la Matemática Educativa, la siguiente propuesta es seguimiento de una investigación hecha en la Universidad Tecnológica de Oriental, con alumnos universitarios. Los resultados obtenidos, nos han llevado a plantear, que lo observado en alumnos, podría replicarse sin importar el nivel escolar en que se haga el ejercicio. Al igual que en la investigación inicial, lo que nos interesa es observar e interpretar las características que tiene el proceso de entendimiento del movimiento dentro de este escenario experimental, centrándonos en el ejercicio de *‘escritura’* y *‘lectura’* de una gráfica en un ambiente digital.

Las gráficas cartesianas digitales, son artefactos de mediación en el proceso de apropiación de los conceptos matemáticos, revelados durante la exploración que los estudiantes corporalmente representan. Naturalmente en un primer momento, dichos artefactos están suministrados por el entorno académico donde conviven los estudiantes y ellos, mediante su uso en las sesiones de trabajo irán internalizándolos, apropiándose los para transformarlos eventualmente en artefactos formadores en parte de sus recursos cognitivos. La marca de tal incorporación cognitiva, se hace explícita tanto en las respuestas de los estudiantes como en las estrategias producidas para dar respuesta a los problemas de movimiento.

En el trabajo se observan e interpretan los modos según los cuales, los sistemas de representación gráficos se incorporan para formar parte de nuestra cognición de los fenómenos de la variación y velocidad. En consecuencia se explora cómo la actividad mediada se manifiesta en la producción singular de significados.

Se estudia el movimiento uniforme, sus significados cartesianos y las formas en cómo, los sistemas de representación gráficos se incorporan para formar parte de nuestra cognición, mediante la producción de las gráficas, en particular, las de distancia/tiempo a través de un ejercicio de *‘lectura’* y *‘escritura’* en el contexto experimental planteado.

Enmarcamos aquí los dos problemas abordados:

- **¿Podemos considerar que el andar es una forma de *escritura* cuando genera gráficas en un plano cartesiano, a través del sensor de movimiento y usando la tecnología?**
- **¿Reproducir un movimiento partiendo de la *lectura* de una gráfica, es factible de considerarse un ejercicio de *lectoescritura* cuando nos permite generar gráficas producto del andar a través del sensor de movimiento?**

Diferentes autores han abordado el problema de la graficación desde perspectivas diversas, algunos como Clement (1989) se han centrado en la interpretación que los alumnos hacen de una gráfica, identificando falsas conceptualizaciones, entre ellas las que tratan la gráfica de una función como si fuese un dibujo. Otros autores como Zubieta y Moreno (1996, p. 466) aseguran que “los estudiantes quedan atrapados en una rutina de quehacer algebraico, sin atribuir significado al proceso de variación... los alumnos al enfrentarse a los problemas de variación, no comprenden la relación entre el quehacer algebraico que realizan, por no darle un significado...”.

Por otra parte Ferrara y Savioli (2011) reportan los resultados de una investigación realizada con estudiantes de 7 años de edad, quienes participaron en la interpretación y uso de gráficas a través del dibujo y lectura generadas por un sensor de movimiento. Los alumnos trabajaron con la covarianza, donde fueron capaces de entender el significado de una recta horizontal. Se analizó la producción de sus escritos y dibujos. Por su parte Flores (2007) observa las dificultades que tienen los estudiantes con la construcción e interpretación de gráficas. Su trabajo parte de las formas básicas de graficación y toma como marco de referencia el trabajo de Leinhardt et al. (1990). El tema de investigación se enfoca en la interpretación de las formas básicas en la que los estudiantes logran una visión cualitativa de un cierto fenómeno de movimiento.

Leinhardt, señala, ya desde 1990, que el entendimiento de una gráfica debería ser expresada, más que en términos matemáticos, mediante esquemas cualitativos apoyados en el sentido común y en las estrategias de verificación de la realidad del estudiante y del uso de sus propias palabras. Por otra parte Rivière (2002, p. 38) asegura que el pensamiento no sería una función formalmente determinada por la estructura de la extensión del cuerpo humano, sino por la actividad externa, objetiva, en relación a otros cuerpos.

Los estudios que se revisaron nos muestran las posibilidades que brinda la investigación del uso de cuerpo y la tecnología digital como elementos mediadores. El cuerpo como artefacto de mediación, adquieren sentido e importancia a través del uso de tecnología digital y es necesario interpretar cómo se da la apropiación de los significados, para que en su momento los podamos transformar en recursos cognitivos que permitan la generación de nuevos conceptos matemáticos.

El referente teórico que nos sustenta, considera que el desarrollo cognitivo humano jugó un papel destacado en la evolución. Los orígenes de la cognición se desarrollaron en consideración de una doble extensión, la dimensión social (la primera) que se (con)-funde con la dimensión cultural (la segunda). En algún momento la evolución humana, dejó de ser sólo biológica y ha entrado en el proceso evolutivo la cultura.

Por otra parte Vygotsky, señala que el proceso de aprendizaje considera dos momentos fundamentales, el primero consiste en una internalización progresiva de instrumentos mediadores, que se inician siempre desde el exterior (elementos culturales) y que más adelante dan paso al segundo momento que considera su transformación en un proceso de desarrollo interno, reconociendo en consecuencia que el aprendizaje precede temporalmente al desarrollo, que la asociación precede a la reestructuración, así podemos reconocer dos niveles de desarrollo relacionados con la conformación del conocimiento en las personas: el nivel de desarrollo efectivo y el nivel de desarrollo potencial (Vygotsky, 1930, citado por Rivière, 2002, p. 60).

Consideramos que el cuerpo en desplazamiento es un buen referente para entender el movimiento y su representación. Diversos autores señalan su importancia: Vygotsky en particular (1926) (Citado por Pozo, 2003, p. 194) afirma que *el hombre no se limita a responder a los estímulos sino que actúa sobre ellos, transformándolos... gracias al uso de instrumentos mediadores, el sujeto modifica el estímulo; no se limita a responder ante su presencia de modo reflejo o mecánico sino que actúa sobre él.*

Una herramienta digital (instrumento de mediación), es un amplificador cuando permite (en la calculadora o en la computadora) mayor expresividad a los objetos matemáticos. Esto es, podemos aplicar con un tipo de zoom, “agarrar” la gráfica y manipularla, descubrir nuevas características en las funciones, por ejemplo. En este contexto tenemos que *los instrumentos externos que utiliza para llevar a cabo sus operaciones, llegan a ‘interiorizarse’, o sea, a formar parte del propio proceso reflexivo* (Ong, 2011. P. 83). Por otra parte, cuando el estudiante empieza a explorar otros objetos matemáticos con esta “nueva” forma de verlos, se encuentra ante una herramienta que reorganiza sus estructuras cognitivas, porque empieza a explorar los objetos matemáticos a través de un modo de pensar que sólo le da esa tecnología.

Finalmente tenemos que “escritura”, según Ong, es cualquier marca semiótica (visible o sensorial) que un individuo hace y a la que se le atribuye un significado. (2011, p. 86). En consecuencia una marca hecha en piedra y que es interpretable por quién la hizo podría considerarse “escritura”.

Nuestro experimento parte de las características que presenta el entendimiento del movimiento uniforme, el cual suponemos más sencillo por el hecho de estar ligado a una experiencia cotidiana, caminar. Dicho movimiento se captura mediante el sensor y a diferencia de la representación estática lograda con papel, constituye una experiencia en *tiempo real* en cuanto a la producción de la gráfica, lo que sugerimos, conforma una ventana de oportunidad en la comprensión del estudiante quien se desplaza frente al sensor. Un fenómeno de movimiento experimentado a través del cuerpo, puede ser una experiencia con resultados diferentes, el alumno vivirá el movimiento y su representación.

En el escenario experimental que se ilustra en la Imagen 1, los sujetos caminan frente al sensor, sus movimientos se transmiten a la computadora y el proyector despliega la información en una pantalla, frente a los ojos de los participantes. Así, al moverse observan la gráfica de su movimiento. Una cámara de video registra las acciones y diálogos de los participantes con el fin de escuchar las explicaciones que ellos dan a los estados de movimiento y su representación.

Imagen 1. Escenario experimental

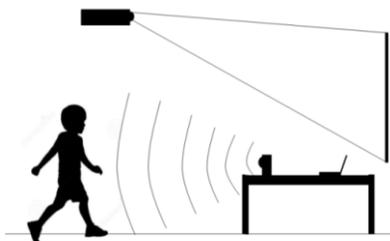
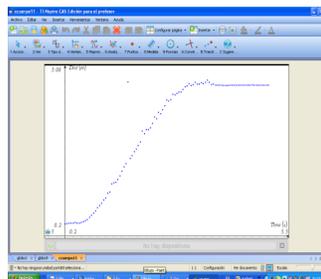
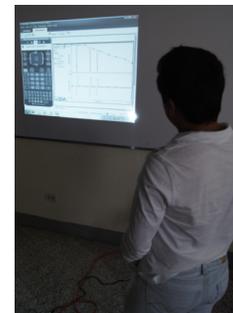


Imagen 2. Gráfica distancia-tiempo



Fotografía 3. Caminando frente al asensor



La realización se dividieron en tres momentos:

Explorando el funcionamiento del sensor

Se les explica a los alumnos cómo es el funcionamiento del sensor de movimiento y los pormenores relacionados con la tecnología digital que se usa, de forma que tengan clara las características de la representación que se generará al usar el software y su relación con el movimiento.

Los alumnos se descubren ante la gráfica que genera la tecnología digital

Se les solicita que caminen de cara al sensor, frente a ellos se representa en un sistema cartesiano virtual, las gráficas distancia – tiempo ($d-t$), la gráfica que se muestra en la Imagen 2 muestra un ejemplo típico. En este momento se les dio la posibilidad de que exploraran su andar: adelante, atrás, en reposo, despacio, rápido o uniformemente e iniciaran las primeras observaciones de su andar con relación a la gráfica. Los alumnos se descubren ante la gráfica que genera la tecnología digital (Fotografía 1), conforme son capaces de ‘escribir’ en el referente gráfico su forma de caminar, asociando la dirección y velocidad de su andar con las características de la representación gráfica en el plano cartesiano digital.

Ahora la gráfica subordina al movimiento

Una vez que han practicado el movimiento y lo han relacionado con las gráficas, se les dibuja la gráfica que representa el movimiento de un objeto, como la que se muestra en la Fotografía 2, y se les pide caminar de modo que generen una gráfica semejante. Se les formularon preguntas como: ¿qué distancia se recorre en un intervalo determinado?, ¿en qué zonas de la gráfica es mayor o menor la velocidad?, ¿cómo tienes que moverte para lograr una inclinación específica?, ¿desde qué distancia tendrías que iniciar tu movimiento?, etc.

Este periodo experimental se hacen de manera que, los alumnos identifiquen momentos específicos representados en la gráfica para valorar y analizar los intervalos de movimiento: más rápido o más lento. De este modo se asociaron las variables representadas en el plano cartesiano con el movimiento como un ejercicio de ‘lectura’, en donde el alumno muestra que es capaz de entender lo que ‘lee’ en la gráfica.

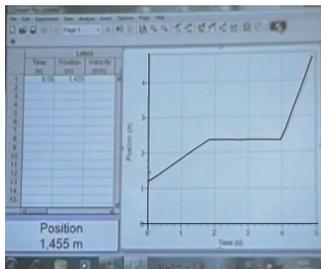
Sin duda, la posibilidad de observar el transcurso de la geometrización del movimiento, nos permitirá entender mejor el proceso cognitivo. Ímaz y Moreno (2010, Pp. 15 y 16) comentan con respecto a la geometrización: ‘Hoy día, calcular ‘la distancia recorrida’ por un móvil es ‘calcular el área bajo la curva’; y ‘calcular la velocidad’ es ‘calcular la pendiente de la curva’. Todas estas identificaciones han sido posibles como resultado de una conquista enorme: La geometrización del movimiento, esto es, un modelo geométrico en donde los cuerpos se mueven y cuyo movimiento podemos describir en términos matemáticos’

El experimento

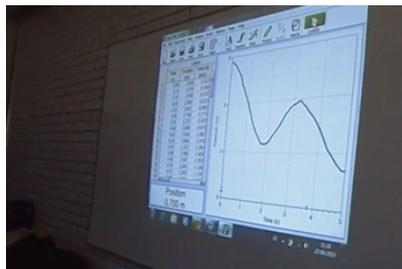
Explorando el funcionamiento del sensor

Los alumnos guiados por el profesor, pasan a experimentar la relación de su movimiento con la representación virtual, con el fin de que cada alumno pruebe por lo menos por una ocasión el hecho de caminar y ver la gráfica que producirá su movimiento. En este esquema se generan dos perspectivas diferentes de los eventos: Como partícipes del fenómeno de movimiento y su *escritura* gráfica y como observadores del movimiento que generaron sus compañeros. Ellos se desplazan (caminando) frente al sensor y sus movimientos generaron gráficas cartesianas a través de la representación con tecnología digital, como si fueran *escribiendo* el movimiento (Fotografía 3).

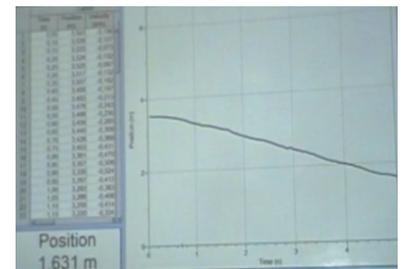
fotografía 1. El movimiento de un Objeto



fotografía 2. los alumnos se desplazan frente al sensor



fotografía 4. Gráfica de ana de Ana



Los alumnos se descubren ante la gráfica que genera la tecnología digital

Ana hace un movimiento mucho más fino (Fotografía 4), tiene mayor dominio y se propone hacer un movimiento rectilíneo uniforme. Lo *escribe* con éxito, el resto de los alumnos reconocen las características de su movimiento a través de la *lectura* de la gráfica que elaboró Ana, encontrando datos como la distancia más lejana a la que llega, el tiempo en el que se logró cierta la distancia, etc. Con la propuesta que hace, el Maestro continúa analizando la gráfica, ahora ponen fundamental atención en el signo de la pendiente de la gráfica y su relación con la velocidad.

Maestro: *‘¿Por qué estas velocidades son negativas?’*

Vianey: *‘Porque caminó hacia el frente, acercándose al sensor’.*

Es evidente que Vianey relaciona la inclinación y su signo (pendiente), con la dirección del movimiento.

Maestro: *‘¿Estas lecturas son negativas?, ¿La velocidad se puede asociar con la posición que está aquí?, ¿cómo asocias los signos negativos con lo que tienes en la posición?’*

Diana: *‘Permítame, tengo que coordinar la información que tengo’.*

Interpretación

Esta es una respuesta importante: Diana, hace un ejercicio de asociación de los valores que se reportan. Ella asocia el signo de la velocidad con los datos de la gráfica. La acción de coordinar implica un proceso de asociación entre la posición y la velocidad, lo cual es un ejercicio cognitivo fundamental en el proceso de comprensión del tema, es un indicador del entendimiento.

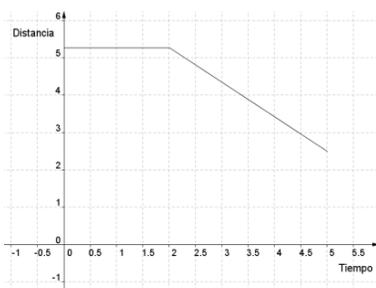
Durante el análisis Diana muestra la ubicación del lugar, relacionando con éxito la gráfica de posición los datos distancia recorrida. Conjeturamos que Diana es capaz de hacer la transferencia de los dos modelos de representación que se están relacionando porque ha comprendido las características generales de la escritura de la gráfica a través de su cuerpo como mediador.

Ahora la gráfica subordina al movimiento

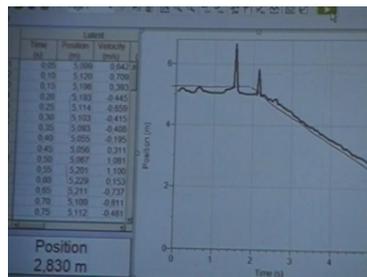
Episodio 1

Se formaron equipos de trabajo, donde cada uno planteó su conjetura según el movimiento que interpretaron al leer la gráfica que el profesor dibujó. Discutieron las posibles formas de movimiento. El profesor propuso una forma específica en la Gráfica 1 y cada equipo pasó a representar el movimiento que creyeron que se adapta a la representación. En este ejercicio los alumnos requirieron de una atención y concentración alta para poder reproducir el movimiento que se les solicitó. No se trató de ver qué tipo de gráfica genera el cuerpo al moverse, sino de analizar las características del movimiento corporal necesario para poder reproducir una gráfica particular, en este momento el supuesto que tenemos, es que si alguien es capaz de lograr la representación, es porque ha cristalizado la relación del movimiento corporal con la representación gráfica del evento.

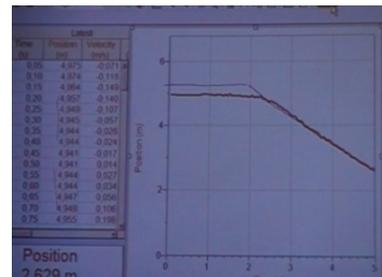
Gráfica 1. Propuesta



Fotografía 5. Primera Interpretación



Fotografía 6. Segunda interpretación



Ahora se pusieron de acuerdo los alumnos en función de las indicaciones de la gráfica, interpretaron los datos y rasgos que se encuentran. Ana y Vianey de acuerdo, interpretaron el significado de la pendiente.

Disponen de un espacio frente al sensor, es aquí donde buscan el lugar más adecuado en donde inicien su movimiento. Miden la distancia del sensor, al supuesto lugar donde puede iniciar el movimiento contando los pasos y hacen una estimación de las dimensiones que deberán cubrir y el tiempo en que tendrán que hacerlo. La

claridad en la interpretación (*lectura*) será lo que nos dé luz del significado que representa en los alumnos todo el proceso por el que hemos pasado. Observamos que las alumnas Ana y Vianey realizan con muy buen éxito un ejercicio de interpretación, vislumbramos que ahora son capaces de interpretar la gráfica solicitada para reproducirla en su movimiento (Fotografías 5 y 6).

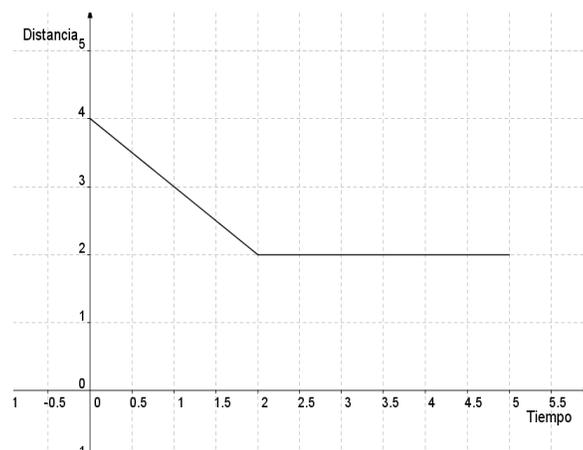
Interpretación

Ellas entendieron perfectamente lo que tenían que hacer, el trabajo de interpretación con sus compañeros les permitió hacer una *lectura* adecuada de la información. Es claro y seguro que la información que hay en la gráfica, Ana y Vianey la tienen cristalizada. Por eso, son capaces de *leer* y *re-escribir* la gráfica.

Episodio 2

Ahora los alumnos interpretan con éxito los rasgos requeridos en la Gráfica 2, sin embargo la precisión con el cuerpo se torna imposible.

Gráfica 2. cuarto ejercicio



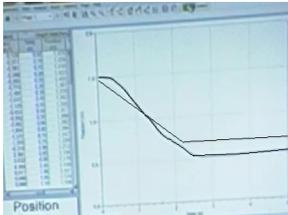
El movimiento con todo el cuerpo, aun bien dominado, no implicará necesariamente que las gráficas se podrán lograr. En este ejercicio se puede apreciar las dificultades que hay en la interpretación corporal de la siguiente representación gráfica.

Es importante analizar lo que sucede en este caso en particular. Una vez más es indudable que los alumnos identifican, interpretan y reproducen adecuadamente los rasgos, sin embargo este movimiento implica una condición específica. Aparentemente se trata de un movimiento muy simple, pero si se observa la gráfica, en su parte inicial podemos ver que la velocidad no es cero, por lo que al intentarlo, después de varios ensayos los alumnos se dan cuenta de que siempre el movimiento que ellos hacen, inicia invariablemente en el reposo, por lo que la gráfica es horizontal en su inicio (Fotografías 7, 8 y 9).

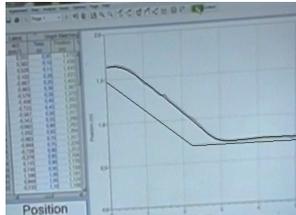
Un alumno es quien se percata del detalle, con dificultades para explicar su idea y resolver el problema. Las dificultades para expresar su idea lo han llevado a la decisión de ejecutar su plan como mejor estrategia. Originalmente es el maestro quien da la señal, ahora el alumno es quien propone dar la instrucción para dar pie a que el sensor se active.

Algunos ejemplos de los resultados gráficos del movimiento.

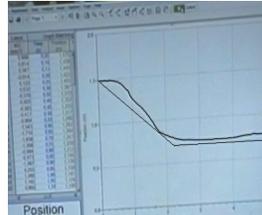
Fotografía 7



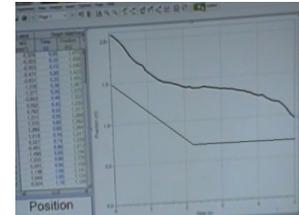
Fotografía 8



Fotografía 9



Fotografía 10



Así cuando el alumno ya está en movimiento le da la instrucción al maestro de iniciar la lectura de su movimiento, de esta manera el sensor no registrará el inicio del movimiento (lo que implicaría una pendiente horizontal), sino que registrará al alumno ya en movimiento. El alumno lleva a cabo su propuesta y aunque falla en la distancia a la que tiene que iniciar el movimiento, el resultado es muy bueno (Fotografía 10) pues logró que dejara de graficarse una horizontal.

Interpretación

Otra vez hay indicadores que nos permiten conjeturar que en los alumnos hay un buen estado de comprensión y de recreación pues resolvieron el problema. Las posibilidades de comprender las características del movimiento, las asociamos con la posibilidad que tienen los alumnos de *leer* la gráfica y la posibilidad de recreación del movimiento, lo asociamos con la posibilidad de *escribir* la gráfica.

Se confirman las observaciones de este pasaje. Ana retoma esta idea y aclara que hay gráficas muy difíciles de lograr, por el hecho de que la lectura del sensor tiene que hacerse estando el cuerpo en movimiento y no iniciar del reposo *‘Si empieza del reposo la gráfica será siempre iniciada con una horizontal’*. La afirmación es rotunda y permite ver cómo es que los alumnos van cristalizando los significados de la gráfica en relación a su movimiento. En este contexto y a pesar de todas las dificultades que los alumnos tienen, encontramos que dominan el entendimiento e interpretación de los rasgos, sin embargo hablar de ello les resulta difícil. Hay evidencia de que los entienden, los han identificado por el hecho de que los pueden interpretar.

Ante el panorama conjeturamos que, así como un músico experimentado puede interpretar su partitura, aunque no necesariamente u obligadamente tendrá o podrá explicarnos con detalle el significado de los símbolos y/o rasgos que la componen. Muy probablemente, para el músico la mejor manera de hablar de la música, con relación a los rasgos que hay en su partitura sea interpretándola.

Los alumnos pueden expresar con buen nivel de dominio los rasgos, dan muestra del entendimiento de los rasgos que hay en la gráfica con el lenguaje de su movimiento corporal. Otras formas de lenguaje, no pueden suplir su experiencia, pero si pueden reconocer (*leerlo*) un rasgo cuando les pedimos que lo interpreten a través del lenguaje de su cuerpo (*escribirlo*). Su cuerpo es el que habla y es el que *escribe* en un plano cartesiano la forma de su movimiento. El alumno pudo tener mejores posibilidades de expresión cuando recurrió a escribir su idea usando el dominio de su cuerpo ante el sensor de movimiento. Esta forma de *escritura* le brindó mejores posibilidades de comunicación, que cuando intentó explicar su idea oralmente, aseveramos que el alumno puede dar una explicación mejor con el sensor de movimiento y todo el escenario descrito.

Conclusión

Esta nueva situación pone al alumno como protagonista del proceso de adquisición de significados matemáticos. El alumno es parte, ahora de la gráfica representada en el plano cartesiano, su movimiento vive en la gráfica y lo puede observar, moldear, vivir. Lo que en un principio fue encontrar las relaciones entre lo que se observa en el plano cartesiano y el movimiento que produce el cuerpo, ahora se han transformado en un proceso de interpretación en donde se llega a analizar los valores que se encuentran en las gráficas. Proceso de interpretación que consideramos evolutivo. En este contexto los alumnos le han atribuido un significado a la marca semiótica, característica que según Ong define a la escritura. Así tenemos que la ubicación del punto inicial del movimiento, es ahora un concepto con el que pueden lidiar. Por supuesto los alumnos, no tienen idea de que están discutiendo sobre el lugar geométrico de la ordenada en el origen. El hecho de poder localizarlo y hablar de él, determinando cuál es el mejor lugar que le corresponde en la gráfica y en función del movimiento que quieren representar, es porque más allá del nombre del concepto, los alumnos lo han “cristalizado”, ahora les pertenece, es parte de su experiencia. Los alumnos ahora están en mejores condiciones para desarrollar un trabajo de interpretación (*lectura*) entre el espacio de la situación y su forma de representación en el sistema cartesiano con tecnología digital. Ahora puede aproximarse a una traducción, bidireccionalmente, las condiciones de su situación concreta con la representación cartesiana.

La posibilidad de coordinar el movimiento y la gráfica permite la asociación de los signos. La acción de asociar es un ejercicio cognitivo fundamental en el proceso de comprensión del tema, es un indicador del entendimiento encontrar las formas de asociación entre la gráfica de distancia-tiempo y su andar. Conjeturamos que ahora los alumnos están en mejores condiciones para trasladar el concepto en diferentes direcciones, por un lado, entre el espacio de la representación gráfica hacia la situación real (su andar) y viceversa.

Podemos considerar que el andar es una forma de *escritura* cuando genera gráficas en un plano cartesiano, a través del sensor de movimiento usando la tecnología y reproduciendo un movimiento a partir de la *lectura* de una gráfica. Leinhardt, G., Stain, M. & Zaslavsky, O. (1990). Functions graphs and y graphing: Taks, learning and

teaching. En: Review of Educational Research, Spring. Vol. 60, No. 1, pp. 1-64. Vigotzky, L. (2010). Pensamiento y Lenguaje. Paidós Surcos. España.

Finalmente, encontramos como elemento trascendente, el hecho de que el grupo de alumnos de bachillerato y el grupo de alumnos universitarios, tuvieron sistemas de búsqueda de soluciones similares, es decir entre alumnos que están en una edad que fluctúa de los 16 a 20 años, las estrategias aplicadas para la interpretación y solución de las problemáticas de interpretación, fueron en esencia, las mismas.

Referencias

- Clement, J. (1989). [en línea] The concept of variation and misconceptions in cartesian graphing. Focus on Learning Problems in Mathematics. Vol. 11, 1-2. Disponible en: http://www-unix.oit.umass.edu/~clement/pdf/concept_of_variation.pdf
- Ferrara, F. y Savioli, K. (2011). Young Students Thinking About Motion Graphs. En: Ubuz, B. (Ed.), (2011). Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 2, Ankara, Turkey: PME. Pp. 337-344.
- Flores, C. (2007). [en línea] Formas Básicas de Graficación y su Simulación con Transductores. En: Repositorio Digital Institucional. Instituto Politécnico Nacional. Disponible en <http://www.repositoriodigital.ipn.mx/handle/123456789/2822> Consultado el 4 de febrero de 2015.
- Ímaz, C. y Moreno, L. (2010). La Génesis y la enseñanza del Cálculo. Las Trampas del Rigor. Trillas. México.
- Leinhardt, G., Stain, M. & Zaslavsky, O. (1990). *Functions graphs and graphing: Tasks, learning and teaching*. En: Review of Educational Research, Spring. Vol. 60, No. 1, pp. 1-64.
- Olson, D. R. (1998). El Mundo sobre el papel. El impacto de la escritura y la lectura en la estructura del conocimiento. Editorial Gedisa. España.
- Ong, W. (2011). Oralidad y Escritura Tecnología de la palabra. Fondo de Cultura Económica. México.
- Rivière, A. (2002) La Psicología de Vygotski. Antonio Machado Libros. España.
- Zubieta, G. y Moreno, L. (1996). Sobre el Número y la Variación. En: Revista Didáctica Investigaciones en Matemática Educativa. Ed Iberoamericana. CINVESTAV IPN.