Heurísticas de los Docentes de Matemáticas de Bachillerato para la Resolución de Problemas

Liliana - Marín - Rodríguez
marinliliana934@gmail.com

Área temática: Educación en campos disciplinares.
Línea temática: Educación Matemática
Porcentaje de avance: 60%
a) Trabajo de investigación educativa asociada a tesis de grado
Programa de posgrado: Doctorado en ciencias de la educación, segundo semestre.
Institución donde realiza los estudios de posgrado: Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México

Resumen

El presente documento muestra el avance de investigación desarrollado en el marco del programa del Doctorado en Ciencias de la Educación en el Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México (ISCEEM). Dicha investigación, tiene como objetivo explicar las construcciones heurísticas de docentes de matemáticas en bachillerato al resolver problemas con triángulos. Es un trabajo de corte cualitativo, cuyo método es el estudio de caso. El cual está integrado por cinco profesores de matemáticas del turno vespertino de una preparatoria oficial en Toluca, Estado de México. Para cumplir con el objetivo planteado, se proyecta aplicar entre los docentes seleccionados, un instrumento que contenga tareas matemáticas relacionadas con triángulos. A partir de los datos emanados, realizar entrevistas semiestructuradas y así obtener información que de muestra de las heurísticas que construyeron al interactuar con dichas tareas.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas, docencia, educación media, geometría

Introducción

La resolución de problemas es una actividad que ejecutan las personas como parte de su vida cotidiana, donde la intuición, la creatividad y el descubrimiento, tienen más cabida de lo que se piensa. La presente investigación tiene como objetivo explicar cómo construyen los docentes de matemáticas de bachillerato sus heurísticas para la resolución de problemas con triángulos. El interés por realizar dicho trabajo nace de mi experiencia como estudiante de maestría donde tuve la oportunidad de compartir con compañeros docentes de distintos niveles educativos, un seminario de matemáticas.

Con respecto a lo anterior, durante las clases se proponían estrategias para resolver problemas. Llamando mi atención, que mientras que los docentes de bachillerato nos centrábamos en lo lógico-deductivo, las compañeras profesoras de los primeros niveles escolares, proponían estrategias creativas desde la intuición, que en repetidas ocasiones, daban respuesta al problema planteado. En consecuencia, esto me llevó a reflexionar que si bien, las matemáticas como parte del conocimiento, surgen como un medio para entender y explicitar al mundo, por lo que se usan para obtener resultados sobre situaciones reales, no están limitadas al pensamiento lógico-deductivo, lo que abre un espacio a la intuición.

Tal vez, para algunos hablar de intuición dentro de la enseñanza de las matemáticas parezca poco riguroso y sin peso, pero no olvidemos que los grandes descubrimientos matemáticos, nacieron de la intuición y de la creatividad de pensadores, que como todos en el proceso de búsqueda tuvieron aciertos y desaciertos. A su vez, en el ámbito escolar, conforme se avanza en los niveles educativos, en específico en el campo de las matemáticas, el enfoque intuitivo, creativo y de descubrimiento se va volviendo tenue. Por lo que, al llegar al bachillerato, pareciese que todo se desarrollara en lo procedimental, como en una receta rigurosa e inflexible.

De tal forma, que esta situación termina siendo poco motivadora para los estudiantes al aprender matemáticas. Sin embargo, es de reconocer que son los docentes quienes trasmiten en los estudiantes el gusto por crear, por aprender, por descubrir, por resolver problemas; quienes enseñan considerando, que toda idea, aun aquellas que pareciesen poco ortodoxas, pueden ser el inicio de una serie de conjeturas que conduzcan a la solución de un problema. Sin embargo, no todos los docentes de matemáticas comparten el enfoque de descubrimiento creativo, y no solo porque no quieren hacerlo sino porque, ellos mismos no aprendieron dentro de este paradigma.

No obstante, cada persona al resolver problemas de la vida cotidiana crea sus propios cursos de acción. Lo cual no es ajeno a los docentes de matemáticas de bachillerato. Por lo que el supuesto de esta investigación refiere a que realizar una introspección en las tareas matemáticas que resuelven los docentes, permitirá explicar los cursos de acción que construyen en la elección de conocimientos, reglas, consejos, procedimientos, filtros, etc., que les sirven como marco para la toma de decisiones sobre los caminos a seguir para solucionar un problema. En el mismo orden de ideas, es de considerar que el interés por el análisis de acciones intuitivas para la resolución de problemas, consideradas como consejos, atajos, conjeturas y demás artilugios para lograr una meta no es nuevo.

Dado que, personajes como Guzmán (1991), Romanycia & Pelletier (1985), Santos Trigo (2008) y Schoenfeld (1994), ya se han ocupado de ese tema. Sin embargo, es el matemático Polya (1997), quien con su obra: How to solve it, impulsara el estudio de las heurísticas para la resolución de problemas. Las heurísticas implican la conciencia del propio pensamiento, pues están estrechamente ligadas a la creatividad y al descubrimiento, si bien no se apartan totalmente de lo lógico, pero se apegan más a la experiencia. De tal forma, que las heurísticas reflejan el comportamiento humano frente a los problemas.

Por otro lado, el interés en los triángulos radica en que son figuras geométricas fundamentales y ampliamente utilizadas en diversas áreas del conocimiento, pues son elemento base de la geometría. A partir de ellos se establecen muchas de las propiedades y teoremas fundamentales que se aplican en dicha disciplina. Comprender los triángulos permite adentrarse a otros conceptos y principios geométricos. Pues al estudiarlos, es posible analizar formas y estructuras en el espacio. Por tanto, reflexionar en el papel de los triángulos en la resolución de problemas es fundamental para abordar situaciones complejas y encontrar soluciones (Dubno, 1994).

Aunado a lo anterior, en cuanto al papel de las heurísticas en la resolución de problemas con triángulos, estas pueden ayudar a identificar patrones, simplificar cálculos y descubrir elementos geométricos. En general, la resolución de problemas con triángulos también requiere hacer uso de la intuición y la creatividad para explorar diversos caminos de solución (Coxeter, 1969). Dado lo anterior, con la realización de esta investigación se pretende abordar dos aspectos, el primero de ellos adentrarse en las acciones y actitudes que ponen en juego los docentes de matemáticas de bachillerato al resolver problemas con triángulos.

Por lo cual, se analizarán y describirán las heurísticas con las que responden a problemáticas presentes en diversos contextos. El segundo aspecto radica en la recolección de información, que posteriormente permita proponer algunos referentes que sirvan a otros docentes y a estudiantes, para ser retomadas como sugerencias heurísticas. Así surge la pregunta de investigación: ¿Cómo construyen los docentes de matemáticas de bachillerato sus heurísticas para la resolución de problemas con triángulos?

Desarrollo

En cuanto a la información de carácter teórico que permite comprender las categorías de estudio: resolución de problemas, heurísticas y triángulos, se tiene que: con los aportes de Lester (2013), Polya (1997), Schoenfeld (1994) y Santos Trigo (2008), entre otros, se discuten temas como problema, problema escolar matemático y resolución de problemas. En cuanto a las heurísticas, se definen conceptos relevantes, como el significado y clasificación de las mismas, relativos a los aportes de Ernest (1991), Lester (2013) y Polya, (1997), entre otros. Con los triángulos sirvan de referentes Baldor (2004), Stewart et al., (2001) y Sullivan (1997), entre otros, para abordar el concepto, clasificación, propiedades y teoremas de dicha figura geométrica.

Con respecto a la metodología, se adopta un enfoque cualitativo, alineado al método de investigación, estudio de caso. Estructurando un análisis pormenorizado, inductivo y descriptivo.

Se eligen técnicas, como la observación y la entrevista semiestructurada basada en tareas. El caso comprende a cinco docentes que imparten las asignaturas del área del conocimiento de las matemáticas en bachillerato y quienes en las evaluaciones docentes tanto de ingreso, como de promoción en el nivel medio superior han tenido resultados sobresalientes.

Dichos docentes laboran en el turno vespertino de una escuela preparatoria oficial, perteneciente al subsistema de bachillerato general, en la modalidad de bachillerato estatal, ubicada en la colonia Universidad, en el municipio de Toluca, en el Estado de México. Por otro lado, una vez seleccionados los docentes que integran el estudio de caso, se aplicará el instrumento, cuyo contenido se apegue al curriculum vigente en el subsistema de bachillerato general. La estructura del instrumento de investigación correspondió al diseño tipo cuestionario, integrado por cinco tareas matemáticas-geométricas, centradas en los triángulos.

Las cuales fueron elegidas de acuerdo a su potencialidad para que los resolutores plasmaran las heurísticas que construyeron al dar respuesta a las tareas encomendadas. Dicha potencialidad se determinó de acuerdo con los siguientes parámetros: en el parámetro uno, se consideraron distintos conceptos sobre triángulos como, semejanza, congruencia, proporcionalidad, rectas, puntos notables y teoremas, entre otros. Aunado a lo anterior, como segundo parámetro cada tarea debiese tener la posibilidad de ser tratada por al menos dos métodos de resolución distintos, y/o la combinación de ambos.

De la misma forma, como tercer parámetro, los planteamientos debían mostrar al menos una de las heurísticas señaladas en apartados anteriores como son: ensayo-error, búsqueda de un patrón, hacer representaciones gráficas, buscar un problema análogo, entre otras. Por su parte, con él cuarto parámetro, se atiende a la flexibilidad del planteamiento para ser representado de distintas formas. Aunque si bien, se proyectó que la mayoría de ellos fueran proclives a ser modelizados geométricamente, y los resolutores tuvieran la posibilidad de realizar inferencias, y conjeturas a partir de sus construcciones.

Cabe señalar, que el propósito de las cinco tareas propuestas no consiste preponderantemente en dar muestra del manejo diestro de las propiedades de los triángulos y sus teoremas, sino resaltar el poder de la intuición, las conjeturas y la creatividad, para lograr una meta.

Consideraciones finales

De modo que, al momento el presente trabajo, contiene los acontecimientos que dieron cause al trabajo de investigación. Además de información de carácter teórico que permitió comprender las categorías de estudio: resolución de problemas, heurísticas y triángulos; y la metodología por desarrollar. Sin embargo, lo hasta ahora realizado no se considera como acabado, ya que en el desarrollo de la investigación se reajustarán y pulirán detalles. Al momento, se encuentra en la fase de ajuste del instrumento de investigación. Por lo que, una vez propuestas las tareas matemáticas que serán presentadas a los docentes participantes, se procedió a la resolución de las mismas por parte de la autora.

Detectando lo siguiente: en la tarea uno, titulada puntos, la cual fue retomada de Sullivan (1997, p. 56). Se expresaron conceptos como perímetro y área del triángulo, así como el Teorema de Pitágoras. Se observó la posibilidad de ser resuelta por un método algebraico y otro gráfico. Se espera alguno de los resolutores, proponga otro u otros planes de solución. Al resolver, se detectó la posibilidad de poner en juego heurísticas como: trabajar hacia adelante, interpretar él problema con un lenguaje diferente, introducir un elemento auxiliar y traducir en variables. Avanzando en la resolución del instrumento, se analizó la tarea matemática dos, titulada descomponer y recomponer, la cual fue retomada de Koeberlein (2013, p. 254).

Dicho planteamiento resultó de interés por expresar propiedades angulares del triángulo, la relación de la longitud de los lados de un triángulo con los ángulos internos del mismo, rectas notables y razones trigonométricas. Se proyecta se resuelva por un método gráfico y las razones trigonométricas. Heurísticamente, se podría trabajar partiendo de los datos proporcionados por un esquema. Así mismo, descomponer el triángulo posibilitaría descubrir valores análogos y realizar nuevos gráficos. Continuando con la resolución de la tarea matemática tres, nombrada el constructor, la cual fue retomada de Polya (1997, p. 41), resultando de interés por la expresión de la homotecia y circunscripción de un triángulo.

Por lo que, dada la naturaleza del problema, los métodos de solución tienden a estar en el escenario gráfico. Su resolución se llevó a cabo en términos de homotecia, reflejando semejanza de triángulos y proporcionalidad; mientras que el segundo método de solución consideró la mera intuición. Por tanto, este es el único planteamiento del instrumento que se trabajó en un ambiente únicamente gráfico. Por otro lado, en el método uno considerado para resolver el planteamiento, elegir arbitrariamente un valor a los parámetros del problema, coadyuvaría a establecer conjeturas y así avanzar en la resolución. En el método dos, se estableció una segunda posibilidad de iniciar de atrás hacia adelante, descomponer el planteamiento y replantear el problema.

Sin embargo, en un sentido más amplio de experimentación, en el mismo método dos a través de ensayo-error, podría solucionarse mediante intentos y ajustes. Por otro lado, en la resolución de la tarea cuatro, nombrada máximo y mínimo, la cual fue retomada del sitio web de aprendizaje en línea, Khan academy. La consideración del reactivo se debió al manejo del teorema de la desigualdad del triángulo. En su resolución, se proyecta el carácter exploratorio, partiendo de conjeturas sobre la construcción de un gráfico. Analizando los posibles valores de las variables a través de la experimentación.

Se estima que, el segundo método pudiese ser algebraico, permitiendo en alguna de sus fases la experimentación transitar a lo geométrico. El análisis de lo gráfico resulta crucial para la experimentación con los ángulos del triángulo. Esto posibilitaría en ambos métodos analizar casos límite, experimentando con valores extremos y explorando posibilidades. De la misma forma, probar a través del ensayo-error, permitiría conjeturar sobre otras alternativas de solución, mediante intentos y ajustes. Por último, en la tarea matemática cinco, titulada el juego de la mente se estableció una relación de congruencia entre dos triángulos que simulan montañas.

Dicho planteamiento, fue retomado de Coxeter (1969). Dado que se parte de una construcción geométrica, se podría continuar trabajando en un ambiente grafico o bien transitar al algebraico. Como método de resolución, se proyecta, se utilice la analogía, entre lados, ángulos o medidas específicas entre dichos elementos. Como segundo método, se podría experimentar con sus medidas a través del ensayo-error. O bien descomponer y recomponer las figuras para facilitar la visualización y así establecer conjeturas que permitan encontrar el criterio de semejanza.

Referencias

Baldor, J. A. (2004). *Geometría plana y del espacio* (20th ed.). Publicaciones Cultural.

Coxeter, F. R. S. (1969). *Introduction to Geometry* (2nd ed.). John Wiley & Sons, Inc.

Dubno, Y. S. (1994). *Errores en las demostraciones geométricas*. Rubiños.

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education* (Studies in Mathematics Education., Ed.). Routledge/Falmer.

Foong, P. Y. (2013). Resolución de problemas en matemática. In L. P. Yee (Ed.), *La enseñanza de la matemática en la Educación Básica* (pp. 65–91). Academia Chilena de la Ciencia.

Galdós, L. (2008). *Matemáticas Galdós*. Cultural, S.A.

Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor*. Labor.

Koeberlein, A. (2013). *Geometría* (5th ed.). Cengage Learning Editores, S.A. de C.V.

Lester, F. K. (2013). *Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. The Mathematics Enthusiast*. *10*(1 & 2), 245–277.

Moise, E. E., & Downs, F. L. (1970). *Geometría moderna*. Fondo Educativo Interamericano S.A.

Polya, G. (1997). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.

Romanycia, M. H. J., & Pelletier, F. J. (1985). What is a heuristic? *Computational Intelligence*, *1*(1), 47–58. https://doi.org/10.1111/j.1467-8640.1985.tb00058.x

Santos Trigo, M. (2008). *La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica*.

Schoenfeld, A. (1994). Reflections on doing and teaching Mathematics. In *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 53–70). Erlbaum Associates .

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2001). *Precálculo* (3a ed.). Thomson Learning.

Sullivan. (1997). *Precálculo* (4a ed.). Prentice-Hall Hispanoamericana.