



DIFICULTADES ASOCIADAS A LA ACCIÓN DE DESPEJE EN ALUMNOS DE PRIMERO DE SECUNDARIA AL ENFRENTARSE A SITUACIONES ALGEBRAICAS

María Fernanda Hernández Granados

Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro "Andrés Balvanera"
192204160000.qro@gmail.com

María del Carmen Fajardo Araujo

Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro "Andrés Balvanera"
maria.fajardo@normales.mx

Área temática: Educación en campos disciplinares

Línea temática: Educación matemática

Tipo de ponencia: Intervención educativa sustentada en investigación



Resumen

El estudio formal del álgebra en la educación básica en México se inicia en primer grado de secundaria y se espera propiciar procesos para el desarrollo de habilidades cognitivas como clasificar, analizar, inferir, generalizar, así como abstraer, mediante el razonamiento inductivo y deductivo. Una de las acciones que se invisibilizan en la enseñanza y aprendizaje del álgebra es el *despeje*. En este trabajo se relacionan los tres usos de la variable apoyados de procesos matemáticos significación, representación, particularización y generalización con la intención de favorecer el tránsito aritmético al algebraico y que esto tenga un impacto en la acción de despeje. Desde un enfoque cualitativo con método de estudio de casos se aplicaron tres instrumentos para identificar las dificultades que los alumnos presentan en situaciones algebraicas. Se encontró que mayormente los problemas fueron de tipo semántico y sintáctico para la aplicabilidad en la acción de despeje.

Palabras clave: Álgebra, educación básica, enseñanza de las matemáticas.

Introducción

Algunas de las dificultades para enseñar matemáticas en el nivel medio básico pueden tener su origen en las creencias y actitudes negativas que manifiestan los alumnos, ya que consideran a las matemáticas como carentes de relación con la realidad, que son abstractas e invariables. La actividad matemática en la educación básica en México, tiene la finalidad de propiciar procesos para el desarrollo de habilidades cognitivas como clasificar, analizar, inferir,

generalizar y abstraer, mediante el fortalecimiento del pensamiento lógico, el razonamiento inductivo, deductivo y analógico (SEP, 2017).

Uno de los tres ejes en que se organizan los contenidos curriculares de matemáticas para la educación básica del Plan y programa 2017 es el de “número, álgebra y variación”, que en el caso de la educación secundaria incorporan herramientas algebraicas tanto para generalizar, como para representar situaciones y resolverlas. Lo anterior demanda el aprendizaje de conceptos propios del álgebra como el uso de variables en diferentes contextos para la modelación, así como la solución de problemas.

El tránsito de la aritmética al álgebra se da en primer año de educación secundaria y las dificultades de este cruce han sido estudiadas ver por ejemplo, algunos trabajos de Butto y Rojano, 2004; Cañadas, Castro y Castro, 2007; Ursini, 2019; Warren, Trigueros y Ursini, 2016. Una de las acciones que se invisibilizan en la enseñanza y aprendizaje del álgebra es el despeje cuya definición es imprecisa, pues se ha encontrado en el discurso de los alumnos que el despeje no es otra cosa que *dejar sola a la x*, sin embargo, en el despeje subyace un dominio en la aplicación del inverso aditivo y multiplicativo para la resolución de ecuaciones.

Para la etapa final de la licenciatura en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en secundaria Plan 2018 que se imparte en las Normales mexicanas, se espera que el futuro profesor permanezca en la escuela secundaria durante los semestres séptimo y octavo de manera que se fortalezcan y concreten las competencias genéricas, profesionales, así como disciplinares (SEP, 2021). Para el cumplimiento de lo anterior se trabajó con un grupo de primer grado de secundaria general donde se detectaron dificultades en los alumnos para encontrar el valor de la incógnita en ecuaciones lineales. Debido a lo anterior, se plantearon dos preguntas, la primera referida a identificar en situaciones algebraicas otros obstáculos en la acción de despeje y puesto que, los alumnos de primer grado tienen su primer acercamiento formal al álgebra, cómo es posible establecer conexiones aritmética-álgebra a partir de procesos de generalización, particularización, representación y significación.

Desarrollo

Las matemáticas para muchos alumnos de secundaria, carecen de sentido porque las consideran inservibles en la realidad inmediata, en el caso de álgebra se enseñan e intenta que se aprendan, a veces de forma inmediata, un conjunto de reglas para operar los símbolos algebraicos (sintaxis matemática), sus diferentes significados, así como su aplicación en diversos contextos (semántica). De acuerdo con Pimm (1990) los estudiantes no están familiarizados con las transformaciones estructurales que ocurren de la aritmética estudiada durante un largo período, al álgebra que acaban de conocer.

El álgebra en el ambiente escolar menciona Ursini, Fortino, Montes y Trigueros (2005) implica la introducción de símbolos literales o variables que representan números. Los alumnos ante

la falta de significación de los usos de la variable comenten errores. Las autoras mencionadas propusieron un modelo con los usos más frecuentes de las variables (denominado Modelo 3UV). La variable como incógnita específica que implica la distinción de situaciones con cantidades desconocidas y que estas puedan ser representadas simbólicamente, además de comprobar que los valores encontrados satisfacen la ecuación. La variable como número general comprende el desarrollo de la capacidad para reconocer patrones, representarlos simbólicamente y establecer una regla o expresión general. La habilidad para trabajar con situaciones cuya relación entre cantidades está determinada por el cambio de estas, además identificar la representación de una relación funcional, a este uso se le denomina variable como relación funcional.

El modelo de las 3UV involucra la simbolización, representación, particularización y generalización por lo que, se recurrió a los procesos matemáticos duales planteados en el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición en Instrucción Matemáticas, EOS, para caracterizar dichos procesos. El EOS considera que un proceso matemático es la respuesta a una demanda dada (Font y Rubio, 2017). En este trabajo el proceso de *representación* está relacionado con el proceso de *significación*, en conexión con la enseñanza y aprendizaje, se interpretan como una construcción matemática que puede representar generalmente situaciones mediante símbolos, obedeciendo ciertos axiomas o conforme a definiciones precisas.

El proceso *representación-significación* incluye las construcciones matemáticas que pueden representar aspectos de situaciones en el entorno físico, en donde a partir de un sistema de lenguaje se plantea un problema y se discute con énfasis en las características estructurales sintácticas y semánticas.

La *generalización* se considera como una regla que involucra elementos particulares a los cuales representa, por lo que el proceso de *particularización* refiere a ejemplos específicos pertenecientes a una gama más amplia (*generalización*), por lo tanto, se consideran procesos complementarios.

Los procesos de *representación*, *significación*, *particularización*, *generalización* permiten sobrellevar los procesos matemáticos implicados en el tema de ecuaciones, de tal forma que a partir de la *significación* el alumno comprenda y atienda desde una perspectiva sistémica, las prácticas matemáticas involucradas, y en función de la *representación*, este podrá incorporar un lenguaje matemático/algebraico que le permitirá representar situaciones problemas mediante un sistema matemático (*particularización* y *generalización*), por ejemplo, la formulación de ecuaciones lineales.

El método que se utilizó para este trabajo fue el de estudio de caso, porque de acuerdo con Flores (2007) supone el estudio intensivo de uno o varios individuos o de un grupo en un momento particular o sobre un largo periodo de tiempo. El método también busca identificar factores causales y datos explicativos de síntomas o patrones de conducta y en ámbito educacional permite precisar los problemas y condiciones de un fenómeno para posteriormente

transformarlo, en este caso lo referente a las dificultades que los alumnos de primer grado de secundaria presentan en tareas algebraicas.

El contexto donde se desarrolló la intervención durante los dos últimos semestres de la formación inicial fue el grupo C de primer grado de la Escuela Secundaria Anexa a la Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro “Andrés Balvanera”, el cual consta de 37 alumnos, quienes oscilan entre los 11 y 12 años.

La recogida de información se llevó a cabo en varios momentos con diferentes instrumentos, el primero un diagnóstico con el fin de identificar los aprendizajes previos de los estudiantes con respecto al tema de ecuaciones, a través de los tres usos de la variable (incógnita, número general y relación funcional). Se aplicó el diagnóstico con tres preguntas extraídas de los libros de texto de quinto (Figura 1) y sexto de primaria, debido a que en este nivel educativo se sientan las bases para el trabajo posterior en álgebra.

Figura 1. Pregunta de diagnóstico sobre uso de la variable como relación funcional

1. Luisa trabaja en una fábrica de camisas. Para cada camisa de adulto se necesitan 15 botones. Ayúdenle a encontrar las cantidades que faltan en la siguiente tabla. Después, contesten las preguntas.

Camisas de adulto					
Cantidad de camisas	1	6	14	75	160
Cantidad de botones	15				

Nota extraído del libro de texto gratuito para el alumno *Desafíos matemáticos* quinto grado.

El segundo instrumento de recogida de datos correspondió a un conjunto de situaciones referentes a los temas enlistados considerados como prerrequisitos para el trabajo en el tema de ecuaciones lineales.

- Ley de signos
- Lenguaje algebraico
- Expresiones algebraicas
- Términos semejantes
- Reducción de términos semejantes

f. Inversos aditivos y multiplicativos

La prueba constó con doce reactivos con los prerequisites mencionados cuya intención era categorizar los errores que presentan los estudiantes en aquellos aprendizajes previos al tema de ecuaciones lineales.

El último instrumento de recolección de información incluyó once preguntas relacionadas al tema de ecuaciones, haciendo énfasis en el formular y resolver las mismas, dos de las preguntas correspondían a la definición de conceptos, como qué es una ecuación y qué es despeje. En este instrumento se clasificaron las preguntas conforme a los procesos matemáticos a promover (significación, representación, particularización, generalización), por ejemplo, en el caso de la significación-representación el cuestionamiento estuvo en función de plantear y resolver una ecuación a partir de un enunciado sobre “adivinar el número”.

Los resultados del diagnóstico, el primer instrumento de recogida de información, evidenció la dificultad de los alumnos para trabajar la variable como número general, entre las incidencias están el mal conteo de los objetos y de la aplicación de fórmulas según el método empleado por el alumno.

La tipología de errores explorada en el segundo momento de la recolección de información mostró que los alumnos ante la solicitud del lenguaje algebraico emplearon lenguaje natural y operaciones propias de la aritmética. Omiten el signo en operaciones algebraicas, así como la componente literal Socas, Camacho, Palarea y Hernández, (1996), Socas (2011) menciona que esto corresponde a un error de procedimiento donde los estudiantes adaptan una regla a operaciones donde el resultado no es válido. Finalmente, los alumnos expusieron dificultades al no diferenciar el inverso multiplicativo del inverso aditivo, que repercutirá en la resolución de ecuaciones.

Los resultados del último instrumento con presencia de ciertos procesos matemáticos que ayudarían al aprendizaje de álgebra, advirtieron una ausencia en la representación-significación de la variable como cantidad desconocida, por lo que la representación usada por los alumnos carece de características sintácticas y semánticas propias del álgebra. En cuanto al proceso de generalización se utilizó una situación de reconocimiento de regularidades para encontrar los términos siguientes (proceso de particularización) hasta el enésimo (proceso de generalización), pero los alumnos no lograron ver lo general en los casos particulares.

Debido a que en el último instrumento de recogida de información se incluyeron dos preguntas sobre definición de conceptos llamó la atención que predominó para qué es despeje, el uso de la expresión *dejar sola a la x*. En el caso de la cuestión qué es una ecuación, los alumnos respondieron que refiere a una igualdad donde aparecen una o varias operaciones para encontrar una incógnita, aunque esto no se traslada al planteamiento y resolución de ecuaciones lineales para hallar el valor de la incógnita.

Conclusiones

Para atender a la problemática sobre el planteo y resolución de ecuaciones en alumnos de primer grado de secundaria, se formularon dos preguntas, la primera referida a identificar en situaciones algebraicas obstáculos en la acción de despeje y la segunda, cómo es posible establecer conexiones aritmética-álgebra a partir de procesos de generalización, particularización, representación y significación. Puesto que los alumnos de primer grado inician su estudio del álgebra fue preciso incluir un conjunto de procesos matemáticos, así como conocimientos sobre la forma de operar y representar cantidades, esto para atender lo propuesto por el Plan y programa 2017 para la educación básica en el área de matemáticas, que es generalizar (proceso matemático) y expresar simbólicamente (proceso de representación) propiedades de los números y las operaciones, además de la adquisición de técnicas y métodos algebraicos. Para esto último los prerrequisitos resultaron favorecedores en cuanto al reconocimiento de los temas por parte de los alumnos.

Las dificultades que los estudiantes enfrentaron en la acción de despeje fueron de tipo sintáctico por el nulo empleo de reglas algebraicas, luego sin reconocimiento de la diversidad de significados, entonces los procesos matemáticos de significación, representación, particularización y generalización apoyan los usos de la variable que a su vez se soporta en los prerrequisitos. Ante el predominio en el despeje como “dejar sola a la x ”, sin tomar a consideración que subyacen los prerrequisitos resulta conveniente fortalecer gradualmente los procesos matemáticos que involucren mayores elementos de los temas soporte o prerrequisitos. Finalmente, la acción de despeje constituye un elemento trascendental en el desempeño algebraico del alumno porque será empleado en otros temas como el cálculo de diferentes magnitudes no sólo en matemáticas, sino en áreas como la química y física. También es posible desde los niveles de algebrización propuestos por Godino, Aké, Gonzato, Wilhelmi, (2014) monitorear la evolución algebraica de los alumnos.

Referencias

- Butto, C., & Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento. *Educación Matemática*, 113-148.
- Cañadas, M., Castro, E., & Castro, E. (2007). *Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3° y 4° de la ESO en el problema de las baldosas*. Tenerife: SEIEM.
- Flores, J. (2007). *El estudio de casos una estrategia didáctica siempre vigente*. Perú: Plasmagraf.
- Font, V., & Rubio, N. (2017). *Procesos matemáticos en el enfoque ontosemiótico*. Obtenido de Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos: enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html
- Godino, J., Aké, L., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 199-219.

- Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.
- SEP. (2013). *Desafíos Matemáticos quinto grado*. México: SEP.
- SEP. (2013). *Desafíos Matemáticos sexto grado*. México: SEP.
- SEP. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral, Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y Programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. México: SEP.
- SEP. (2021). *Dirección General de Educación Superior para el Magisterio*. Obtenido de Práctica profesional y vida escolar. Aprendizaje en el servicio: <https://dgesum.sep.gob.mx/planes2018>
- Socas, M. (2011). La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 5-34.
- Socas, M., Palarea, M., Camacho, M., & Hernández, J. (1996). *Iniciación al álgebra*. España: Síntesis.
- Trigueros, E. W., & Ursini, S. (2016). Research on the learning and teaching of algebra. *The second handbook of research on the psychology of mathematics education*, 73-108.
- Ursini, S. (2019). O trabalho dos estudantes da escola média com variável algébrica: uma comparação entre a Itália e o México. *Educação Matemática Pesquisa :Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*.
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D., & Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa*. México: Trillas.