



DISEÑO DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL CÁLCULO MENTAL COMO ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

Ana Laura De La Cruz Sánchez
Instituto de Bellas Artes del Estado de Baja California
adelacruz@edubc.mx

Elizabeth Avila Sánchez
Instituto de Bellas Artes del Estado de Baja California
eavila@edubc.mx

Área temática: Educación en campos disciplinares

Línea temática: Educación Artística

Tipo de ponencia: Reporte final de investigación



Resumen

La educación básica se constituye como la base de múltiples nociones matemáticas consideradas como indispensables en los niveles educativos posteriores. El cálculo mental es una estrategia de pensamiento que puede ayudar en la resolución de problemas matemáticos.

En este documento se plantean los avances de la intervención educativa enfocada en la utilización de estrategias de cálculo mental, fundamentada en la teoría constructivista y el proceso cognitivo de la teoría de Gagné. Se presentan las fases de la intervención educativa y las actividades desarrolladas en cada una de ellas, así como algunos avances de los resultados obtenidos. Se incluye la comparación tanto lo relativo al cálculo mental como en el razonamiento; encontrando que en ambos hubo un progreso significativo de los estudiantes analizados.

En el cálculo mental se notó una evidente mejora, ya que en el examen final los alumnos lograron disminuir errores, así como resolver algunas operaciones que en el diagnóstico no les fueron posibles.

Es importante recalcar que la comparativa entre el diagnóstico y el examen final de razonamiento fue satisfactoria, ya que varios estudiantes que en el diagnóstico no pudieron llevar a cabo algunas actividades en el examen final lograron resolverlas, y a su vez mejoraron las actividades que habían intentado realizar en el diagnóstico. En el caso de los estudiantes con la mayoría de las actividades resueltas, lograron disminuir sus errores.

Palabras clave: Cálculo mental, didáctica, educación básica, intervención educativa, razonamiento matemático.

Introducción

Las matemáticas a lo largo del tiempo han sido consideradas como una de las asignaturas más complicadas para la mayoría de los estudiantes (Blume et al., 2021). Algunos las encuentran confusas e incluso desconocen la utilidad que éstas tienen en la vida cotidiana y en el futuro. Mucho de esta percepción proviene por la enseñanza deficiente de las matemáticas (Blume et. al., 2021). Quiroz y Rodríguez (2015) señalan que “la educación primaria se constituye como base de múltiples nociones matemáticas consideradas como indispensables en los niveles educativos posteriores. Existe una problemática aceptada respecto al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en el nivel básico en México” (p.74).

El cálculo mental forma parte esencial del razonamiento en matemáticas. Carrillo (2020) señala los siguientes beneficios: favorece el desarrollo de la memoria de corto plazo, ayuda a aumentar la rapidez mental y permite encontrar estrategias de pensamiento para aplicar en la resolución de problemas. La actitud hacia las matemáticas está formada por componentes cognitivos tales como las creencias y procesos cognitivos (De la Peña, Fernández-César y Solano-Pinto, 2021), los cuales pueden ser abordados a través del cálculo mental. Por ello la importancia de atender estrategias para el cálculo mental, los procesos cognitivos y su relación con la actitud hacia las matemáticas, en etapas tempranas de su formación educativa.

Debido a la carencia de enseñanza de métodos adecuados para el cálculo mental, cada individuo suele utilizar métodos empíricos que en ocasiones no son los correctos. En este trabajo se proponen actividades de intervención educativa para fortalecer el cálculo mental para alumnos de educación básica. Así como encontrar si el cálculo mental influye en el razonamiento matemático.

Desarrollo

A lo largo de la historia, y con muchos investigadores involucrados, se ha formado el concepto de lo que son las matemáticas, pero a su vez también de todo lo que implica. Es necesario reconocer que se pueden encontrar diferentes definiciones de acuerdo con cada autor e incluso de acuerdo en el tiempo en que se ha creado cada concepto.

Godino, Batanero & Font (2003) comentan que la perspectiva histórica muestra que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua, y que el papel primordial es la necesidad de resolver problemas prácticos e interrelacionarse con otros conocimientos. También mencionan que la evolución de las matemáticas a lo largo del tiempo se ha producido debido a la acumulación de conocimientos y a los campos donde han sido aplicadas, modificando en ocasiones los propios conceptos matemáticos, ya sea ampliándolos, precisándolos, dándoles relevancia, o incluso relegándolos.

El ser humano a lo largo de su vida desarrolla habilidades de acuerdo con las distintas etapas que atraviesa, estas habilidades son diferentes de acuerdo con la edad y a los múltiples factores en los que se encuentra cada individuo. Rivas (2008) afirma que “El sistema humano de aprendizaje está activo en todo momento. Desde el nacimiento, a lo largo de la vida, y hasta el final de ésta, en los seres humanos se producen distintos procesos de aprendizaje, con resultados diversos, aunque coherentes” (p. 21).

Dicho lo anterior, es importante mencionar, que todo aprendizaje del ser humano está adquirido por medio de lo que se conoce como procesos cognitivos. Estos procesos de aprendizaje se van generando de manera individual, pero a su vez pueden ser trabajados por medio de la enseñanza. Rivas (2008) asevera que “la palabra cognición, aunque de uso poco frecuente en el habla ordinaria, es una vieja palabra española de origen latino [cognitio > conocimiento, acción de conocer] que denota el proceso por el que las personas adquieren conocimientos. El antes más frecuente adjetivo cognoscitivo ha sido desplazado por cognitivo” (p.66).

Al enfocar la mirada en los procesos cognitivos que involucran las matemáticas se reconoce que existe una diversidad de éstos. Cabanes & Colunga (2017) afirman que “procesos como atención, memoria, pensamiento pueden estimularse desde las clases de matemática en la enseñanza primaria, así como funciones ejecutivas metacognitivas: planificación, memoria de trabajo, flexibilidad mental, entre otras” (p.2).

Por lo tanto, se puede señalar que ciertos procesos cognitivos están estrechamente relacionados con la enseñanza de las matemáticas, y que, si se tiene presente esto, se puede lograr potencializarlos para que el aprendizaje del individuo sea significativo. Dentro de los procesos cognitivos mencionados anteriormente, se destaca la atención, la cual implica concentrarse en una actividad específica la cual proviene de estímulos informativos provenientes de terceros. Se reconoce entonces que la atención es un proceso cognitivo de gran relevancia en las matemáticas (Rivas, 2008).

La resolución de problemas es una parte integral de cualquier aprendizaje matemático, por lo que consideramos que no debería ser considerado como una parte aislada del currículo matemático. En consecuencia, ésta debe estar articulada dentro del proceso de estudio de los distintos bloques de contenido matemático. Los contextos de los problemas pueden referirse tanto a las experiencias familiares de los estudiantes, así como aplicaciones a otras áreas. Desde este punto de vista, los problemas aparecen primero para la construcción de los objetos matemáticos y después para su aplicación a diferentes contextos (Godino, Batanero, & Font, 2003, p.35).

La actividad de resolución de problemas matemáticos puede ayudar a tener un mejor vínculo entre los alumnos y las matemáticas, ya que éste al conocer que las matemáticas realmente se relacionan con la realidad las encontrarán más atractivas, y a su vez las considerara necesarias para su cotidianidad. La actividad de resolver problemas es esencial si queremos conseguir un aprendizaje significativo de matemáticas. No debemos pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del

aprendizaje de las matemáticas, y una fuente de motivación para los alumnos ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Al resolver un problema, el alumno dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad (Godino, Batanero, & Font, 2003, p.62).

Rivas (2008) menciona que la cognición entraña el proceso de adquisición, transformación, organización, retención, recuperación y uso de la información. Menciona que el sujeto extrae información que se encuentra en su entorno y mediante ella adquiere nuevos conocimientos que le permite aplicarlos. Entonces se entiende que el paradigma cognitivo abarca los procesos por los que el individuo transita para adquirir conocimientos. Rivas (2008) define “En el paradigma cognitivo del procesamiento de la información, los procesos de la memoria son centrales en la cognición y el aprendizaje en general” (p.71).

Los procesos cognitivos de cada individuo son diferentes, dependen de su edad y de alguna manera de las capacidades individuales. También es necesario entender que el procesamiento cognitivo se va dando paso a paso, y que para que éste avance, se requiere tener un conocimiento previo. Rivas (2008) afirma “cuanto mayor es el nivel de profundidad del procesamiento cognitivo mayor es el grado de conocimiento previo requerido y más complejas las operaciones mentales implicadas” (p.76).

Dentro del constructivismo y ligado a la teoría del desarrollo cognitivo, se encuentra la teoría de Gagné, en donde se explica el proceso de aprendizaje (Barraza, 2020). El presente proyecto se sustenta bajo este paradigma cognitivo. Rivas (2008) señala que los procesos de la memoria son centrales en la cognición y el aprendizaje en general. Además, esta investigación se basa en la teoría constructivista desde los procesos cognitivos (Hernández, 2008).

Las matemáticas en general requieren que cada individuo logre desarrollar habilidades cognitivas de acuerdo con su edad y nivel cursado (Rivas, 2008). En este sentido, las matemáticas permiten a los individuos un desarrollo del pensamiento analítico, donde logren analizar y resolver ejercicios que impliquen problemáticas preferentemente vinculadas con la realidad que permitan un mejor vínculo entre los alumnos y las matemáticas (Blume et al., 2021). Para esta propuesta de intervención educativa se toman ideas de este autor al momento de diseñar las secuencias didácticas, con base en la teoría de Gagné.

El diseño de la secuencia es propuesta por Barraza (2020) y será la base para llevar a cabo la intervención y considera 8 fases del aprendizaje: motivación, comprensión, adquisición, retención, recuperación, generalización, desempeño y retroalimentación.

En el grupo de trabajo participaron estudiantes que cursen de 4° a 6° de primaria y 1° y 2° de secundaria que tengan conocimiento de las operaciones básicas de manera escrita. El proyecto se dividió en cuatro etapas: planeación, inicial, ejecución y evaluación que se llevaron a cabo durante un semestre. Las estrategias didácticas se consideran en cada uno de los pasos de la secuencia, cada actividad está pensada y planificada para que el alumno logre un aprendizaje significativo. En la tabla 1 se muestran las actividades que se proponen en cada etapa.

Tabla 1. Etapas de la intervención y sus actividades

| Etapa | Actividades |
|------------|---|
| Planeación | 1. Diseño de los exámenes de cálculo mental y de razonamiento matemático. 2. Diseño de la secuencia didáctica, actividades e instrumentos de evaluación. |
| Inicial | 1. Selección del grupo de alumnos. 2. Aplicación de los exámenes de cálculo mental y razonamiento. |
| Ejecución | Esta fase se realiza para cada operación (suma, resta, multiplicación y división) 1. Introducción al tema por medio del juego basta. 2. Comprensión (utilidad). 3. Explicación del profesor de las estrategias para hacer cálculo mental. 4. Juego del memorama. 5. Examen. 6. Revisión. 7. Corrección. 8. Reflexión. |
| Evaluación | 1. Aplicación de los exámenes de cálculo mental y de razonamiento. 2. Análisis de resultados. 3. Llenado de rúbrica. |

Fuente: Elaboración propia.

Resultados preliminares

La etapa de planeación e inicial ya fueron terminadas, por lo que a continuación se enlistan aquellas situaciones que se presentaron al momento de aplicar los exámenes diagnóstico, las que necesitaron ajustes y algunas otras en la que se pueden realizar ajustes en el futuro.

Diagnóstico de cálculo mental.

- El tiempo programado para el diagnóstico inicialmente era de una hora. Sin embargo, se llevó a cabo en dos sesiones debido a que los niños solicitaron más tiempo ya que al momento de contestar las preguntas no les alcanzó.
- El día de aplicación faltaron algunos alumnos por lo que se tuvo que programar otra sesión.
- La mayoría de los alumnos presentaron dificultad para expresarse de manera escrita.
- En general las niñas se mostraron más entusiasmadas por la participación.
- Los niños tenían dificultad para concentrarse.
-

Diagnóstico de razonamiento.

- Algunas de las instrucciones les parecieron poco claras a algunos alumnos.

- Los alumnos presentaron dificultad para expresarse de manera escrita.
- Los alumnos se sintieron motivados cuando la actividad involucró la visualización de figuras.
- A los alumnos les agradó más hacer el diagnóstico de razonamiento que el de cálculo mental.

La mayoría encontró interesante la actividad del dado.

Para la etapa de ejecución se diseñó un manual que contiene las secuencias a seguir para la enseñanza del cálculo mental para cada operación básica, esto con el fin de que en un futuro la intervención pueda ser replicada por cualquier docente sin la necesidad de que tenga que crear el material. En la figura 1 se muestra, de manera sintetizada, una parte de lo que contiene el manual que fue diseñado para realizar la intervención.

Figura 1. Manual docente para el desarrollo de la intervención educativa.



Fuente: Elaboración propia.

En la etapa de ejecución se pueden obtener algunas afirmaciones de forma general ya que aún se está trabajando en el análisis:

- El método que más utilizan los alumnos para el cálculo mental de sumas y restas es el de columnas, así como el de terminación en 0.
- Los alumnos aseguran que el tema de cálculo mental de multiplicaciones es el más complejo, incluso en las actividades se puede ver reflejado, ya que fue donde menos opciones dieron en el juego de basta, también se percibió mayor dificultad al momento de jugar el memorama.

- Para el cálculo mental de divisiones se sugirió añadir un método que involucra la división entre dos, los alumnos lo han encontrado demasiado útil para la simplificación de fracciones, ya que la mayoría de ellos se encuentra abordando este tema en sus escuelas.
- De manera general los alumnos encuentran relación entre el cálculo mental con la actividad cotidiana de ir a la tienda, encuentran una estrecha relación entre lo que deben pagar y lo que se les debe de regresar de cambio con el cálculo mental de sumas y restas.
- En el caso de las multiplicaciones es importante relacionar su utilidad en la vida cotidiana.

Actualmente se está desarrollando la parte de evaluación, en la cual se está analizando el avance individual de cada alumno para luego hacer una comparativa general. Se está haciendo el análisis de cada uno de los alumnos involucrados en la intervención. En la figura 2 se muestra, como ejemplo, el avance de un estudiante que tuvo referente al cálculo mental.

Figura 2. Comparativo de avance de cálculo mental



Fuente: Elaboración propia.

En la figura 2, el color verde hace referencia al número de ejercicios propuestos con base en los métodos, esto quiere decir que se diseñaron para que el alumno aplicará intencionalmente los métodos de cálculo mental seleccionados para la intervención obtenidos de Gómez (1994). La barra azul representa los aciertos obtenidos en la aplicación del examen diagnóstico y la barra amarilla los aciertos obtenidos después de llevar a cabo la intervención.

En la fase de ejecución hay un apartado en la secuencia donde se realiza un examen de cálculo mental al finalizar la enseñanza de este de cada operación. En la figura 3 se pueden observar los resultados obtenidos. En la figura se observan 4 barras, la barra verde hace referencia al número de ejercicios propuestos en cada examen y la barra azul representa el número de aciertos que obtuvieron en éste.

Figura 3. Exámenes de cálculo mental durante la intervención



Fuente: Elaboración propia.

Asimismo, en este examen se pidió a los alumnos que escribieran qué método de los enseñados habían utilizado, la barra amarilla hace referencia al número de métodos que les fueron mostrados y la barra verde indica el número de métodos que utilizaron para resolver su examen.

El diseño de la intervención educativa tiene como objetivo conocer si la enseñanza del cálculo mental es una estrategia para fortalecer el razonamiento matemático, por lo cual se aplicó un examen diagnóstico de razonamiento matemático previo a la intervención, así como al término de ésta. El examen contiene las siguientes 5 actividades:

1. Valores. Consiste en encontrar el valor de cada letra de la A a la D. Cuando se tiene que las suma de algunas de x resultado.
2. Relaciona. Se proponen 20 números para ubicarlos en 3 conjuntos de números y luego encontrar la relación entre los conjuntos.
3. Rompecabezas. Se muestra una figura y al lado 8 piezas que se deben acomodar para armarla.
4. Números. Se propone un conjunto de números y de ese conjunto se le pide al alumno encontrar otros subconjuntos que contienen ciertas características.
5. Dado. La actividad consiste en conocer el diseño del dado y ubicar los puntos que deben estar en cada cara de él.

En la figura 4 se muestran los resultados obtenidos del ejercicio de "Relaciona". la barra verde representa los ejercicios propuestos, la barra azul el número de aciertos obtenidos en el diagnóstico y la barra amarilla los aciertos en el examen final.

Figura 4. Comparativa entre diagnóstico y final de una actividad de razonamiento



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la figura 4, sí hubo una mejora en el razonamiento. En la figura 4 se muestra sólo un caso. Sin embargo, en el análisis completo de todas las actividades de este mismo estudiante se obtuvo una mejora significativa.

Actualmente se está trabajando con el análisis de datos de los demás estudiantes, y se ha encontrado hasta el momento una mejora significativa en el razonamiento, así como una importante reducción de errores al momento de realizar el cálculo mental.

Es relevante mencionar que, con un análisis superficial de los datos, se ha detectado que los alumnos de menor edad y bajo grado escolar han mejorado su cálculo mental y su razonamiento, y con los alumnos de mayor edad y en grados escolares superiores han reducido su número de errores especialmente del razonamiento.

La presente intervención educativa ha tenido emociones de todo tipo: días en que los alumnos se encuentran motivados y días en que no les interesa, por ejemplo. Sin embargo, en las retroalimentaciones se han mostrado orgullosos de su avance y de lo bien que se sienten al aplicar el cálculo mental en otros temas de matemáticas, fracciones por mencionar alguno, lo cual ha impactado de manera positiva también en su autoestima.

Conclusiones

Con la presente intervención los alumnos han podido identificar fácilmente qué método de cálculo mental sería el más adecuado utilizar para la operación planteada. Por otra parte, se pretende que, mediante el conocimiento de estos métodos y de las estrategias aplicadas, el alumno logre comprender la importancia del cálculo mental y cómo realizarlo de manera

correcta y adecuada. Además, al término del análisis, mediante este proyecto se podrá conocer cuál es el método que prefieren utilizar los alumnos de entre los propuestos.

Enfocando la atención en el cálculo mental, en el diagnóstico se pudo observar la dificultad que tenían los alumnos en multiplicaciones que implican dos cifras y cuando no tenían terminación en cero, así como en las divisiones cuando se tenía que trabajar con números con decimales al momento de dividir entre dos. Una vez aplicado el examen final de cálculo mental, la disminución de errores en sumas y restas fue evidente, así como la visualización del uso de los métodos para resolver multiplicaciones, y aunado a esto el número de decimales en las divisiones entre dos.

Es importante recalcar que la comparativa entre el diagnóstico y el examen final de razonamiento fue satisfactoria, ya que estudiantes que en el diagnóstico no pudieron llevar a cabo algunas actividades ya sea porque creían que era complicadas o porque no entendían, en el examen final lograron resolverlas y a su vez mejoraron en el número de aciertos de las actividades que habían intentado realizar en el diagnóstico. En el caso de los estudiantes que hicieron la mayoría de las actividades, lograron disminuir sus errores. Esto significa que, aunque contestaron la actividad los errores aparecían, sin embargo, al final esos errores desaparecieron dejando solamente las respuestas correctas.

Una de las recomendaciones para que el proyecto pudiera ser replicable, es que el docente tendría que valorar si al grupo de alumnos donde lo desea aplicar cuenta con el conocimiento para realizar las operaciones básicas de manera escrita, aunado a esto es deseable que el docente aprenda primero los métodos para que así sea más fácil enseñarlos a sus estudiantes.

Para que la intervención puede ser replicada fácilmente, se diseñó un manual que puede ser utilizado por cualquier docente. El manual incluye las secuencias, así como todo el material e instrucciones para que pueda ser implementado por cualquier profesor.

La intervención se realizó con el objetivo de conocer si la enseñanza del cálculo mental puede ser una estrategia para fortalecer el razonamiento matemático. Hasta el momento, los resultados analizados de forma preliminar han mostrado que sí ayuda, por lo que estas actividades pueden ser utilizadas por aquellos profesores que deseen mejorar o fortalecer el razonamiento matemático de sus alumnos.

Referencias

- Cabanes, L. y Colunga, S. (2017). *La matemática en el desarrollo cognitivo y metacognitivo del escolar primario*. Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal.
- Carrillo, V. (2020). *Técnicas etnomatemáticas para el desarrollo del cálculo*. Tesis de maestría. Ecuador: Universidad Nacional de Chimborazo.
- Barraza, A. (2020). *Modelos de secuencias didácticas*. Universidad Pedagógica de Durango. México.

- Blume, F., Dresler, T., Gawrilow, C., Ehlis, A., Goellner, R. y Moeller, K. (2021). *Examining the relevance of basic numerical skills for mathematical achievement in secondary school using a within-task assessment approach*. Acta Psychologica, 215, 103289. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2021.103289>
- De la Peña, C., Fernández-César, R. y Solano-Pinto, N. (2021). *Attitude Toward Mathematics of Future Teachers: How Important Are Creativity and Cognitive Flexibility?* Front. Psychol., 12, 713941. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.713941>
- Hernández, G. (2008). *Los constructivismos y sus implicaciones para la educación*. Perfiles Educativos, XXX (122), 38-77.
- Gómez, B. (1994). *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: Un análisis en la formación de profesores*. Valencia, España: ProQuest.
- Quiroz, S. y Rodríguez, R. (2015). *Análisis de praxeologías de modelación matemática en libros de texto de educación primaria*. Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal. Educación matemática, 27 (3), 45-79.
- Rivas, M. (2008). *Procesos cognitivos y aprendizaje significativo*. Ministerio de Educación de Perú. Recuperado de <http://repositorio.minedu.gob.pe/handle/123456789/4809>.