



## RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO A TRAVÉS DEL DINAMISMO DE LA CALCULADORA TI – NSPIRE CX CAS

### **Felipe Bermejo Herrera**

*Escuela Normal Superior del Estado de Puebla*  
bermejo60@yahoo.com.mx

### **Marinette Bermejo Ballinas**

*Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla*  
maribbnette91@gmail.com

### **Sol Felipe Hernandez Guerrero**

*Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla*  
sol.felipe.hernandez.guerrero@gmail.com

**Área temática:** Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en educación.

**Línea temática:** Acceso, Inclusión, equidad y convivencia en entornos digitales. Incorporación de TIC al currículum.

**Tipo de ponencia:** Intervención educativa sustentadas en investigación



## Resumen

Esta investigación presenta resultados preliminares sobre la enseñanza y el aprendizaje de las propiedades de los paralelogramos de los Docentes en Formación Inicial (DFI) que cursan sus estudios en una Escuela Normal (EN); al explorar sus procesos de aprendizaje sobre las características y propiedades de los cuadriláteros, en específico, los paralelogramos. Se comunica que la formación que tuvieron en niveles educativos anteriores y la relación que sostuvieron sobre las concepciones construidas con esa base, influyeron en el diseño y puesta en práctica de proyectos de intervención en el campo de la matemática, respecto a las actividades con las que se enseña y el rol de maestro en ese proceso. Lo anterior, permitió el análisis de las experiencias de los DFI para fundamentar una práctica que logrará en los adolescentes una formación matemática, desde una matemática dinámica, TIC y el rol del maestro. Asimismo, se presenta el diseño de actividades didácticas, en estas propuestas de mejora en donde se dejan fijas unas medidas de las figuras geométricas, variando otras y el *dinamismo del software* de la calculadora como medio para razonar geoméricamente como lo describe el curso *Razonamiento Geométrico* del programa de estudios 2018 de las EN, ofreciendo algunas conclusiones sobre la necesidad de modificar las prácticas de los formadores de las EN. Además, se muestra la factibilidad del uso de la herramienta tecnológica TI-Nspire CX CAS, como medio para interactuar con los objetos matemáticos.

**Palabras clave:** razonamiento geométrico, dinamismo del software.

## Introducción

La enseñanza de la matemática en educación básica y educación media superior presenta fuertes retos. Las evidencias reportadas con base en las evaluaciones que se realizan en nuestro país, dan cuenta de las carencias en la formación de los adolescentes y jóvenes en el campo de la matemática. Los resultados en el área de las matemáticas, muestran las deficiencias en los procesos de aprendizaje de los alumnos de educación secundaria y educación media superior; éstos los da a conocer el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), después de la aplicación del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea); en ellos se indica que en 2017, el 86.2% de los alumnos de tercero de secundaria de educación básica evaluados, se encuentran en un nivel insuficiente y elemental y, solamente el 13.7%, está en un nivel de bueno y excelente (INEE, 2018). Estos resultados obligan a asumir el reto de transformar la manera en la que se abordan los contenidos matemáticos en la educación básica y de la educación media superior. Se hace necesario entonces, transformar las prácticas de los profesores que atienden esos niveles educativos, lo que implica su actualización y formación permanente. La clave de este cambio, es la transformación de las formas de enseñanza para que los alumnos sean activos, creativos, interesados por aprender y lograr los aprendizajes de calidad que hoy demanda nuestra sociedad; idea plasmada en los Aprendizajes Clave en la asignatura de matemáticas de la educación básica (SEP, 2017). Lo anterior, nos emplaza a considerar seriamente los procesos de formación inicial de los docentes de educación básica y de educación media superior que se gestan en las EN, para fortalecerlos y mejorarlos; si esa formación es cada día más sólida, cuando ingresen al servicio docente, los nuevos docentes formarán mejor a los estudiantes de las escuelas de educación básica y educación media superior. En este sentido es importante mencionar que la experiencia docente que se ha recabado del trabajo en los cursos de práctica docente en el aula y estrategias de trabajo docente en una EN, ha permitido visualizar que los estudiantes normalistas presentaban retos en el diseño y la implementación de sus propuestas didácticas. De ahí que se considere que, para que los DFI desarrollen en los adolescentes de educación básica y educación media superior el *razonamiento geométrico*, primero, lo deben de desarrollar ellos en la EN. Esto se vislumbró al cuestionarles sobre sus procesos de intervención docente, identificando en este ejercicio varios problemas, entre los cuales destacan: la falta de estrategias didácticas que promuevan la reflexión y el análisis de los contenidos geométricos. Por esta razón, se considera relevante privilegiar la reflexión en la construcción de conocimientos en los procesos de formación inicial, el desarrollo de habilidades didácticas y la priorización del análisis sobre los procesos de aprendizaje de los adolescentes, pues fue un requerimiento fundamental en esta investigación. Para orientar a los DFI en la EN, éstos deberán aprender a identificar situaciones problemáticas, formular hipótesis susceptibles de ser validadas a través de propuestas que incluyan el uso de recursos tecnológicos y, finalmente, argumentar en torno a los resultados

obtenidos y el beneficio que aporta su práctica docente. El propósito de esta investigación es reconocer la interrelación de los elementos señalados, conlleva a distinguir de qué manera los DFI construyen sus conocimientos y desarrollan habilidades para que, posteriormente, orienten de manera adecuada su labor docente en las escuelas secundarias o instituciones de media superior al utilizar recursos tecnológicos. Esta investigación se desarrolló en una EN ubicada en la Colonia Centro de la ciudad de Puebla al inicio del ciclo escolar 2018 - 2019. Uno de los puntos de partida de esta investigación, fue el análisis de las planeaciones didácticas de los DFI que iban a implementar en las escuelas secundarias en las jornadas de práctica docente.

El grupo elegido para este trabajo intelectual, fue el primer año de la licenciatura en educación secundaria con especialidad en matemáticas; integrado por 27 alumnos, 20 mujeres y 7 hombres; conformándose 7 equipos de trabajo de 3 o 4 integrantes. Los estilos de aprendizaje, así como su habilidad en el manejo de la calculadora TI – Nspire CX CAS fueron determinantes para equilibrar a los equipos de trabajo y decidir sobre el contenido geométrico a reforzar en el aula

Otro dato que orientó esta investigación fue la información que proporciona la Dirección General para la Educación Superior para Profesionales de la Educación (DGESPE) al comunicar que en el Examen de Ingreso al Servicio que: de 81,490 sustentantes que presentaron el examen al SPD, se obtuvo que el 22.8%, reportó un nivel “aceptable”, el 72.7% “requiere procesos de nivelación académica”; y finalmente el 4.5% obtuvo un resultado “no aceptable”. Cabe mencionar, que en ese examen nacional participaron egresados de 824 instituciones de educación superior (Normales públicas y particulares, Universidad Pedagógica Nacional y sus extensiones en los estados y egresados de universidades públicas, entre otros... (DGESPE, 2010).

Lo anterior permitió formular la siguiente pregunta: ¿cómo orientar a los DFI en la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades, a través del razonamiento geométrico y el dinamismo de la calculadora TI – Nspire CX CAS en el trazado de paralelogramos con base en sus propiedades?

## Desarrollo

Plantear la construcción de un paralelogramo con sólo 3 datos, por ejemplo, *un lado, una diagonal y la altura* del paralelogramo orienta a conjeturar si el paralelogramo es único o son dos o infinitos, al trazar los alumnos las primeras construcciones es probable que empiecen a generar las condiciones sobre la problemática planteada, además, podrían establecer relaciones entre el lado y la diagonal o la diagonal con la altura o entre los tres datos. Por su parte el profesor Horacio Itzcovich argumenta que es:

... probable que los alumnos, a partir de explorar con algunas construcciones y revisar las ya realizadas, puedan establecer condiciones generales. Por ejemplo, apoyarse en ciertas relaciones entre los lados y la diagonal para asegurar la unicidad - o bien

la imposibilidad – de la construcción, sosteniendo tales afirmaciones mediante la propiedad triangular. También se aspira a que los alumnos puedan identificar que siempre que se conozca la medida de los lados y el ángulo que forman, la construcción será única. (Itzcovich, 2005: 30).

Itzcovich, contribuye en esta manera de trazar la problemática planteada, en dónde los alumnos participan construyendo ideas a través de sus conjeturas y validándolas en función a las relaciones que se van encontrando. Para establecer un dominio de validez en alguna construcción geométrica se debe llegar a la generalidad durante el trabajo geométrico, los enunciados y las propiedades. El profesor Horacio Itzcovich alude que se:

... explicitan las condiciones a partir de las cuales una colección de objetos (triángulos rectángulos, por ejemplo) cumplen una cierta propiedad o relación. Adquieren un cierto nivel de convencionalidad en la formulación apelando a un vocabulario mínimo necesario para poder socializarlos. En consecuencia, cómo acompañar a los alumnos en la producción de estas generalidades. (Itzcovich, 2005: 11-12).

El inicio de alguna construcción geométrica por ejemplo, – *el paralelogramo* - bajo ciertas condiciones y al emplear herramientas tecnológicas como la calculadora graficadora TI – Nspire CX CAS genera exploración, construcción de conjeturas, valoración de las mismas y la generalización del constructo geométrico.

Con relación a la implementación de tecnologías como la calculadora Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres y Luis Enrique Moreno Armella, argumentan que *el desarrollo tecnológico ha permitido tener herramientas que generan representaciones dinámicas de objetos matemáticos, esto es, suministran un amplio abanico de representaciones de un objeto matemático y de relaciones matemáticas.* (Sandoval I y Moreno L, 2012: 2). Así, al manipular el objeto matemático a través de sus diferentes representaciones, ayuda a visualizar las propiedades o características que tiene el constructo matemático, en otras palabras, se puede conjeturar ideas antes de dinamizar la construcción. Martín Eduardo Acosta Gempeler (2002), sustenta que todo dibujo en la pantalla no es definitivo, sino que puede ser manipulado y transformado. Es importante descubrir las propiedades que permanecen constantes durante el desplazamiento. Toda imagen en la pantalla es provisional y sus características son sólo aparentes. Es necesario dudar de lo que se ve, pues al mover la figura para observar si las propiedades se mantienen en todos los casos (Acosta, 2002: 32).

La metodología empleada en este trabajo intelectual fue Investigación - Acción (IA). Antonio Latorre en su libro *La investigación – acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*, argumenta que ésta consiste en una indagación práctica realizada por el profesorado, de

forma colaborativa, con la finalidad de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión (Latorre, 2003: 24).

El proceso de la metodología, se inicia con el diseño, la implementación y evaluación de actividades didácticas, lo que permitió iniciar con un examen diagnóstico que arrojó elementos de reflexión, posteriormente, se delinearon hojas de trabajo en donde se describen las consignas y confrontaciones del curso – taller, fue desarrollado durante dos semanas y media, con sesiones de 100 minutos en tres días a la semana con estudiantes normalistas del primer semestre; el sentido de las actividades propuestas, fue el análisis de las características y propiedades de los paralelogramos el dinamismo de la calculadora, la prueba del arrastre para corroborar si la construcción fue adecuada y no se deforma al dinamizar la figura geométrica, esta investigación fue desarrollada a través de seis actividades didácticas.

El Artículo 3º de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, revela que toda persona del territorio nacional tiene derecho a recibir educación y que el Estado garantizará la calidad en la educación obligatoria de manera que los materiales y métodos educativos, la organización escolar, la infraestructura educativa y la idoneidad de los docentes y los directivos, garanticen el máximo logro de aprendizajes de los educandos, (SEP, 2016: 18).

En consecuencia, el enfoque de la matemática en la educación secundaria, se refiere a la resolución de problemas a través de la Teoría de las Situaciones Didácticas, misma que permea a la matemática de la educación básica en la propuesta curricular 2016, puesto que describe que el enfoque supone que la matemática es un objeto de análisis y cuestionamiento, más que un conjunto de nociones. Se basa en el planteamiento y la resolución de problemas, también conocido como aprender resolviendo (SEP, 2016: 104).

Teniendo como sustento, la propuesta curricular para la educación obligatoria 2016 del campo disciplinario de la matemática en donde la actividad intelectual de los alumnos es el centro del proceso didáctico, en donde en lugar de explicaciones, reciben indicaciones claras y precisas y se les cuestiona para que reflexionen y analicen las construcciones geométricas: las indicaciones (las consignas), para llevar a cabo las tareas y utilizar los conocimientos previos para construir nuevos conocimientos y encontrar vías de solución a los problemas planteados y, los cuestionamientos (las confrontaciones), para el desarrollo de habilidades al argumentar ideas y comunicarlas.

Lo anterior lleva a considerar que, orientar a los DFI en el estudio de la matemática con actividades didácticas cuidadosamente seleccionadas con el apoyo de la calculadora TI – Nspire CX CAS, abre un camino para experimentar un cambio radical en el salón de clases; en donde los DFI conjeturen, reflexionen, analicen, discutan, valoren, aprendan y revaloren su trabajo docente.

Esto porque como se indicó anteriormente, en años recientes se han detectado debilidades en la educación básica, a través de las diversas evaluaciones realizadas por las autoridades educativas, sobre todo en el área de matemáticas; esta situación no es ajena al Subsistema de la Educación Normal, que es donde se prepara a los futuros docentes que más tarde se incorporarán al Sistema Educativo Nacional (SEN). Se sabe que una de las situaciones que están

fallando en el proceso formativo de los DFI son las formas de enseñanza, por ello, es urgente proponer e implementar prácticas pedagógicas de solución para subsanarlo.

Además, en abril de 2015 el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), *argumentó en su informe que una de las áreas de oportunidad que se muestran a partir de los resultados de los concursos es que los aspirantes que busquen ingresar al SPD se actualicen en las prácticas pedagógicas vigentes, en las nuevas herramientas didácticas, etcétera, a fin de que cuenten con mayores recursos para afrontar exitosamente la evaluación* (INEE, 2015: 146).

Como se observa, los resultados en educación básica y en las escuelas formadoras de docentes, fueron el derrotero de esta investigación, el diseño y la implementación de las actividades didácticas orientadas a la construcción de conocimientos y al desarrollo de habilidades digitales, a través de ello, se clarificaron procedimientos, se desarrollaron competencias y se fortalecieron procesos comunicativos de los DFI al realizar las actividades didácticas con la calculadora TI – Nspire CX CAS y emplearla como recurso digital.

Además, el dinamismo de la calculadora TI-Nspire CAS CX, ayudó a los DFI, en el desarrollo de las actividades didácticas y en la construcción de nuevos conocimientos matemáticos que, posteriormente, se podrían implementar en el proceso de enseñanza para identificar los saberes que los alumnos tienen disponibles con la finalidad de utilizarlos en cualquier momento y resolver problemas de mayor complejidad. El seguimiento y desarrollo de las actividades didácticas fue de manera colaborativa a través de hojas de trabajo, en donde se tuvo una comunicación clara y sencilla con los DFI para aprovechar al máximo los tiempos de las sesiones de clase, dado que la calculadora requiere de un acercamiento didáctico diferente, en donde el DFI fue el protagonista e interactuó con sus pares y la herramienta tecnológica, para que se responsabilizara de sus procedimientos y resultados.

En el diseño de las hojas de trabajo, se consideró el contenido de enseñanza, el propósito a alcanzar, la estrategia didáctica, la metodología, la calculadora TI – Nspire CX CAS y los rasgos a evaluar; con las directrices anteriores, se describió la ruta de las actividades a desarrollar.

Con relación a lo anterior, la SEP y el Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa (ILCE), implementaron en 1997 el proyecto Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT), en donde se afirma que la discusión entre pares es un elemento fundamental en el logro de los aprendizajes.

Por ello, las actividades didácticas se deben implementar en equipo, para fomentar el intercambio de ideas, motivar a los estudiantes a organizarse, reflexionar, defender y modificar sus ideas. La Dra. María Teresa Rojano Ceballos (2006) y un equipo de investigadores argumentan que las:

... actividades en el aula se organizan a partir de hojas de trabajo, a través de las cuales los alumnos reflexionan sobre lo que han realizado con la computadora... (Rojano, 2006: 18).

Estas razones y, con el propósito de dar paso al trabajo con los DFI, se diseñaron, implementaron y valoraron *seis actividades didácticas* que a continuación se describen.

En la *primera actividad didáctica* se les solicitó a los DFI que construyeran un paralelogramo en donde un lado midiera una longitud específica y el otro lado con otra medida específica, se les cuestionó sobre cuántos paralelogramos se podrían construir con las medidas proporcionadas o si existía alguna variable para qué con las medidas proporcionadas se pudiera construir un rectángulo o si sería único el paralelogramo con las medidas proporcionadas o si las medidas de los lados proporcionados del paralelogramo son constantes, entonces qué elementos del paralelogramo varían. Esto generó en los normalistas aplicar la prueba del arrastre, probar conjeturas, realizar trazos auxiliares, dejando fijos algunos datos del paralelogramo y dinamizando otros.

Para la *segunda actividad didáctica* construyeron un paralelogramo con los datos de dos lados consecutivos y la medida de la diagonal, la idea central de esta actividad era que se dieran cuenta que no se podía construir el paralelogramo porque la suma de las medidas de los dos lados consecutivos era igual a la medida de la diagonal. Se cuestionó a los DFI si era única la construcción del paralelogramo con las medidas dadas o si se podrían construir muchos paralelogramos con esas medidas o no se podría construir, las confrontaciones estuvieron centradas en la reflexión sobre la existencia de alguna relación o no entre las medidas de los lados del paralelogramo proporcionadas y la medida de la diagonal.

En la *tercera actividad didáctica* se solicitó que se trazaran un paralelogramo con medidas específicas de un lado y los ángulos extremos del segmento cuya suma fuera cercano a  $180^\circ$ , la idea central fue que se dieran cuenta que los ángulos contiguos entre paralelas son ángulos suplementarios.

La construcción de un paralelogramo en donde se les proporcionó las medidas de dos lados contiguos y la medida de una de las alturas de la figura geométrica, esta fue la *cuarta actividad didáctica* se les cuestionó sobre la construcción y algunas preguntas fueron ¿se podrá construir el paralelogramo con los datos proporcionados?, ¿se pueden construir muchos paralelogramos con las condiciones dadas o solo se podría construir un solo paralelogramo?, en caso de que sean dos paralelogramos ¿de qué manera se podría demostrar que son congruentes?, ¿qué tipo de paralelogramo es cuando la medida de la altura es igual a la medida de un lado del paralelogramo?, y si las medidas de la altura y la del lado menor se invierten, ¿se podrá construir un paralelogramo?

Para la *quinta actividad didáctica* estuvo relacionada con la construcción de un paralelogramo al tener como datos la medida de un lado; la medida de una diagonal; y la medida de la altura correspondiente al lado proporcionado. Se construyen heurísticas al cuestionarlos sobre cuántos paralelogramos se podrían construir con esas condiciones o cuál sería la parte esencial para construirlos o cuál sería la condición para que solo se pueda construir un solo paralelogramo, y qué tipo de paralelogramo se construiría.

La *sexta actividad didáctica* generó análisis de algunas propiedades de los paralelogramos porque se les proporcionó el ángulo que forman las diagonales y las mitades de las medidas de esas diagonales y se les interrogó de la siguiente manera: ¿de qué manera se podría demostrar que los lados del cuadrilátero construido son paralelos e iguales?, ¿qué tipo de paralelogramo se construirá si las diagonales son iguales?

## Conclusiones

Los DFI llegaron a esta normal con un conocimiento frágil del *razonamiento geométrico*, desconocían los conceptos relacionados con los paralelogramos y la *geometría dinámica*, por lo que se considera pertinente que la escuela normal debe subsanar esa carencia. Ceder la responsabilidad a los DFI sobre sus aprendizajes fue fundamental; para ello, cada equipo tuvo un responsable, éste se encargó de nivelar los aprendizajes de sus compañeros al interactuar, debatir y reflexionar sobre las actividades didácticas propuestas a través del debate franco y directo, reflexionaron juntos, validando o rechazando ideas, al utilizar a la calculadora TI – Nspire CX CAS como herramienta de aprendizaje. Otro hallazgo de esta investigación fue que los DFI compartieron ideas con sus compañeros con los que normalmente no convivían académicamente, resultando interesante el trabajo en equipo en el intercambio de ideas, consensuarlas, aceptarlas o rechazarlas al reflexionarlas en equipo, con ello, cada equipo construye su propio conocimiento. A través de las actividades propuestas, los DFI desarrollaron una mayor habilidad para manejar la calculadora y una mayor confianza al interactuar con sus compañeros. La comprensión de este proceso generó, poco a poco, transformaciones en el diseño de las planeaciones didácticas que orientaron las sesiones de clase y, a partir de estos cambios, se produjo un desarrollo personal y profesional, lo que imprimió el sentido formativo de este trabajo, puesto que sirve como eslabón para realizar las adecuaciones necesarias que se requieren en el campo disciplinario en el que se desempeña el DFI. A través del diseño de planeaciones didácticas y de la indagación sobre el quehacer diario, los DFI fueron capaces de introducirse en un proceso auténticamente creativo, que contribuye a mejorar sus desempeños docentes, puesto que se observó que los DFI repetían actividades didácticas que aprendieron durante su formación, pues parecían asumir que la matemática se enseña como a ellos les fue enseñada. Finalmente esta investigación, ayuda a formar a los DFI en función de los requerimientos que emanan del objetivo general del currículo de la educación obligatoria de la propuesta curricular del modelo educativo 2016; esto es, que los DFI al ingresar al servicio docente, desarrollen una educación de calidad; es decir, que sea una educación que proporcione a los adolescentes conocimientos significativos, relevantes y útiles para la vida (SEP, 2016:17). Los hallazgos anteriores, fueron a través del curso - taller implementado en un grupo de una escuela normal durante el desarrollo de las actividades didácticas. Se identifica, que los DFI desconocían aprender la a través del *razonamiento geométrico* y el *dinamismo de la calculadora*. Los resultados de esta investigación pueden servir en la mejora de los procesos de formación inicial de la especialidad de matemáticas en las escuelas normales.



## Referencias

- Acosta, Martín E. Gempeler. (2002) INCORPORACIÓN DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN MEDIA DE COLOMBIA. Construcciones dinámicas en el programa Cabri Géomètre. Ministerio de Educación Nacional de Colombia: Colombia.
- DGESPE, (2010) Resultados del examen de ingreso 2009 y 2010. SEP: México.
- INEE, (2015) Resultados del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes 2015. SEP: México.
- INEE, (2018) Resultados del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes 2017. SEP: México.
- Iltzcovich, Horacio (2005) Iniciación al estudio didáctico de la Geometría de las construcciones a las demostraciones. Del Zorzal: Argentina.
- Latorre, Antonio (2003) La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. GRAÓ: España.
- Rojano, Ma. Teresa C. (2006) La Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología. SEP: México.
- Sandoval, Ivonne Twiggy C. y Luis Moreno Armella (2012), TECNOLOGÍA DIGITAL Y COGNICIÓN MATEMÁTICA: RETOS PARA LA EDUCACIÓN. Horizontes Pedagógicos Volumen 14. N° 1: México.
- SEP, (2016) Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016. SEP: México.
- SEP, (2017) Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación, SEP: México.