



XVI
Congreso Nacional de
Investigación Educativa
CNIE-2021

Desarrollo del Sentido Numérico: apropiación de la noción de porcentaje a través del diagrama de composición ternario

María del Pilar Beltrán Soria

Instituto de Educación Media Superior de la Ciudad de México
pilar.beltran@iems.edu.mx

René Gerardo Rodríguez Avendaño

Instituto de Educación Media Superior de la Ciudad de México
rene.rodriguez@iems.edu.mx

Área temática 06. Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Desarrollo curricular -diseño de secuencias didácticas-, innovación educativa y, diseño y evaluación de materiales educativos.

Tipo de ponencia: Reportes parciales o finales de investigación.



Resumen

En este trabajo, se presenta la visualización de relaciones numéricas en tipos de tareas científicas y no científicas que involucran la noción de porcentaje. La intención es emplear al diagrama de composición ternario como una representación, que explote la intuición y sirva para desarrollar el Sentido Numérico de los estudiantes del nivel medio superior. Se propone una secuencia didáctica, que se trabaja, a partir de lo deductivo, en la que se busca que se haga uso del número aritmético-algebraico y geométrico. La metodología que se utiliza en este trabajo es la Investigación Basada en el Diseño, que responde a problemas detectados en la realidad educativa, la cual recurre a teorías científicas para proponer soluciones. El objetivo principal es brindar una experiencia que permita la apropiación de la noción de porcentaje, a través de las formas y funcionamientos del uso del número, en un ambiente de construcciones geométricas. En la ubicación de porcentajes dentro del diagrama ternario, los estudiantes trabajan con construcciones geométricas en el triángulo equilátero. Por lo que, los estudiantes logran argumentar sobre los significados de puntos dentro y fuera del diagrama ternario, dando evidencia de la aparición de formas de uso del número con génesis en el Sentido Numérico Fundamental y aquellas formas del uso del número con génesis discursiva.

Palabras clave: *álgebra, argumentación, aritmética, didáctica, geometría.*

Introducción

El porcentaje como lugar de encuentro de las razones fracciones y decimales ha demostrado ser una noción difícil de comprender y usar para muchas personas (Mendoza & Block, 2010). En la situación didáctica que se propone, los estudiantes del nivel medio superior usan al diagrama de composición ternario como instrumento de análisis para lograr una apropiación de la noción de porcentaje. El objetivo es que los estudiantes logren adquirir competencias genéricas y muestren el desarrollo de competencias científicas relacionadas con la noción de porcentaje a través de los usos del número. La premisa es implementar tipos de tareas o actividades que presentes características de fluidez y flexibilidad, las cuales, ayuden a la transición de los estudiantes del nivel medio superior de “expertos rutinarios” a “expertos adaptativos”. Se propone como hipótesis que las competencias científicas desarrolladas al trabajar con diagramas de composición ternarios pueden dar evidencia del desarrollo de Sentido Numérico, visto como un proceso complejo que abarca distintos componentes, entre ellos a los números, sus operaciones y relaciones (McIntosh, Reys, & Reys, 1992). Además de aportar elementos de respuesta para las siguientes preguntas ¿Es posible contribuir a la conformación de noción de porcentaje a partir del trabajo con diagramas de composición ternarios? ¿En qué medida el uso del número aritmético, algebraico y geométrico contribuye a la conceptualización del porcentaje? ¿Cuáles son los tipos de tareas que pueden ser incorporados al currículo escolar que contribuyan a un mejor abordaje sobre la noción de porcentaje?

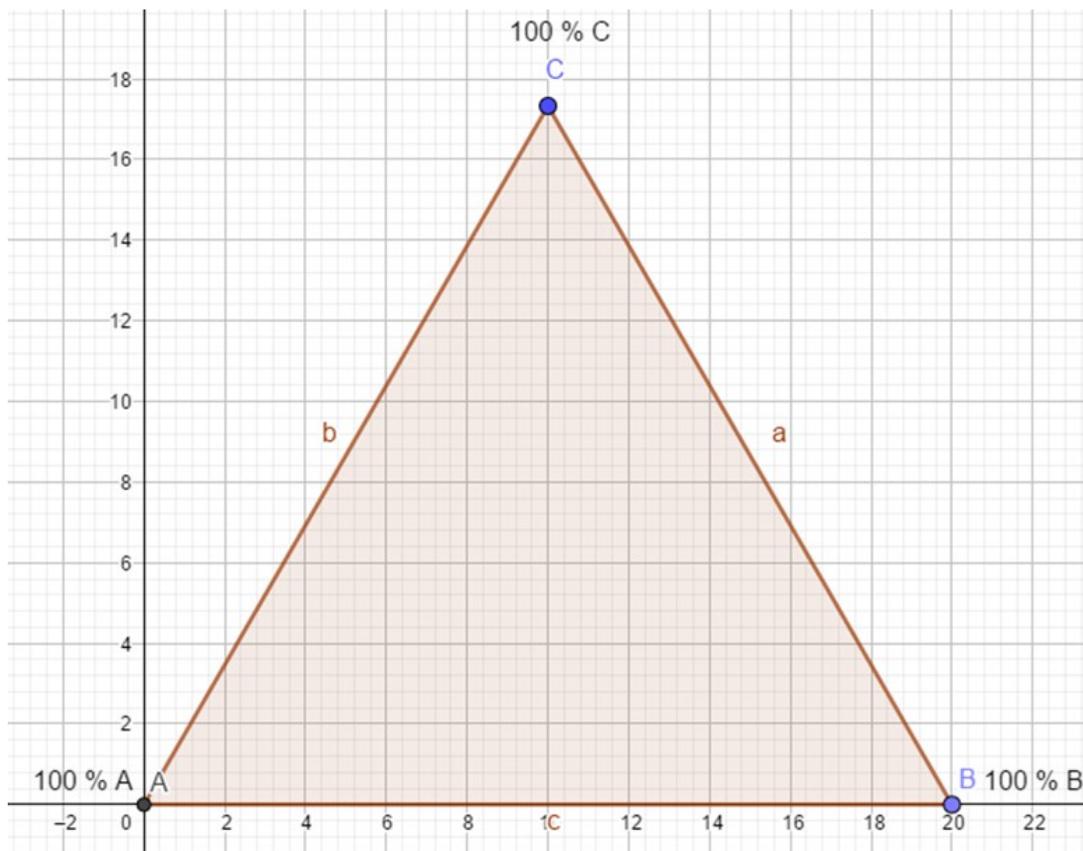
Sentido Numérico

El Sentido Numérico, puede describirse como una sensación “no algorítmica” para los números, una comprensión sólida de su naturaleza y de sus operaciones, así como la necesidad de examinar la razonabilidad de los resultados (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Por su parte, (Andrews & Sayers, 2015), han identificado tres categorías para el Sentido Numérico: el Sentido Numérico Preverbal (SNP), el Sentido Numérico Aplicado (SNA) y el Sentido numérico Fundamental (SNF). El SNP, se refiere a esas ideas numéricas innatas para todos los seres humanos. El segundo, el SNA, se refiere a aquellas competencias relacionadas con el número que hacen que las matemáticas sean sensatas para todos los estudiantes y los prepara para un mundo adulto. Por último, el SNF comprende aquellos entendimientos que requieren instrucción y suelen surgir en primaria y secundaria. Según Back, Sayers, & Andrews (2013) el SNA se basa en el SNF, y se refiere a la comprensión relacionada con los números y es el que se requiere que poseen todos los adultos independientemente de su ocupación (McIntosh et al., 1992). Aquellos individuos que muestran un desarrollo del SNA, también dan muestra de ser “expertos adaptativos”, de acuerdo con lo expuesto por Hatano & Inagaki (1986), los “expertos adaptativos” tienen una comprensión flexible, creativa y estructurada, regida por los principios de la disciplina. De acuerdo con Pandey, Petrosino, & Barr (2004) estas condiciones son necesarias para resolver problemas no rutinarios.

Diagrama ternario

De acuerdo con Gracia Fadrique & Novelo Torres (2010), un diagrama ternario es la representación gráfica del comportamiento de una propiedad característica con relación a la composición de un sistema de tres componentes, generalmente a presión y temperatura constantes. La Figura 1 muestra un diagrama de composición ternario en el que cada vértice representa el 100% de la variable en él indicada y las bases opuestas el 0% de la misma.

Figura 1. Diagrama de composición ternario



De acuerdo con Castaño (1994) en el diagrama de composición ternario cada uno de los lados, considerados individualmente, constituye un diagrama binario. Los puntos situados en las líneas que configuran los lados del triángulo indican que sólo hay dos de los tres componentes. Por otro lado, Sánchez (1999) describe al diagrama ternario como una técnica que tiene mayor valor explicativo cuando se representan abundantes casos para que aparezcan concentraciones de puntos en las zonas superior, inferior, derecha o izquierda que evidencian estructuras porcentuales análogos. Por lo tanto, aquellos tipos de tareas o actividades en los que aparezcan datos estadísticos y temas de tratamientos de la información promueven el desarrollo del Sentido Numérico (Arteaga, Batanero, Ortiz, & Contreras, 2011).

Desarrollo

El diseño de la actividad en el que se trabaja con la noción de porcentaje con ayuda de diagramas de composición ternarios pretende traspasar los límites del SNF de los estudiantes, para promover la aparición del SNA. Se espera que los estudiantes razonen, conjeturen, discutan y defiendan sus ideas. Se emplea la teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, en la que se busca entender qué tipo de relaciones se presentan en el aula y cómo el profesor debe diseñar actividades, para que los estudiantes se apropien o construyan el conocimiento. Se pretende explicar los fenómenos didácticos, mediante el análisis del papel desempeñado por la construcción social del conocimiento, bajo un enfoque sistémico que especifica la incorporación de aspectos como la comunicación, la búsqueda del conocimiento, la construcción o el diseño de herramientas para el estudio del fenómeno (Cantoral, 2013). Se considera utilizar la Investigación Basada en el Diseño (IBD) como metodología, porque trata de responder a los problemas detectados en la realidad educativa, recurriendo a teorías científicas o modelos disponibles para proponer posibles soluciones a estos problemas. Esta metodología vincula los procesos a entornos de resultados, y puede vincularse a experimentos de laboratorio aleatorios o controlados, ensayos clínicos, etc. Del trabajo que los estudiantes realizan en la construcción de los triángulos equiláteros con papel, regla y compás, se identifica las formas iniciales del uso del número con génesis en el SNF. Las formas iniciales de uso con génesis en el SNF son: concretas (magnitud y cantidad), icónicas y figurales del número. Posteriormente, en la construcción del diagrama triangular, aparecen nuevas formas de uso del número tanto de génesis del SNF (razón y proporción) como del SNA.

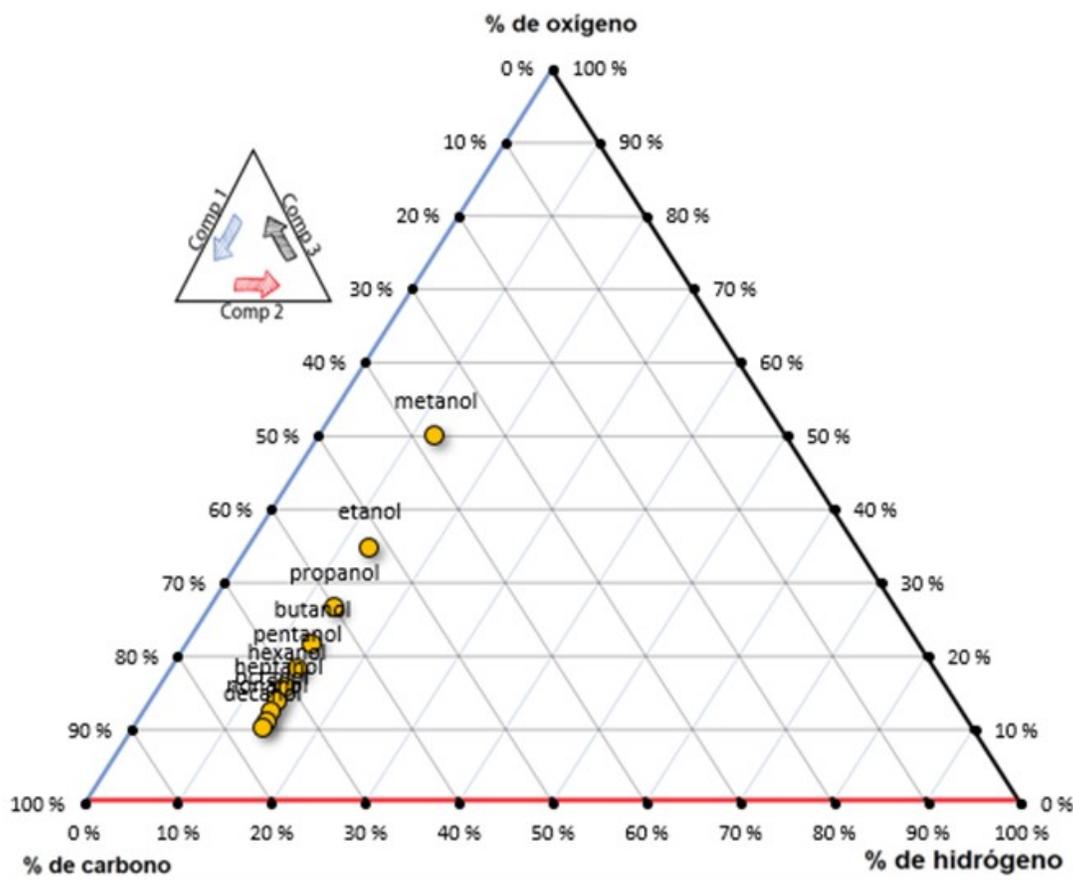
El porcentaje empleado en las líneas de proporcionalidad de los diagramas ternarios

Las líneas de proporcionalidad están formadas por los puntos que configuran los lugares geométricos en los que el porcentaje de una variable se mantiene constante (Castaño, 1994). Cualquier punto al interior del diagrama representa la composición porcentual del sistema ternario, donde la suma de los porcentajes queda acotada por la siguiente ecuación:

$$\%_A + \%_B + \%_C = 100$$

La suma de los tres porcentajes debe ser igual a 100. Al respecto se les presenta a los estudiantes la siguiente tarea: Realiza una comparación porcentual de los compuestos químicos orgánicos conocidos como alcoholes (que presentan en su estructura uno o más grupos químicos hidroxilo (-OH) enlazados covalentemente a un átomo de carbono saturado, formando un grupo carbinol) desde el metanol hasta el decanol. En la Figura 2, se muestra el porcentaje en peso de los diez primeros alcoholes.

Figura 2. Composición porcentual de los primeros diez alcoholes



De la Figura 2, los estudiantes extraen información relevante con respecto a la estructura química de los alcoholes, por ejemplo, que el metanol es la molécula con mayor porcentaje de oxígeno (49.9%) en su estructura, mientras que el decanol es la molécula cuyo porcentaje es menor (solamente 10.1%). Este tipo de tareas contribuyen al desarrollo de la dimensión variacional del Sentido Numérico y es que se refuerza la idea de variación la cual adquirimos desde muy temprano en nuestras vidas, mediante la observación de cómo cambia el valor o estado de cierta característica a medida que cambia el valor o estado de otra característica (Hernández Rodríguez, Quintero, López, & Velázquez, 2016).

El porcentaje visto como proporción en las líneas de relación de los diagramas ternarios

Las líneas de relación son los lugares geométricos en los que la proporción entre dos variables es siempre constante (Castaño, 1994). La tarea para trabajar las líneas de relación en los diagramas ternarios se presenta como una receta para la elaboración de un postre, de acuerdo con Goñi (2012) los vértices de un diagrama ternario de composición pueden representar respectivamente 100% de harina, 100% de huevo y 100% de grasa. Conforme se avanza a lo largo de los lados, la proporción de ese componente disminuye, y aumenta la proporción del componente situado en el otro vértice. Se les solicita a los estudiantes trabajar un postre con un 20% de grasa y que además cumpla que la relación porcentual harina y huevo sea igual a:

$$\frac{\%harina}{\%huevo} = 1.5$$

Los estudiantes tienen que determinar los porcentajes de harina, huevo y grasa del postre en cuestión. Para dar solución a este problema se puede asignar a la relación porcentual la letra griega γ , por lo tanto $\gamma = 1.5$. Y la ecuación de la línea relacional es:

$$\%huevo = -\frac{1}{(\gamma + 1)}\%grasa + \frac{100}{(\gamma + 1)}$$

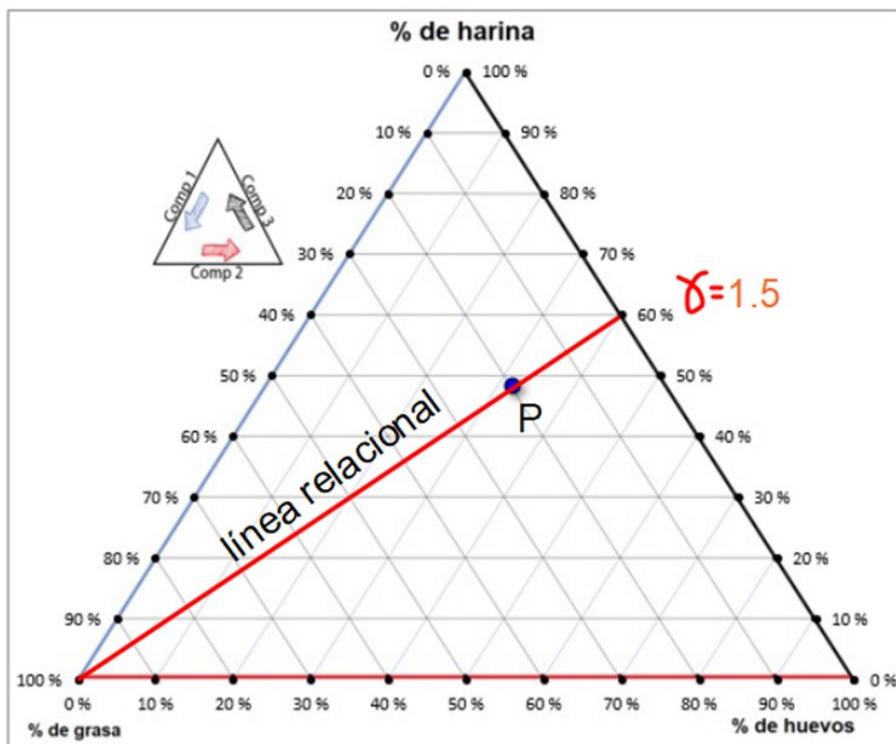
Dado que $\gamma = 1.5$ y que el porcentaje de grasa es 20%.

$$\%huevo = -\frac{20}{(2.5)} + 40 = 32$$

Se tiene, en el punto porcentual P de la Figura 3, que $\%huevo = 32$, $\%grasa = 20$ y $\%harina = 48$.

El punto porcentual describe la composición del postre solicitado a los estudiantes, y también se muestra la línea relacional que da respuesta a lo solicitado.

Figura 3. Línea relacional y el punto porcentual que representa la receta de un postre



Las estadísticas que están involucradas en el caso de los datos de los torneos cortos de fútbol del club América, pueden incorporarse en el currículo de las materias en el bachillerato, en el que se busca que se presente la visualización de relaciones numéricas. La intención es emplear representaciones de datos estadísticos que exploten la intuición y sirvan para desarrollar el Sentido numérico del estudiante.

Conclusiones

En la ubicación de porcentajes dentro en el diagrama ternario de composición, los estudiantes trabajan con demostraciones geométricas en el triángulo equilátero para la obtención del diagrama ternario de composición. Se presentan argumentaciones y significados de los puntos dentro y fuera del diagrama ternario, dando evidencia de la aparición de formas de uso del número con génesis en el SNF y aquellas formas del uso del número con génesis discursiva. En conclusión, el trabajo realizado las diferentes tareas de la secuencia didáctica es fundamental para encontrar soluciones a situaciones complejas, y se logra a través de un trabajo deductivo mediante las construcciones geométricas en el diagrama de composición ternario. Por lo que este trabajo con los diferentes usos del número se puede considerar como una propuesta para desarrollar el SNA en la comunidad de conocimiento matemático de un nivel medio superior.

Referencias

- Andrews, P., & Sayers, J. (2015). Identifying opportunities for grade one children to acquire foundational number sense: Developing a framework for cross cultural classroom Analyses. *Early Childhood Education Journal*, 43(4), 257–267. <https://doi.org/10.1007/s10643-014-0653-6>
- Arteaga, P., Batanero, C., Ortiz, J. J., & Contreras, J. M. (2011). Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Publicaciones de La Facultad de Educación y Humanidades Del Campus de Melilla*, (41), 33–49.
- Back, J., Sayers, J., & Andrews, P. (2013). The development of foundational number sense in England and Hungary: A case study comparison. *Paper Presented to the Eighth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, Antalya, Turkey, 1835–1844*. Retrieved from http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG11/WG11_Andrews.pdf
- Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Editorial Gedisa.
- Castaño, S. (1994). Mecánica en los diagramas ternarios: aplicación en el diagrama de clasificación de las rocas ígneas de Streckeisen. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 12(3), 406–411.
- Goñi, F. M. (2012). Bioquímica y cocina. *Ambiociencias*, (9), 6–14.
- Gracia Fadrique, J., & Novelo Torres, A. M. (2010). Trayectorias en diagramas ternarios. *Educación Química*, 21(4), 300–305.
- Hatano, G., & Inagaki, K. (1986). Two courses of expertise. In H. Stevenson, H. Azuma, & K. Hakuka (Eds.), *Child Development and Education in Japan* (pp. 262–272). New York: Freeman.

- Hernández Rodríguez, O., Quintero, A., López, J., & Velázquez, A. (2016). *Sentido numérico: más allá de los números*. Puerto Rico: Createspace Independent Publishing Platform.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2–8.
- Mendoza, T., & Block, D. (2010). El porcentaje: lugar de encuentro de las razones, fracciones y decimales en las matemáticas escolares. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 13(4), 177–190.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* (NCTM, ed.). Reston, VA.
- Pandy, M. G., Petrosino, A., & Barr, R. E. (2004). Assessing adaptive expertise in undergraduate biomechanics. *Journal of Engineering Education*, (July), 1–12.
- Sánchez, A. (1999). *Conocimiento geográfico procedimientos y técnicas para el estudio de la Geografía en secundaria*. España: NARCEA, S.A. DE EDICIONES.