La enseñanza de las matemáticas desde los modelos de Polya, Aproximativo y Japonés: un análisis desde el enfoque de resolución de problemas

Mitzi Karina Romo Padilla
Escuela Normal Rural "Justo Sierra Méndez"
mitzi.romo.mcfd2022@enrjsm.edu.mx
Raúl Bárcenas Ramírez
Escuela Normal Rural "Justo Sierra Méndez"
raul.barcenas@enrjsm.edu.mx

Área temática: Educación en campos disciplinares.
Línea temática: Educación Matemática.
Tipo de ponencia: Reporte parciales o finales de investigación

Resumen

El enfoque de las matemáticas centrado en la resolución de problemas entró en vigor en la educación básica en México desde el año de 1993 (Block y García, 2017), el cual se fundamenta en considerar los problemas como el medio y el fin en la construcción de conocimientos matemáticos, para ello, el alumno tendrá que emplear y desarrollar diversas habilidades, conocimientos y actitudes que le favorezcan desarrollar su pensamiento matemático. La resolución de problemas visto desde un enfoque didáctico reconfiguró el actuar del docente, al atribuirle el rol de guía y orientador del proceso de enseñanza y aprendizaje del alumno desde una mirada que contextualiza el proceso para encontrar soluciones. Sin embargo, a pesar de que la resolución de problemas ya tiene treinta años de ser vigente en la enseñanza de las matemáticas, su comprensión y aplicación en las aulas aún se observa lejana, al dejar ver una práctica basada aún en lo memorístico, repetitivo y aplicacionista. La presente investigación tiene como objetivo mostrar la metodología de enseñanza de tres modelos didácticos que han demostrado la utilidad para resolver problemas. Tras el análisis de contenido de diversas investigaciones realizadas empleando alguno de los tres modelos: Polya, Aproximativo y Japonés; se logró establecer su congruencia con el enfoque actual de las matemáticas, al converger en un proceso didáctico que favorece el enfoque de resolución de problemas desde su *modus operandi,* los cuales impactan en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el contexto de las matemáticas de la educación básica.

Palabras clave: enfoque pedagógico, didáctica, enseñanza de las matemáticas, modelos matemáticos.

Introducción

El enfoque de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica en México entró en vigor con los planes y programas de estudio de 1993, enfoque que actualmente es vigente, sin embargo sus orientaciones didácticas y principios pedagógicos no han logrado traducirse en la práctica profesional de los docentes. Actualmente el enfoque se fundamenta de acuerdo con la SEP (1993, 2011, 2017) en generar situaciones que lleven a enfrentar a los alumnos a la resolución de problemas, que pongan en juego diversidad de estrategias y soluciones personales. Para ello, los alumnos deben desarrollan habilidades cognitivas mediante una enseñanza efectiva que contextualice su aprendizaje, situándolos y dándoles sentido real a cada una de las situaciones de su vida cotidiana.

Diversas investigaciones en el campo de la didáctica de la matemática han dejado ver que existe una brecha entre lo que se propone en el enfoque vigente para la enseñanza de la matemática con lo que ocurre en la práctica cotidiana en las aulas, tal y como dice Charnay (1994); Chevallard, Bosch y Gascón (1997); Brousseau (2007); Chávez (2018), se reconoce que las formas o modelos de enseñanza que utiliza el profesorado están condicionados por la propia interpretación, la comprensión sobre la materia y la comunicación que se da entre docentes respecto a su creencia sobre el enfoque de la enseñanza. En este trabajo se considera que la elección adecuada del enfoque de enseñanza de las matemáticas repercute en los procesos de aprendizaje de los alumnos ya que uno u otro enfoque les puede resultar complicado, difícil o monótono como lo mencionan Gómez-Chacón (2003) y Martínez (2013).

Con base en lo anterior, surge la pregunta de investigación ¿De qué forma los tres modelos de enseñanza de las matemáticas: Modelo de Polya, Japonés y Aproximativo responden al enfoque pedagógico vigente de resolución de problemas en la educación básica?, la hipótesis que se plantea es que los tres método de enseñanza se apegan de manera efectiva al enfoque actual de la disciplina matemática que se basa en la resolución de problemas, y que es necesario acercar su metodología al profesorado para su implementación en las aulas de educación básica para lograr trascender a lo social favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos.

El objetivo de la investigación es hacer un análisis de los tres modelos de enseñanza de las matemáticas: Polya, aproximativo y Japonés para identificar su congruencia con la resolución de problemas conforme al enfoque pedagógico vigente en la educación básica.

Desarrollo

Desde el campo de la didáctica de las matemáticas se realizó una búsqueda con visión cualitativa y técnica de análisis de contenido en investigaciones teóricas, disciplinares y pedagógicas, tomando como primer descriptor de búsqueda la didáctica de las matemáticas en México, encontrando más de 20,000 artículos con datos empíricos de investigaciones en el nivel de secundaria, tras obtener diversos documentos teóricos, literarios y experimentales el segundo factor de búsqueda fue la resolución de problemas, recabando un poco más de 3900 resultados, siendo punto de análisis de la información de la amplia diversidad de métodos de enseñanza para la resolución de problemas en alumnos, se hizo énfasis en las investigaciones recientes que emplean alguno de los tres modelos de enseñanza: Polya, aproximativo y Japonés, para resolver problemas matemáticos.

Existe una brecha muy distante entre la forma de aprender matemáticas y la forma en que se enseña matemáticas, dos vertientes que, aunque deberían desembocar en el mismo camino, la mayoría de las veces terminan siendo opuestas, una se enfoca en las dificultades que presenta el alumno en su proceso de aprendizaje, y por otro lado, se presentan las formas de enseñanza, los modelos, así como los vacíos de una didáctica y todos los obstáculos que impiden que se logren los aprendizajes esperados en los alumnos.

La resolución de problemas se convierte en el eje principal de las matemáticas (Block y García, 2017), ya que el punto crucial de la materia es que el alumno pueda resolver una situación que implique desarrollar habilidades y emplear herramientas para la búsqueda de soluciones y obtener los resultados. En este sentido, recobra importancia la didáctica, la forma en que se enseñará y asumirán roles por pare del docente y del alumnado, ante los contenidos matemáticos a trabajar.

Se presentan a continuación las especificidades de los tres modelos de enseñanza de las matemáticas focalizando las ideas en su metodología, rol del alumno, del docente y condiciones de enseñanza y aprendizaje.

a) Modelo de Polya

Con la resolución de problemas matemáticos se desarrollan habilidades cognitivas como la reflexión, análisis y lógica para la toma de decisiones, generando una autonomía en el individuo que le permite ser parte de un proceso de metacognición, tomando sus errores, descubrimiento y experimentación como herramientas para identificar, construir, conllevar y evaluar sus procesos resolutivos mediante el uso del conocimiento ya adquirido.

Polya (1989), establece cuatro pasos que deben ser ejecutados respecto a una relación de proceso, tiempo y acción:

a. *Paso 1. Análisis y comprensión del problema*: Se refiere a la obtención de la información explicita e implícita tras el análisis de la problemática, el alumno debe comprender e identificar los datos que les sean necesarios para realizar sus conjeturas sobre formas de resolver la situación.

b. *Paso 2. Concebir un plan*. El alumno vincula el problema presentado con otras situaciones que haya vivido con anterioridad para relacionar datos, re-enunciar el problema y enunciar sub problemas, de aquí parte la reflexión profunda de conocimientos previos, en donde se evidencia la efectividad de los aprendizajes adquiridos.

c. *Paso 3. Ejecución del plan*. Implica hacer el registro y justificar todos los pasos a seguir, actuar con rigor, orden y precisión, se crea y se ejecuta un plan de acción. El alumno determina el camino correcto a seguir y a la par se hace una visión retrospectiva que inducen al razonamiento sobre los resultados que gradualmente se van descubriendo.

d. *Paso 4. Examinar la solución obtenida*. Es el análisis de la solución y el proceso, pensar e identificar otras formas de solución, generalizar los resultados y transferirlo al conocimiento nuevo.

El modelo hace énfasis en que el docente debe guiar el conocimiento del alumno mediante la demostración del mismo, es decir, es necesario dar ejemplos resolutivos empleando variables similares, analogías, términos que ya conoce y elementos que comprende; por su parte el estudiante debe familiarizarse con el problema y centrar su atención en él para estimular la memoria y comprensión.

Desde el modelo de Polya, es necesario descomponer y recomponer el problema de manera constante para llegar a la solución del problema; lo cual demanda la combinación de información, desordenar los procesos y cuestionar constantemente sobre lo que el estudiante sabe (realizando un diagnóstico de sus saberes), para permitir realizar una movilización al extraer de la memoria los elementos apropiados para generar un nuevo conocimiento.

El docente debe equilibrar su inferencia de los procesos de aprendizaje del alumno, puesto que no debe ayudarle a todo, pero tampoco debe estar ausente, es decir, el docente necesita dejar que el alumno realice la mayor parte del razonamiento, y solamente guiarlo a que descubra el conocimiento y que se concentre en la atención del objetivo.

b. Modelo aproximativo

El modelo aproximativo, es un método activo de enseñanza, basado en la construcción del saber desde el alumno quien es el que propone ideas para resolver un problema, el docente induce a su mejora mediante la modificación de sus aprendizajes.

Es importante que los problemas que se van a resolver tengan sentido para el alumno, según Charnay (1994), se debe considerar en dos niveles: externo (¿En dónde se utiliza esto? ¿En dónde no se utiliza?); e interno (¿Cómo y por qué funciona un algoritmo? ¿Por qué al usar el procedimiento llegamos al resultado?).

De acuerdo con Brousseau (2007), propone que el aprendizaje se realice mediante interacciones entre el alumno, el medio y el docente, conformando una triangulación para que el conocimiento sea verdaderamente significativo.

Cuando el alumno se enfrenta a conocimiento nuevo o desconocido su naturaleza le permite actuar con cuestionamientos o preguntas para ordenar los conocimientos que ya adquirió y conllevarlos a su límite de cognición, de esta forma comenzar a comprender lo que se le está enseñando; es por ello que la enseñanza pretende que el alumno sea quien construya preguntas que lo orienten en su aprendizaje, pero que éstas estén al dominio cognitivo del docente para que sea quién lo pueda orientar y que a su vez introduzca mediante sus respuestas al descubrimiento de los saberes necesarios. El modelo se centra en cuatro diferentes fases:

a. *Situación acción:* Proceso inicial en el que el alumno interactúa por primera vez con el nuevo conocimiento; el docente enfrenta al alumno a una problemática y éste prevé la solución, imagina la respuesta, poniendo a prueba su imaginación, creatividad, lógica y sus conocimientos previos.

   La situación es presentada sin la intención de que el alumno sepa que es un problema en donde se incluye algo para comprender y aprender, debe aperturar un proceso de acción, la estrategia es inducir a imaginar una respuesta, tal como funciona una adivinanza; los alumnos generan un resultado, pero no saben cuál es la respuesta exacta, al repetir y reformular la pregunta inicial varias veces permite al alumno comprender el objetivo e incluso comprender vocabulario técnico mínimo.

b. *Situación de formulación:* Corresponde a una fase colaborativa, en la que el sujeto pueda retomar el conocimiento, reconocerlo, identificarlo, descomponerlo, reconstruirlo en su dialecto, así entonces, el medio debe ser aspecto adaptativo ante involucrar la información y comunicarla. Los alumnos al dar su posible respuesta no tienen la convicción necesaria para justificar sus propios resultados, sin embargo están convencidos de que de todas las posibles respuestas no son plausibles, reflexionan sobre los posibles procedimientos a seguir que se han emitido, mediante estimación, calculo o razonamiento accionan.

c. *Situación de validación:* Es la vinculación de forma segura con un conocimiento a un campo de saberes ya establecidos, pero se antevienen relaciones entre el saber y el medio. Es importante que antes de corroborar y validar las respuestas ante las preguntas, el docente realice preguntas de motivación (Por ejemplo: ¿Estás seguro de tu respuesta? ¿Piensas que tu resultado es correcto? ¿Por qué?) esperando que el alumno explique el procedimiento que utilizó, el docente emplea los resultados emitidos provocando que el alumno los compruebe y justifique como correctos, en esta interacción el docente es neutro, no debe reflejar el éxito o fracaso del alumno.

   Tras el análisis de la situación se da una propuesta de solución y se pone a prueba mediante el ensayo y el error, enseguida se da una puesta en común de las ideas obtenidas de los demás compañeros para enfrentase a una nueva que obstaculice el proceso (confrontar y transformar sus ideas con la de los demás), demandando en todo momento el desarrollo de habilidades matemáticas cognitivas (observación, interpretación, deducción, lógica, comprensión, análisis de información, etc.).

d. *Institucionalización:* Es la devolución que el docente realiza, que permite al alumno darle sentido al conocimiento; es el momento en donde se evalúa y comprueba si los alumnos han aprendido o lo que les falta aprender, aspecto que el docente promueve. La institucionalización es encontrar en los conocimientos aprendidos un sentido cultural y social, que tengan una formulación y una prueba contextualizada.

En la devolución e institucionalización el docente debe tener en cuenta que alumno estará seguro, porque está emitiendo respuestas, por lo que es necesario aprovechar cada idea que tienen para hacerlas parte del ambiente de aprendizaje, asimismo, procurar mostrar los métodos correctos que conllevan a encontrar los resultados.

El modelo aproximativo se apertura en una reflexión sobre el impacto de una didáctica que se ha enfocado en estar más allá de la producción matemática, que como materia misma es vista como la situación didáctica en que se le da solución a los problemas de la vida, no basta con que un individuo pueda encontrar el resultado, sino que hace una triangulación entre el alumno, el maestro y el saber.

c. Modelo Japonés

La enseñanza que se globaliza en Japón tiene como principio fundamental el propiciar un aprendizaje efectivo con la enseñanza enfocada en aprender a aprender matemáticas, vista como una ciencia de patrones ocultos. Al alumno, partiendo de lo que ya sabe y de su desarrollo cognitivo, se le enseña y orienta a que descubra por sí mismo el funcionamiento de los números y las relaciones que se establecen entre ellos, de tal forma que progresivamente se van adquiriendo representaciones que ayudan a que se comprendan los temas, partiendo desde sus conocimientos previos conduce su lógica para la comprensión y deducción de los resultados. Con lo anterior se crea una motivación implícita, que es punto crucial para que el estudiante siga avanzando.

Como principal sugerencia está que se comience con la presentación de una situación matemática no contextualizada, que sea representativa en donde el alumno identifique los algoritmos y refleje el dominio que tenga de los contenidos, es en este momento en donde el maestro se dará cuenta de las adecuaciones que debe realizar respecto al nivel cognitivo que el estudiante domina. La importancia de escuchar las inferencias de los alumnos, radica en el potencial de elegir las preguntas, las cuales son guía y prioridad antes de impartir la clase (Cedillo, et al. 2012).

Para implementar el modelo Japonés, se proponen cinco fases, con base en roles del docente y del alumnado:

a) Presentación del problema.

- Participación docente: Presenta el problema sin hacer explícito el objetivo de la clase. Escucha las ideas de los alumnos.
- Participación alumnado: Abordan la tarea, pero no necesariamente conocen el objetivo de la clase.

b) Resolución y predicción de la solución.

- Participación docente: Guía a los alumnos para que reconozcan el objetivo.
- Participación alumnado: Tienen expectativas, conocen el objetivo de la clase, reconocen tanto los datos como las incógnitas, de qué se trata el problema y proponen ideas para abordarlo.

c) Resolución grupal / resolución independiente.

- Participación docente: Apoya el trabajo individual. Sugiere ideas a los alumnos que tienen dificultades mediante preguntas reflexivas. Hace monitoreo en el aula.
- Participación alumnado: Tratan de resolver el problema con las ideas que compartieron. Establecen relaciones entre lo conocido y lo desconocido y tratan de representarlas en diferentes formas. Explican cada acercamiento y los comparan relacionando lo conocido con lo desconocido. Se comunican para entender las ideas de los demás considerando sus acercamientos.
- Participación docente: Guía la discusión con base al objetivo de la clase.

Se divide en niveles:

Experto: Propician que los alumnos den tantas respuestas como sean posibles, los maestros son receptivos a las ideas y tratan de aprovechar cada una.

Resolución de problemas: El maestro anticipa un plan considerando la posible discusión que se dará en clase.

Dialéctico: el maestro y alumnos comparan ideas valiosas para el pensamiento matemático, comparan y retroalimentan fructíferamente las inferencias.

e) Resumen / aplicación y posteriores desarrollos

- Participación docente: Guía la reflexión de los alumnos.
- Participación del alumnado: Reorganizan lo que aprendieron durante la clase; valoran sus logros, formas de razonamiento e ideas.

Desde un proceso de comparación entre modelos de enseñanza, se reconoce que coinciden en diversos procesos, como el que el alumno comienza con identificar y comprender el problema a solucionar desde el inicio, para ello es necesario que el docente, mediante su rol orientador, proponga situaciones contextualizadas para familiarizar el contenido nuevo y el ya aprendido. La socialización toma protagonismo en cada proceso, así como la comunicación de los resultados para la debida retroalimentación, tanto de los pares como del experto (docente), procurando que el estudiante en todo momento sea consciente del progreso que tiene. En la tabla número 1 se muestra un comparativo de los tres modelos a partir del tipo de estrategias que utiliza el docente (su rol), las habilidades que favorece en el alumno, y las condiciones de contexto en torno al aprendizaje.

Tabla 1. Comparativa general entre Modelo Polya, Modelo Aproximativo y Modelo Japonés

Modelo/ Rasgos	Uso de estrategias resolutivas	Desarrollo de habilidades cognitivas	Contextualizar el aprendizaje
Modelo Polya	El docente guía al alumno a centrar su atención en el objetivo, mediante demostraciones o uso de variables similares, lo orienta a generar procesos resolutivos, generalizar resultados y transferir el conocimiento.	Con la imitación y práctica se favorece la memoria y la comprensión, así como la selección de información útil para llegar a los resultados.	Empleo de analogías o situaciones que previamente ya se han vivido.
Modelo Aproximativo	Construcción del saber desde el alumno. Mediante cuestionamientos se orienta el proceso de aprendizaje.	Reflexión deductiva desde la comprensión y la lógica con la percepción del estudiante. Favoreciendo la comprobación, justificación, estimación, cálculo, análisis y razonamiento.	Basado en la triangulación entre el alumno, el medio y el docente, se presentan problemáticas que sean de interés para el alumno
Modelo Japonés	Es el aprendizaje basado en el aprendizaje de las matemáticas. Se orienta al alumno a comprender el funcionamiento de los números, patrones ocultos y las relaciones entre los algoritmos.	Promueve la comprensión y deducción de los resultados, así como la percepción, justificación, argumentación, autonomía, deducción y evaluación.	El alumno comprende el funcionamiento de las matemáticas, la motivación debe estar activa en todo momento, entonces cuando el alumno se enfrenta a otra problemática, el conocimiento y la asociación del mismo cobrará sentido.

Nota: Elaboración propia a partir de McLeod (1989, p. 12) citado en Blanco (2015).

La afectividad que manifiesta cada uno de los modelos en los procesos de enseñanza son fundamentales para que un alumno quiera ser parte de un proceso de la resolución de un problema y que tenga disposición para generar nuevo conocimiento; constantemente este vínculo se rompe cuando el alumno es centrado sólo en el algoritmo, cuando sus conocimientos anteriores dejan de ser relevantes, porque es necesario un proceso más avanzado, esto genera desmotivación, estrés, presión, ansiedad y sobre todo pérdida de interés al creer que el problema está fuera de su alcance.

Una de las finalidades de enseñar y aprender matemáticas es que el individuo logre resolver problemas de manera autónoma. Cuando el estudiante logra hacer inferencias sobre un contenido, aplicarlo para resolver una situación y puede hacer conjeturas reflexivas para sustentar su respuesta está reflejando que sabe cómo aprender matemáticas y que tuvo una enseñanza efectiva para lograrlo.

Conclusiones

Tras el análisis del contenido, resultó que los tres modelos matemáticos coinciden con el enfoque actual de las matemáticas, favoreciendo el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas matemáticos, cumpliendo cuatro funciones esenciales respecto al enfoque: 1) centran el protagonismo en el alumno; 2) interactúan y dialogan con el problema; 3) establecen comunicación entre pares y/o grupo; y 4) procuran que el docente asuma el rol de guía.

Para su correcta implementación, es necesario que cada modelo cumpla condiciones específicas:

- En el Modelo de Polya: vincula situaciones experimentadas por el alumno que se asemejen a las que están por resolver, desarrollando algoritmos resolutivos para fomentar el análisis, la memorización y la comprensión de la información.
- El Modelo Aproximativo: exige motivar la reflexión deductiva, la comprensión y lógica, crear una relación con el contexto fomentado el trabajo colaborativo mediante la argumentación al validar sus conclusiones.
- El Método Japonés: requiere la cercana relación entre el alumno y la materia, recuperando conocimientos previos, analicen, comparen información, argumenten y comuniquen los resultados, usando herramientas tecnológicas o didácticas como parte de una enseñanza.

Existen diferencias en las condiciones que cada modelo requiere para su implementación, al intervenir variables como: contexto escolar, social, familiar, personal, intereses de los alumnos, materiales didácticos, organización del grupo y la forma de intervención docente; sin embargo, cada uno de ellos se focaliza en que los alumnos aprendan a resolver problemas desde el pensamiento matemático, dándole al alumno un rol activo, para que ensaye, pruebe, dialogue, se equivoque, comunique, interactúe y exprese sus ideas matemáticas de manera oral y escrita, mientras que el docente presenta el problema, observa, monitorea, cuestiona y organiza las ideas de los alumnos para generar explicaciones al final de las sesiones de matemáticas, nunca al principio.

Comprender sus diferencias y forma de aplicación genera beneficios para el logro de los aprendizajes, lo que hace importante que el docente se familiarice con ellos y los emplee según sus condiciones para trabajar el enfoque de resolución de problemas en la educación básica.

Las y los profesores de educación básica, tienen opciones metodológicas (modelos) para enseñar matemáticas con base en el enfoque de resolución de problemas, y con ello transformar su práctica para favorecer en los niños un pensamiento matemático que contribuya a formarlos como mejores personas y ciudadanos, dejando de lado, creencias respecto a que el problema actual de las matemáticas radica en los problemas cognitivos, emocionales y psicológicos de los niños, para centrarlo en un problema de enseñanza que radica en la didáctica de la matemática: que el docente sepa cómo enseñar matemáticas haciendo uso de los resultados de las investigaciones y de la experiencia que construyen día con día.

Referencias

Álvarez-Gayou, J. L. (2012). Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología. Paidós Educador. México, Buenos Aires, Barcelona.

Blanco, J. (2015). Resolución de problemas de matemáticas: Aspectos cognitivos y afectivos. En Blanco, L., Cárdenas, J. y Caballero, A. (Ed. 1ª.). *La resolución de problemas de matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria.* (pp. 11-23). Editorial Universidad de Extremadura. Cáceres (España)

Block, D. y García, S. (2017). *La enseñanza de las matemáticas en primaria y las reformas educativas en México.* Poniéndose al día, pp. 66 – 77. Mayo agosto 2017. En: http://www.sev.gob.mx/upece/wp-content/uploads/2018/09/1.2-La-ense%C3%B1anza-de-las-matematicas-en-primaria-y-las-reformas-educativas-en-M%C3%A9xico.pdf

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* (1ª ed). Libros del Zorzal.

Castro, E. y Castro, E. (2000). Representaciones y modelización. En Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M. y Socas, M. (Ed. 2ª). *La educación Matemática en la enseñanza secundaria.* (pp. 95 - 122). Editorial Horsori.

Cedillo, T., Isoda, M., Chalini, A., Cruz, V., y Vega, E. (2012). *Matemáticas para la Educación Normal. Guía para su aprendizaje y enseñanza de la aritmética.* SEP, México. (Ed. 1ª).

Charnay, R. (1994). Aprender por medio de la resolución de problemas. En Parra, C., Saiz, I., Santaló, L., Gálvez, G., Brousseau, G., Lerner, D., Sadovsky. (Ed. 1ª). En: *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones.* (51-65). Ediciones Paidós Educador.

Chávez, Y. (2018). *Marco de referencia para el diplomado en enseñanza de las matemáticas.* Diplomado de matemáticas 2018-2019. Instituto de Educación de Aguascalientes.

Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* (Ed. 1ª). Ediciones Horsori Apart.

Gómez-Chacón, I. (2003). *La tarea intelectual en matemáticas. Afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias.* Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, vol. X, No. 2, pp. 225-247.

Martínez, O. J. (2013). *Las creencias en la educación matemática*. Educere, vol. 17, núm. 57, mayo-agosto, pp. 235-243 Universidad de los Andes Mérida, Venezuela. En: https://www.redalyc.org/pdf/356/35630152008.pdf

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas.* Editorial Trillas.

SEP (1993). *Plan y programas de estudio 1993. Educación Básica*. Secundaria. México. D.F.

SEP (2011). *Plan de estudios 2011. Educación básica.* México. Dirección General de Desarrollo Curricular, Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública. México. D.F.

SEP (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral en la Educación B*ásica. Secretaria de Educación Pública (Ed. 1ª). México.