



**XVI**  
Congreso Nacional de  
Investigación Educativa  
CNIE-2021

## La multiplicación con números decimales: el diseño de una situación didáctica en el escenario de la ingeniería didáctica

**Cindy Gabriela Alonzo Segovia**

Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"  
cindy\_gu92@hotmail.com

**Ana María Reyes Camacho**

Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"  
anyreca0712@hotmail.com

Área temática 06. Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Análisis de los procesos de aprendizaje y del desarrollo de los conocimientos y saberes disciplinares.

Tipo de ponencia: Reporte parcial de investigación.



### Resumen

En México, la multiplicación con números decimales es un objeto de estudio poco explorado en Educación Matemática y, en los materiales curriculares de Educación Primaria. En esta investigación, avanzamos en la presentación de algunos resultados de la aplicación de una situación didáctica, en un escenario virtual, en el contexto de una ingeniería didáctica, que contribuye a ampliar el significado de la multiplicación con números decimales y, desestabilizar el obstáculo epistemológico de que la multiplicación siempre agranda. Así, la Teoría de las Situaciones Didácticas se convierte en la perspectiva teórica y, la ingeniería didáctica como línea metodológica de la investigación. En este estudio, participaron 23 alumnos de quinto grado de una escuela primaria urbana, cuyas edades oscilan entre 10 y 11 años. Entre los principales resultados encontramos que, cuando los alumnos se enfrentan a un problema matemático que involucra una categoría multiplicativa de isomorfismo de medidas, a través de una expresión multiplicativa de un número entero por un número decimal menor que uno, los procedimientos de los alumnos evidencian que la ubicación del punto decimal determina la magnitud del resultado. Además, identificamos la validación semántica y sintáctica como hallazgos de modelos implícitos, y la conexión a la institucionalización de que la multiplicación no siempre agranda cuando se multiplica por un decimal menor que el entero.

**Palabras clave:** *Ingeniería didáctica, situación didáctica, multiplicación de números decimales, obstáculo epistemológico, primaria.*

## Introducción

En México, la Educación Primaria destina gran parte del tiempo curricular a la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos. Sin embargo, existen algunas temáticas que no se abordan en cada uno de los grados escolares, tal es el caso del estudio de los números decimales, que sólo aparecen de manera oficial en los materiales curriculares, a partir de cuarto grado. Por lo tanto, la problemática del presente estudio se aborda desde la Didáctica de las matemáticas como una línea de investigación de la Educación Matemática, en particular, abordamos el proceso didáctico de la multiplicación con los números decimales.

Debido al prolongado confinamiento de la pandemia COVID-19 que tuvo impacto a finales del mes de marzo del ciclo escolar 2019-2020, el estudio y aplicación de la investigación se realizó bajo una modalidad de enseñanza a distancia. Tal situación nos replantea en el panorama educativo, que el profesor no es el actor prominente en el éxito o fracaso del aprendizaje, sí influye su conocimiento disciplinar y didáctico, pero existen otros factores que trascienden, como lo son las condiciones sociales, económicas, políticas y culturales de donde se sitúa el sujeto/ alumno.

Para ahondar en la presente investigación, retomamos el historial de la temática en cuanto al aspecto didáctico, cognitivo y epistemológico que algunas investigaciones en Educación Matemática han explorado y que han sido relevantes por sus significativos aportes y resultados. Empero, han demostrado la necesidad de ampliar la investigación de esta temática y retomar seriamente los hallazgos en los enfoques de enseñanza. Con base en esto, el origen del estudio obedece a la literatura técnica y no técnica, que “[...] apunta a un área relativamente inexplorada o sugiere un tópico que necesita mayor desarrollo” (Strauss & Corbin, 2002, págs. 41-42). En este sentido, se convierten en un objeto de estudio relevante, lo cual argumentamos desde las aportaciones de las siguientes investigaciones en el aspecto epistemológico.

De acuerdo a las aportaciones de Brousseau, (1981; 1998), Roditi (2002), Ávila & García Peña (2008), Perrin Glorian & Douady (1986), por mencionar algunas, la enseñanza de los números decimales son fuente de obstáculos epistemológicos; es un conjunto numérico que tiende a confundirse como cualquier número que contiene una coma, o como dos números naturales separados por el punto “[...] algunos conocimientos sobre los números naturales constituyen luego un obstáculo para comprender los decimales” (Brousseau, 1981, pág. 13).

Respecto a la enseñanza de la multiplicación y división con los números naturales, se extiende en el mismo escenario con el conjunto numérico decimal. En los naturales, la multiplicación tiende a ser una convención comercial, casi siempre transita en situaciones de contexto monetario cuyo procedimiento recurrente es la suma repetida “[...] es evidente que la introducción de la multiplicación como adición reiterada [...] resulta más cómoda con magnitudes discretas y números enteros” (Vergnaud, 1991, pág. 200), por lo tanto, es una operación que *siempre* aumenta. El sentido de la multiplicación está tan arraigado en los naturales con escrituras numéricas, rituales verbales y en convenios con situaciones donde solo se expresan números aditivos repetitivos (Roditi 2002).

Lo mismo sucede cuando sólo se utiliza la división en contextos de enseñanza con cocientes exactos y restos nulos, cuyos números siempre son menores al dividendo y divisor. Entonces, ¿qué fenómeno ocurre cuando se multiplican decimales menores a la unidad y los alumnos esperan ver un producto mayor a los factores? ¿Cómo se agudiza esta creencia cuando emplea la división y el resultado es mayor? Un asunto paradójico al comportamiento de los naturales.

¿Por qué un obstáculo epistemológico? El “siempre aumenta” de la multiplicación, y el “siempre disminuye” de la división, representa después un obstáculo cuando se multiplican o dividen decimales menores a la unidad, y los alumnos tienen la creencia (venida de los naturales) que en los decimales ocurre lo mismo. Atender este obstáculo epistemológico, es la premisa del presente estudio que tiene como bien delimitar la siguiente pregunta y objetivo de investigación: ¿De qué manera se desarrolla la comprensión de la multiplicación con números decimales y cómo se supera el obstáculo epistemológico de que la multiplicación siempre agranda?

A partir de la pregunta de investigación, asumimos como objetivo que el diseño y aplicación de una ingeniería didáctica con situaciones basadas en una categoría multiplicativa (isomorfismo de medidas) contribuye a ampliar el significado de la multiplicación con números decimales y, desestabilizar el obstáculo epistemológico de que la multiplicación siempre agranda. Por lo tanto, en este reporte parcial de investigación, presentamos los resultados de la aplicación de una situación didáctica en el contexto de la ingeniería, la cual corresponde a la categoría multiplicativa de isomorfismo de medidas, donde se favorece la expresión multiplicativa de un número entero por un número decimal menor que uno, cuya intención didáctica es desestabilizar la creencia de que la multiplicación siempre agranda.

## Desarrollo

La vía teórica y metodológica que permite atender este estudio, es vehiculizado por teorías que por sus relevantes aportaciones han evolucionado la visión de la Didáctica Matemática, y con ello, construir un marco de referencia para el diseño e intervención del presente estudio. A continuación damos a conocer la perspectiva teórica y metodológica, así como los resultados parciales de la investigación y las conclusiones.

### Perspectiva teórica y metodológica

En el marco didáctico nos apoyamos de la Teoría de las Situaciones Didácticas (en adelante TSD), iniciada por Guy Brousseau en el año 1970. Su aporte fundamental es poner de relieve la diseminación del conocimiento matemático y su proceso didáctico, es decir, de su enseñanza y aprendizaje. Brousseau retoma el marco conceptual cognitivo de Piaget (proceso de adaptación), donde el sujeto solo puede conseguir el conocimiento racional si se enfrenta con situaciones donde no dispone de competencias necesarias para resolverlas; situaciones antagonistas al medio didáctico. Para lograrlo, el medio tiene que ser intencionado: “[...] un medio

sin intenciones didácticas es manifiestamente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que adquiera” (Brousseau, 1986, págs. 48-49).

Es así como la TSD concibe al alumno como un sujeto matemático que formula, produce, válida y construye su conocimiento matemático, a partir de la interacción con un medio didáctico y antagónico a su conocimiento. Esta interacción se produce por medio de la *situación a-didáctica*, es decir, cuando el alumno es responsable de la actividad matemática y consciente de su rol que ocupa en el sistema de enseñanza (maestro- alumno- saber).

La situación didáctica contempla momentos a- didácticos o fases que permiten la retroacción del medio con el alumno; situación de acción, situación de formulación y situación de validación. En la relación profesor- saber, se encuentra la situación de institucionalización, que es la intervención del profesor con el saber cultural (o saber sabio) del contenido matemático. El diseño de la propuesta de intervención de este estudio, se ha hecho bajo el modelo general de la TSD, así como también la introducción de conceptos aledaños a la teoría: variables didácticas y memoria didáctica.

De acuerdo con la postura de proliferar el conocimiento matemático y su proceso didáctico, utilizamos la ingeniería didáctica de Michèle Artigue (1995). Su primigenio nace para atender la teoría de las situaciones didácticas y crear una génesis artificial del saber, teniendo en cuenta la epistemología del contenido matemático y el tipo de conexiones y rupturas en su tratamiento didáctico. La ingeniería didáctica puede actuar como línea de investigación de una secuencia didáctica, o como una metodología de investigación.

Como línea metodológica, guía la experimentación de clases en cuanto a un proceso didáctico. Se conforma de cuatro fases que permiten crear las bases conceptuales de la investigación, como también delimitar y definir las preguntas y objetivos del estudio. Estas fases son: 1) análisis preliminares (análisis epistemológico, cognitivo y didáctico), 2) concepción y análisis a priori, 3) realización, observación y recopilación de datos y análisis y, 4) validación a posteriori. La validación de la ingeniería es completamente interna y se hace con el contraste del análisis a priori con el análisis a posteriori.

En nuestro estudio, la ingeniería didáctica actúa como marco metodológico en el diseño y aplicación de siete situaciones didácticas. El contexto de aplicación se hace bajo una micro- ingeniería didáctica, que se caracteriza por el estudio y aplicación a nivel local y particular, en un rango de tiempo definido. Los alumnos participantes de esta investigación pertenecen a la escuela primaria urbana “Olimpiada 1968” del municipio de Víctor Rosales de Calera. Son un total de 23 alumnos de quinto grado grupo “A” y sus edades transitan entre los 10 y 11 años.

La estructura del conocimiento matemático de nuestro estudio, parte de la Teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud (1990). La premisa de esta teoría es que la vía hacia el conocimiento se hace por medio de un proceso de *conceptualización*, que no es un proceso aislado, sino que es una agrupación de *situaciones- conceptos- esquemas*. Cada conocimiento que comprende este proceso, sea matemático o de otra naturaleza, está organizado en un *campo conceptual* que lo define Vergnaud (1990) como “[...] un conjunto de situaciones

cuyo análisis y tratamiento requiere algunas clases de conceptos, procedimientos y representaciones simbólicas que están conectadas unos con otras” (pág. 23).

Las situaciones multiplicativas de nuestro estudio, forman parte del campo conceptual de las estructuras multiplicativas; “[...] el conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones” (Vergnaud, 1990, pág. 8). El autor desprende de este campo conceptual tres categorías multiplicativas: isomorfismo de cantidades, producto de medidas y caso de un sólo espacio de medidas (Vergnaud, 1991).

Finalmente, para el diseño y aplicación de la ingeniería didáctica, se han retomado las categorías multiplicativas en el orden subsiguiente: dos situaciones didácticas con *isomorfismo de cantidades*, dos en *producto de medidas*, dos en *un solo espacio de medidas*, y por último, una situación didáctica referente al dispositivo del “Laberinto de los decimales”. Así, en este reporte parcial de investigación, presentamos los resultados de la aplicación de la situación didáctica 1 “Multiplicación con números decimales”, que corresponde a la categoría isomorfismo de medidas, la cual se desarrolla en un escenario virtual, a través de Google Meet y con el apoyo de una lección que se diseña como producto de las consignas que se plantean en la situación didáctica.

## Resultados parciales

En este apartado presentamos la diversidad de interacciones y procedimientos que se gestan entre algunos alumnos, alumnas y una maestra, al resolver un problema que incluye una situación multiplicativa (isomorfismo de medidas), en el escenario de una clase virtual. Los materiales para preparar el medio didáctico es la proyección del saber a enseñar (formato de lección) por medio de la plataforma de Google Meet. La maestra proyecta el título y se muestra el contexto situacional de la actividad matemática: *Para el pastel de zanahoria ocupa 0.2 kg. ¿Cuánta harina ocupará para 15 pasteles? ¿Crees que el resultado sea más grande que el quince? ¿Por qué?*

Después de la presentación del problema matemático, la docente insiste en la consigna de *estimar* el resultado antes de resolverlo, la intención es entrever la posible aparición de modelos intuitivos sobre el obstáculo epistemológico (de si la multiplicación agranda). Empero, estimar el resultado no fue lo primero que atendieron los alumnos, sino que su método fue *comprobar la magnitud del resultado para dar veredicto a la estimación*.

En este sondeo de conocimientos previos, se refleja que catorce alumnos utilizan el algoritmo convencional de la multiplicación, seis alumnos utilizan cálculo mental usando la multiplicación con el redondeo y ajuste (uno de ellos con error sintáctico), una alumna utiliza la suma iterada y dos alumnos no describen ningún procedimiento.

Este primer indicio nos dice que la multiplicación es reconocida como operación ya institucionalizada, y que los alumnos la emplean como una noción matemática. Sin embargo, esta hipótesis aún no puede dar garantía de la comprensión de esta operación o de la comprensión de los decimales que actúan como factores. Es decir, *¿el cálculo se conduce por la noción matemática o por una regla automática?*

Entre los argumentos que mencionan los alumnos, apunta a que el resultado no es mayor porque se está multiplicando por un número “más chico que el uno” y “se multiplica el punto”. Se observa en el procedimiento de las alumnas que siguen la regla del algoritmo con el acomodo de las columnas parciales de los productos y ajustando el punto en el resultado, es decir, reconocen la operación y reconocen el cálculo del producto, cabe cuestionarse... ¿Será una noción conceptual o el disfraz de una regla sintáctica?

Todos los alumnos que usan el algoritmo lo hacen ya sea de forma vertical o de forma horizontal, y siempre respetando las columnas parciales de los productos. Si el disfraz de estos procedimientos no se rige por una regla del cálculo y del producto, tampoco se exponen argumentos semánticos sobre la posición del punto en el resultado o del significado de la operación.

El argumento de los alumnos para justificar el resultado, se dirigen a una comparación entre los enteros 3.0 y 15, diciendo que *‘el tres es más chico que el quince’*. Sin duda, es una mera certeza que el resultado no aumenta respecto al factor entero, pero los argumentos no toman en cuenta el factor decimal como el multiplicando (las veces que se toma según indica el entero), sólo como un número que tiene un punto.

Los alumnos que utilizan el cálculo mental (excepto del error sintáctico) y la única alumna que utiliza la suma iterada, dan indicios de una comprensión sobre la operación y el resultado del cálculo. Por ejemplo, una alumna explica a plenaria su procedimiento y argumenta lo siguiente:

Alumna: Igual que Arturo multipliqué  $0.2 \times 15$ , ya no se divide, ya no son decimales, ni centésimos, ni milésimos, ya son enteros, son tres enteros.

Cuando la alumna dice que el resultado (tres enteros) “ya no se divide”, alude a las subdivisiones del entero según la posición de los dígitos decimales. Esta explicación es venida de un pasado con el saber en juego con los números decimales y su introducción de enseñanza, puesto que la docente trabajó tal temática con anterioridad a la aplicación de la propuesta didáctica. Cuando menciona “decimales” en realidad se refiere a los décimos, es la confusión en la terminología de las palabras.

Los alumnos que utilizan el cálculo mental nombran la nomenclatura del decimal, por ejemplo, lo que argumenta un alumno: “3.0 es menor que el 15, porque eran décimos la multiplicación y no enteros”, contemplan el significado del factor decimal a partir del nombre que ocupa por su valor posicional. Otros alumnos que hicieron cálculo mental con resultados correctos, se apoyan del redondeo del decimal y multiplican los factores como si fueran dos números enteros, haciendo por último el *ajuste* del acomodo del punto decimal en el resultado. La única alumna que hace uso de suma iterada, agrupa la cantidad de veces que cabe el 0.2 como valor unitario en un entero.

El único error sintáctico con cálculo mental se presenta con un alumno que toma en cuenta a los factores como dos enteros “si vemos que el quince son los pasteles y los dos kilos” lo que le da como resultado treinta porque suma dos veces el quince. Después ofrece dos resultados que parecen ser homólogos: “treinta o tres punto

ceros”. Lo que hace el alumno es un redondeo del número decimal de 0.2 a 2, y un ajuste en el resultado colocando el punto decimal después de una cifra. Tal cálculo es efectivo y correcto, empero, lo que desestima de ser un buen cálculo mental es la dualidad de resultados al mencionar un número entero (30) y otro que es decimal (3.0), y en su evidencia escribe como resultado el 30, sin hacer el ajuste del punto decimal correctamente.

Hasta este momento, la magnitud del resultado se hace mediante la comprobación y no de la estimación, es decir, *el aumenta y no aumenta* no se establece con el reconocimiento de los datos en juego del enunciado escrito del problema. Es probable que la estimación del resultado respecto a su magnitud, se dé por medio de una representación numérica de las operaciones matemáticas en juego (multiplicación y división), la cual se podrá entrever con mayor claridad los modelos intuitivos de la multiplicación y de la división.

## Conclusiones

El papel de un medio didáctico adaptado a las condiciones de una modalidad a distancia resulta ser un doble desafío. Por un lado, porque se tienen dificultades para atender la variabilidad de procedimientos, dudas, expresiones, incertidumbres de los alumnos, y por otro, el aprendizaje se vuelve particularmente individual para la fase de acción; la interacción del medio didáctico se reduce.

De esta manera nos servimos de la información que aporta el medio didáctico con la situación de validación, donde se manifiestan los modelos implícitos de los alumnos con el conocimiento matemático: multiplicación con decimales. En la multiplicación, el cálculo es persistente a una regla sintáctica sobre el acomodo del punto decimal en el resultado, la mayoría de los alumnos no contemplan el decimal como concepto, sólo como “el número con punto”, atribuido pues al obstáculo epistemológico como conjunto numérico. Existe dificultad para dar significado a la multiplicación en relación a lo que indica el factor entero con el factor decimal.

Para trabajar el obstáculo epistemológico, es prioridad comenzar por el significado de las nociones matemáticas (multiplicación y división) para comprender la relación numérica de los datos. El *aumenta y no aumenta* consiste en cuestionar lo siguiente: ¿Qué comportamiento tiene el decimal como operador para que el resultado aumente o no aumente?

En términos generales, en este reporte de investigación avanzamos en la identificación de que, a partir de una situación didáctica que promueve la resolución de un problema multiplicativo, desde la categoría de isomorfismo de medidas, donde los números en juego están determinados por un número entero por un número decimal menor que uno, las alumnas y los alumnos tienden a emplear una diversidad de procedimientos desde donde se identifica que prevalece el discurso de que la ubicación del punto decimal determina la magnitud del resultado. Además, identificamos la validación semántica y sintáctica como hallazgos de modelos implícitos y la conexión a la institucionalización.

En trabajos posteriores avanzaremos en la presentación de los resultados de la aplicación de las otras seis situaciones didácticas que integran la ingeniería didáctica, donde las categorías multiplicativas en juego son: isomorfismo de medidas, producto de medidas y caso de un sólo espacio de medidas. Además, se diversifican las expresiones multiplicativas que se favorecen: número decimal por número decimal (menores a un entero) y número entero por número decimal mayor y menor a uno; lo anterior, para ampliar el significado de la multiplicación y la división, para desestabilizar el obstáculo epistemológico de que la multiplicación siempre agranda y la división achica.

## Referencias

- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En M. Artigue, R. Douady, & L. Moreno, Ingeniería didáctica en educación matemática. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ávila, A., & García Peña, S. (2008). Los decimales: más que una escritura. México, D.F.: SEP.
- Brousseau, G. (1981). Problemes de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des mathématiques* 2(1).
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33.115.
- Brousseau, G. (1998). Problèmes de didactique des décimaux. En G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques* (págs. 201-289). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Perrin Glorian, M.-J., & Douady, R. (1986). *Enlace Escuela-Universidad: Números decimales*. Paris: IREM de Paris.
- Roditi, E. (2002). La multiplication des nombres décimaux. *Enjeux, transpositions didactiques et contraintes d'enseignement*. Paris, France: Cahiers de l'IREM de Paris Sud.
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Colombia: Universidad de Antioquia.
- Vergnaud, G. (1990). La Teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didáctica des Mathématiques*, 10(2, 3), 133-170.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.