

La representación de expresiones algebraicas a partir del aprendizaje cooperativo en alumnos de tercer grado de primaria

Uriel Escobar Durán

Universidad Nacional Autónoma de México – Facultad de Estudios Superiores Iztacala urielescobar.unam@gmail.com

Felipe Tirado Segura

Universidad Nacional Autónoma de México – Facultad de Estudios Superiores Iztacala ftirado@unam.mx

Área temática 06. Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Análisis de los procesos de aprendizaje y del desarrollo de los conocimientos y saberes disciplinares.

Tipo de ponencia: Reporte final de investigación.



Resumen

El aprendizaje cooperativo puede impactar en el nivel de abstracción de representaciones algebraicas, desde los primeros años de escolarización básica. Para analizar la relación entre el pensamiento algebraico y su representación abstracta, se implementó un experimento de enseñanza basado de aprendizaje cooperativo en secuencias didácticas en una primaria pública de la Ciudad de México, con 20 alumnos de tercer grado de primaria. Dichas secuencias se basaron en la estrategia Concreto-Representativo-Abstracto (CRA), el cual versa sobre la transición en el entendimiento de relaciones de cantidad a partir de objetos manipulables, su representación gráfica y su abstracción a través de estructuras simbólico-algebraicas. La evaluación de estas secuencias se realizó tanto a través de tareas de evaluación individuales, derivadas del trabajo en equipo, como a partir de entrevistas semiestructuradas en las que se indagó en la apropiación individual de los participantes acerca de las representaciones que realizaron en la tarea final de evaluación. Los resultados muestran que un 70% de los participantes lograron mostrar en las evaluaciones al menos un nivel de dominio operativo en tareas simbólico-algebraicas. Los resultados se discuten en términos del nivel de logro de los participantes en las secuencias didácticas, su entendimiento de las tareas algebraicas, así como la relación entre el aprendizaje cooperativo y los distintos modos de representar simbólicamente relaciones algebraicas, además del impacto en la didáctica de los docentes de primaria.

Palabras clave: representaciones simbólicas, aprendizaje cooperativo, álgebra, educación básica, enseñanza de las matemáticas.



Introducción

En las últimas décadas se ha consolidado el estudio del dominio de competencias matemáticas a través del álgebra temprana en escenarios escolarizados, dentro del campo de la matemática educativa. El enfoque del álgebra temprana es el pensamiento algebraico y los modos en los cuales se puede desarrollar este pensamiento en alumnos de primaria de entre 6 y 12 años, a partir de relaciones matemáticas, patrones y estructuras aritméticas (Kieran et al., 2016). Existen varias investigaciones que han demostrado la eficacia de la implementación de experiencias de enseñanza basadas en la integración de la aritmética y principios algebraicos desde los primeros años de educación primaria (Blanton y Kaput, 2005; Blanton et al., 2015; Carraher y Schliemann, 2008; Godino et al., 2012; Kieran et al., 2016; Lian, 2021; Radford, 2012).

Uno de los retos de esta integración es su escolarización, es decir, implementar en escenarios educativos cotidianos los hallazgos derivados de investigaciones en diversos escenarios. Entre los escenarios en los que el álgebra temprana puede tener un mayor impacto, destacan los escolarizados, particularmente los de educación pública. En una primaria pública, convergen diversas problemáticas, de entre las que se encuentran una gran distancia en los dominios de los alumnos más destacados y los más marginados en su desempeño académico; la ausencia de herramientas virtuales como mediación de la colaboración y el aprendizaje; una marcada precariedad en sus recursos didácticos materiales; entre otras circunstancias que dificultan cualquier tipo de didáctica novedosa y de impacto.

En este estudio, se promovió la escolarización de una experiencia de álgebra temprana en niños de tercer grado de primaria, a partir del aprendizaje cooperativo (Slavin, 1980), basado en la estrategia didáctica denominada "desvanecimiento de lo concreto" (Fyfe et al., 2018; McNeil y Fyfe, 2012).

Las preguntas de investigación derivadas de esta articulación entre el aprendizaje cooperativo y el "desvanecimiento de lo concreto" en el marco del álgebra temprana, son las siguientes:

¿cuál es el efecto del aprendizaje cooperativo en las representaciones algebraicas de estudiantes de tercer grado de primaria? ¿cuál es la relación entre los objetos concretos y sus representaciones abstractas con el dominio de competencias simbólico-algebraicas? La hipótesis fue que la integración del aprendizaje cooperativo y el "desvanecimiento de lo concreto" potenciará la abstracción y representación algebraica de relaciones matemáticas.

Por lo tanto, el objetivo del presente estudio fue promover el aprendizaje cooperativo en la representación y entendimiento de expresiones algebraicas, a partir de la relación entre elementos concretos y su abstracción matemática, en niños de tercer grado de una primaria pública.



Desarrollo

El aprendizaje cooperativo implica, de acuerdo con Johnson et al. (2014) la conformación de grupos de estudiantes que resuelven tareas, en las cuales la contribución de cada alumno es esencial para el resto del equipo. En otras palabras, el aprendizaje cooperativo contempla los esfuerzos de los alumnos tanto a nivel colectivo como individual (Slavin, 1987).

Los estudiantes de primaria, si bien se ha comprobado que pueden lograr un nivel de dominio de aspectos generales del álgebra a partir de su dominio aritmético, construyen esta competencia a partir de los recursos con los que cuentan, ya sea a nivel simbólico o a nivel verbal. Estos recursos pueden ser diversos, de acuerdo con las oportunidades que un arreglo didáctico les pueda brindar.

De esta situación, han surgido diferentes estrategias que se enfocan en el potencial de los objetos concretos como andamios cognitivos en la abstracción de conceptos. Estas estrategias derivan de los campos de *didáctica fenomenológica* (Freudenthal, 2012; Treffers, 1993) o del denominado *matemáticas manipulativas* (Larbi y Mavis, 2016; Moyer y Jones, 2004).

De las estrategias con mayor impacto en la representación de la abstracción de conceptos a partir de elementos concretos, destaca la denominada "desvanecimiento de lo concreto". De acuerdo con Fyfe et al. (2014), se trata de una estrategia que ofrece la oportunidad de realizar conexiones entre interacciones físicas con objetos concretos, los cuales gradual y explícitamente se transforman en representaciones abstractas. Esta transición se puede observar en el modelo de la **figura 1**.

Método

Participantes y diseño

20 estudiantes de tercer grado de primaria (8-9 años). La institución es pública y se ubica en la Ciudad de México. El diseño versa sobre un experimento de enseñanza multimétodo.

Este estudio de caso se realizó en una primaria pública de la Ciudad de México. Los estudiantes fueron 20 estudiantes de tercer grado de primaria (8-9 años). Los estudiantes y sus tutores aceptaron explícitamente ser parte de esta experiencia educativa.

El estudio se llevó a cabo en 13 sesiones: 2 sesiones de diagnóstico, 9 sesiones de secuencia didáctica y otras 2 de evaluación final. En las sesiones de diagnóstico se definió la configuración de los equipos, basados en el criterio de máxima homogeneidad (DeVries y Slavin, 1978) derivado del aprendizaje cooperativo, en el cual los equipos se conforman por 4 integrantes con niveles distintos de desempeño académico (2 integrantes con un alto desempeño y otros 2 con un bajo desempeño), con la intención de desarrollar un modelo de co-enseñanza dentro de cada equipo (Welch et al., 1999). El diagnóstico de los estudiantes se basó en la aplicación de la prueba WISC-IV estandarizada en población mexicana. Los resultados de la prueba se sumaron a la calificación



de los alumnos en la materia de matemáticas durante el año escolar (2 calificaciones bimestrales al momento de comenzar con el estudio). Se conformaron 5 equipos equilibrados de 4 integrantes. La estructura general de la secuencia didáctica se muestra en la **figura 2.**

La primera sesión tuvo como objetivo que los alumnos construyeran una métrica para poder comparar volúmenes en vasos de plástico. Cada equipo contaba con 4 vasos, de los cuales 2 fueron llenados con agua. Una vez que cada equipo tenía sus vasos y el agua, tenían que equilibrar la cantidad de agua en los 4 vasos, de tal modo que cada vaso debería tener la misma cantidad de agua. Para ganar precisión, los integrantes de cada equipo tenían que crear una regla que pudieran pegar al lado de sus vasos, para que cada intercambio de agua que realizaran estuviera corroborado.

En la cuarta sesión y quinta sesión, los escolares representaron equivalencias entre diferentes cantidades de dulces, observando las relaciones funcionales que se establecen entre las magnitudes, para establecer el esquema parte-todo, propuesto por Davydov (1962). La intención del esquema parte-todo (ver **figura 3**) es representar expresiones aritméticas de un modo relacional y estructural, teniendo como "partes" las cantidades de dulces y como "todo" el total de los dulces.

A la izquierda se representa como el "todo" a la "a" y a las partes como "b" y "c". En el centro se encuentra la relación entre los tres componentes. A la derecha se muestra su relación algebraica y de equivalencia. La sexta y séptima sesión se trataron en la representación de relaciones de cantidad a través de literales algebraicas (variables e incógnitas), por medio del uso de ecuaciones basadas en bolsas de dulces no contables (porque la bolsa no es traslúcida), que constituyen una unidad operativa. En otras palabras, estas sesiones se basaban principalmente en representar, tanto cantidades desconocidas como relaciones de cantidad, con literales. En la octava y novena sesión, los alumnos representaban equivalencias entre sumas y multiplicaciones ($3 \times 5 = 5 + 5 + 5$; $7 \times 3 = 7 + 7 + 7$), con la intención de resolver expresiones de jerarquía de operaciones ($3 \times 5 \times 3 + 7 \times 3 + 6 \times 4$), utilizando bolsas traslúcidas que hacen los dulces contables.

La evaluación final versó sobre un análisis de contenido ad hoc basado en una entrevista semiestructurada. Se analizaron las categorías de la revisión de la taxonomía de Bloom realizada por Krathwohl (2001) para clasificar las respuestas. Siguiendo el orden jerárquico de la taxonomía de Bloom, se reconceptualizaron las categorías para que fueran más descriptivas de la experiencia realizada. De aquí se derivaron cinco categorías de análisis, la primera corresponde a la ejecución más simple, que es recordar; la segunda es cuando tiene un entendimiento parcial, y por lo mismo no logra explicitar la manera de referirlo, llamada nociones genéricas; la tercera es cuando el niño logra un dominio operativo (aplicar), pero sólo explicita el entendimiento en el ámbito procedimental; la cuarta corresponde al análisis y evaluación donde hay un entendimiento potencial, muy cercano a la expresión del significado, pero con ciertas imprecisiones; y la quinta, que corresponde al nivel de dominio en el que el niño es capaz de crear la expresión algebraica mostrando el dominio del entendimiento, llamada dominio existente.



Los criterios para que los alumnos se ubicaran en un nivel determinado, además de los ya descritos en la **figura** 4, se basaron en la descripción o argumentación de los participantes en su discurso, es decir, que fueran capaces de mostrar un dominio de la relación de cantidad, del modo más abstracto posible para ellos. Para complementar la post-evaluación, se tomaron en cuenta las puntuaciones de los alumnos a nivel individual en la etapa de la evaluación situada y en la etapa de análisis semántico, se exploraba para corroborar si había o no entendimiento.

Los resultados se dividen en 3 apartados: entendimiento de la evaluación de pensamiento algebraico, niveles de logro de las secuencias didácticas y evaluación de representaciones abstractas.

En la **figura 5** se pueden observar los resultados tanto a nivel individual como en relación con las 5 categorías de entendimiento. El 20% de los alumnos, lograron un nivel de entendimiento en la tarea de evaluación del pensamiento algebraico. El 15% lograron un entendimiento potencial, el cual presenta un desarrollo alto de dominio del pensamiento algebraico de la tarea evaluada, pero con imprecisiones. El 35% de los alumnos alcanzaron un nivel operativo, mientras que un 5% se ubicaron en nociones genéricas. Finalmente, el 25% de los alumnos restantes solamente recuerdan las tareas y operan con ellas contextualmente sin abstracción.

En los niveles de logro de la secuencia didáctica (**figura 6**), la mayor parte de los estudiantes, el 83.33%, contestaron de un modo acertado a las tareas que tenían que resolver, aplicadas en las 3 primeras sesiones. En la cuarta y quinta sesión de la secuencia, los alumnos alcanzaron un desempeño menor al de las primeras 3 sesiones, pero aún en un nivel alto, 72.50%. En las siguientes sesiones, la sexta y la séptima, los alumnos tuvieron mayores dificultades con las tareas a resolver, obteniendo en promedio 60.42%. En la octava y novena sesiones, los alumnos lograron un puntaje de 49.58%, siendo las tareas más complicadas en la secuencia didáctica. Como se puede observar, a medida que la secuencia iba avanzando, los puntajes bajaban debido a la complejidad progresiva de las sesiones.

En lo que respecta a la evaluación de las representaciones abstractas de los alumnos, a continuación, se hace un énfasis en el análisis semántico derivado de las entrevistas personalizadas que, dada su extensión, sólo se presentan las de 4 participantes, los que lograron alcanzar el nivel más alto de entendimiento, a través de sus claves: AJ, MB, IJ, y DM.

Por otra parte, en la **figura 7** (alumno AJ, alumno MB, alumno IJ y alumno DM), se muestran partes del análisis semántico para las tareas de pensamiento algebraico. En ella se indica la clave del alumno, la explicación de su respuesta, seguida por la fotografía de su escrito.

La situación reactiva, consistió en representar algebraicamente la presentación del siguiente problema: en una escuela que tiene varios salones, donde cada salón tiene el mismo número de alumnos, y llega un número de niños de visita. ¿Cómo representarías esta relación para saber cuántos niños están en la escuela?

Algunos niños utilizaron como literales los signos de interrogación. Se permitió que los usaran durante la evaluación, con la intención de indagar el significado que les daban a estos, en comparación con el uso de literales.



AJ propuso una ecuación para representar la cantidad de niños que había en una escuela, al multiplicar los salones de la escuela por los niños que había en cada salón. Cuando se dio cuenta que le hacían falta "los niños que vienen de visita", borró su primera ecuación para construir otra, en la que agrega la suma.

MB logró plantear una ecuación al problema de los niños en la escuela, diferenciando las literales entre sí, incluyendo un signo de interrogación. Aunque en un principio no detectó la necesidad de multiplicar, se dio cuenta que necesitaba multiplicar para obtener el total de niños en los salones. Pero no fue sino hasta que se le dieron los elementos para facilitar la solución, que pudo confirmar que la multiplicación se podía realizar y completó el ejercicio.

Por su parte, IJ planteó una solución al problema de un modo algebraico, logrando comprender la relación entre el problema planteado y la representación del problema con cantidades desconocidas. En un principio no sabía cómo operar, pero después recordó cómo aplicaba las literales en la secuencia, y pudo crear una ecuación. Después representó las literales con diferentes letras entre sí (incluido un signo de interrogación), para distinguir una cantidad desconocida de otra.

Finalmente, DM planteó una solución al problema de un modo potencialmente algebraico, pero hizo notar que se requería de aritmética para darle solución al problema, afirmando que no se podrá saber si el número de niños en la escuela es uno u otro. Sin embargo, después desecha la idea y utiliza literales y signos de interrogación para representar la relación de manera abstracta.

Conclusiones

El objetivo del presente estudio fue promover el aprendizaje cooperativo en la representación y entendimiento de expresiones algebraicas, a partir de la relación entre elementos concretos y su abstracción matemática, en niños de tercer grado de una primaria pública.

El aprendizaje cooperativo fue parte de la base de los resultados y la dinámica de las secuencias didácticas. Si bien no fue evaluado directamente, el objetivo era promover una dinámica de cooperación para que la mayor parte de los alumnos lograran tener un impacto en su entendimiento. Todos los alumnos lograron un avance mínimo observable de acuerdo con su nivel inicial de dominio aritmético. Por lo tanto, se puede afirmar que la primera parte del objetivo se cumplió.

Por otra parte, los resultados confirman que los alumnos de tercer grado de primaria pueden ser parte de actividades algebraicas, que impliquen argumentar y representar la solución de un problema que contemplen el pensamiento algebraico, tal como lo afirman Blanton et al. (2017), quienes también indican que las intervenciones tempranas en álgebra (incluso desde el primer año de primaria), han demostrado mejorar el entendimiento algebraico de los alumnos, en los niveles de secundaria o bachillerato.



El uso del signo de interrogación, si bien no es parte de las convenciones acerca del uso de literales en álgebra, representa un acercamiento para los escolares hacia la noción de incógnita o variable. Hay indicios en su discurso acerca de una distinción entre ambas, pero hace falta una mayor investigación de esta diferenciación.

Es probable que los alumnos que no lograron mostrar un entendimiento en el pensamiento algebraico, pero que demostraron un dominio aritmético en la preevaluación y durante las sesiones de la secuencia, estén "sobrearitmetizados", en el sentido de operar numéricamente (contable) mas no entender las relaciones de cantidad, debido a una tendencia por el cálculo sin comprensión estructural de las operaciones que resuelven. En otros casos, tiene que ver con varios escenarios, como la limitante que tienen algunos niños en la comprensión de lectura; sus competencias previas en aritmética; la ausencia de significado subyacente a las tareas de las que formaron parte; una falta de alcance de los instrumentos para evaluar sus construcciones propias del conocimiento matemático; o la dificultad de algunos alumnos para situarse en una tarea novedosa.

La representación de cantidades con literales no implica el pensamiento algebraico, en tanto solamente tienen que nominar cantidades desconocidas usando literales, independientemente de si entienden la relación abstracta o no. Las tareas de pensamiento algebraico implican una mayor dificultad, porque la representación funge como una base del entendimiento de las relaciones abstractas.

La representación es la vía de entendimiento del pensamiento algebraico. Es decir, la representación es una guía cognitiva del ámbito estructural de una expresión o de una ecuación algebraica. La representación probablemente hace más sencillo entender la lógica del pensamiento algebraico (lógica estructural y general, en vez de una lógica basada en el cálculo y en cantidades específicas). Además, los alumnos podían representar no solo cantidades con literales, sino darse cuenta de la diferencia entre incógnitas y variables. Dicha diferencia solamente se evaluó a partir de nociones, por lo que harían falta más tareas al respecto de la evaluación de estos dos tipos de literales.

Consideramos que la mayor parte de las pruebas fueron novedosas para los niños, con lo cual se irrumpe inevitablemente en el entorno cotidiano de los escolares, a pesar de que este estudio intentó partir de su ecología escolar para poder ser compatible la dinámica escolar que puede construir un profesor de primaria.



Tablas y figuras

Figura 1. Representación de la transición en la interacción entre elementos concretos matemáticos y su abstracción numérica, es decir, el desvanecimiento de lo concreto (Fyfe et al., 2018, p. 2)

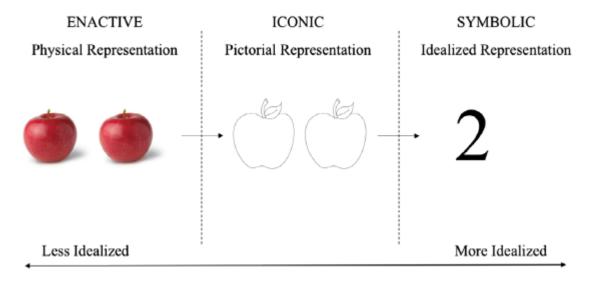


Figura 2. Estructura de la secuencia didáctica

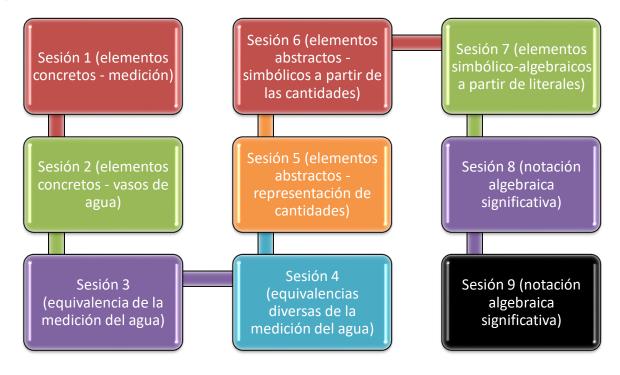




Figura 3. Esquema parte-todo (Davydov, 1962)

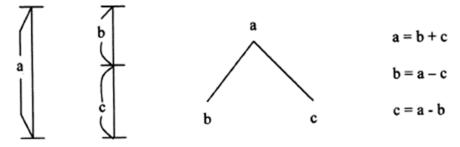


Figura 4. Categorías de entendimiento y de falta de entendimiento, aplicadas en el análisis semántico, complementadas con la evaluación situada

Categorías de entendimiento

Dominio existente: opera adecuadamente con operaciones, representaciones y expresa información que puede indicar un entendimiento de las nociones

Potencial: opera adecuadamente con operaciones, representaciones y expresa información que puede indicar un entendimiento de las nociones, con imprecisiones

Operativo: realiza la operación y/o representación, pero no expresa indicios de dominio conceptual, solo del procedimental

Categorías de falta de entendimiento

Recordar: no expresa suficiente información de entendimiento, pero recuerda las actividades de la secuencia

Nociones genéricas: expresa nociones verbales de una solución o representación, pero no puede transferirlo al ámbito operativo



Figura 5. Porcentajes de entendimiento de las tareas de evaluación del pensamiento algebraico

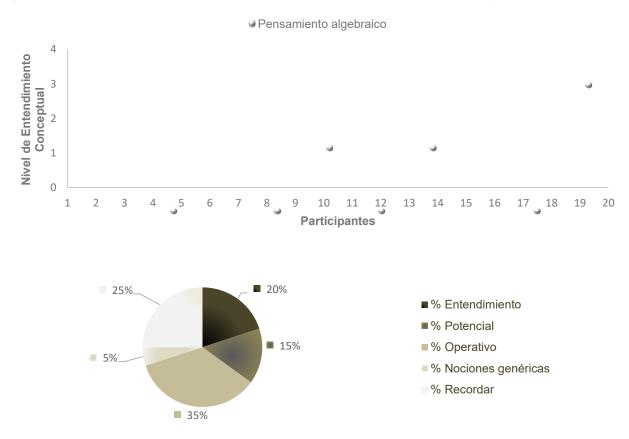


Figura 6. Porcentajes de logro promedio en las 9 sesiones de secuencias didácticas

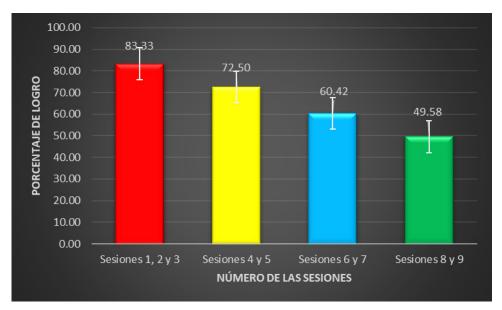




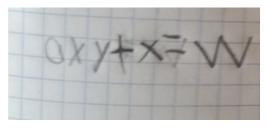
Figura 7. Descripción de las representaciones algebraicas de los alumnos participantes

Clave del alumno

Descripción de los alumnos

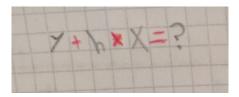
(Escribe la ecuación correctamente, solo le faltan los niños de visita). Le voy a borrar porque me faltan los niños de visita (escribe la ecuación completa y correctamente). La A es el número de salones, la D son los niños, la X son los niños que vienen de visita y la W es el total de niños que están en la escuela.

ΑJ



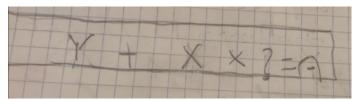
Y más h más X igual a ¿? Una cantidad representa los salones, los niños de cada salón y luego los niños que vienen de visita, Pero no se obtiene, sumando, se obtiene multiplicando, los niños del salón y los salones, pero a lo mejor se suma... Solamente se tiene que multiplicar. (Resuelve la operación).

MB



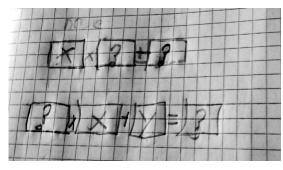
... ¡Ya le entendí! Está bien fácil. Y mas Y por E igual a Y, es una cantidad que no sabemos, y como no sabemos cuál cantidad es, pues le podemos poner x, z, signo de interrogación. (Luego cambia las incógnitas, la Y por la A, luego otra Y por X). Y + X por ¿? = A. No di el número correcto, no me hace falta, pero con las letras es más fácil.

IJ



Está difícil, es una cantidad desconocida. Yo le haría así: pondría un x, aquí un signo de ¿, aquí una y, luego el total. Aunque sin una cantidad no sabremos el resultado. X más signo por y, igual a signo. No sabemos la cantidad. Como no nos dio la cantidad de ningún dato, aún no podremos saber la cantidad de salones. Este representa la cantidad de niños de visita, luego la multiplicación representa la cantidad de niños y luego la de los salones. (Las literales las cambia de lugar para que coincida con el planteamiento del problema).

DM





Referencias

- Blanton, M., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., ... Stylianou, D. (2017). Implementing a Framework for Early Algebra. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5 to 12-Years-Olds* (pp. 79-105) Montreal: Springer.
- Blanton, M., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 36 (5), 412-446.
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for research in Mathematics Education*, 46 (1), 39-87.
- Carraher, D. W., Martinez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. ZDM, 40 (1), 3-22.
- Davydov, V. V. (1962). An experiment in introducing elements of algebra in elementary school. Soviet Education, 5(1), 27-37.
- De Vries, D. L., & Slavin, R. E. (1978). Teams-Games-Tournaments (TGT): Review of Ten Classroom Experiments. *Journal of research and development in education*, 12 (1), 28-38.
- Freudenthal, H. (2012). Mathematics as an educational task. Springer Science & Business Media.
- Fyfe, E. R., McNeil, N. M., Son, J. Y., & Goldstone, R. L. (2014). Concreteness fading in mathematics and science instruction: A systematic review. *Educational psychology review*, 26 (1), 9-25.
- Fyfe, E. R., & Nathan, M. J. (2018). Making "concreteness fading" more concrete as a theory of instruction for promoting transfer. *Educational Review*, 1–20. doi:10.1080/00131911.2018.1424116
- Godino, J. D., Castro, W. F., Aké, L. P., & Wilhelmi, M. R. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26 (42), 483-512.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2014). Cooperative Learning in 21st Century. Annals of Psychology, 30 (3), 841-851.
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Fong Ng, S. (2016). Early algebra: Research into its nature, its learning, its teaching. Springer Nature.
- Krathwohl, D. R. (2002). A Revision of Bloom's Taxonomy: An Overview. Theory into Practice, 41 (4), 212-218.
- Larbi, E., & Mavis, O. (2016). The Use of Manipulatives in Mathematics Education. Journal of Education and Practice, 7 (36), 53-61.
- Liang, S. (2021) Equivalence and substitution: tools for teaching meaningful mathematics. For the Learning of mathematics, 41(1), 41-43.
- McNeil, N. M., & Fyfe, E. R. (2012). "Concreteness fading" promotes transfer of mathematical knowledge. *Learning and Instruction*, 22 (6), 440-448.
- Moyer, P. S., & Jones, M. G. (2004). Controlling choice: Teachers, students, and manipulatives in mathematics classrooms. *School Science and Mathematics*, 104 (1), 16-31.
- Radford, L. (2012). On the development of early algebraic thinking. PNA, 6(4), 117-133.
- Slavin, R. E. (1980). Cooperative Learning. *Review of Educational Research*, 50 (2), 315–342. doi:10.3102/00346543050002315
- Slavin, R. E. (1987). Developmental and motivational perspectives on cooperative learning: A reconciliation. *Child development*, 1161-1167.
- Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal realistic mathematics education. Educational Studies in Mathematics, 25 (1), 89-108.
- Welch, M., Brownell, K., & Sheridan, S. M. (1999). What's the score and game plan on teaming in schools? A review of the literature on team teaching and school-based problem-solving teams. *Remedial and Special Education*, 20 (1), 36-49.